UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

TESIS DOCTORAL

ESTIMA E IGUALACIÓN CIEGA DE CANALES MIMO CON Y SIN REDUNDANCIA ESPACIAL

Javier Vía Rodríguez

2007

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

TESIS DOCTORAL

ESTIMA E IGUALACIÓN CIEGA DE CANALES MIMO CON Y SIN REDUNDANCIA ESPACIAL

Autor: Javier Vía Rodríguez
Director: Ignacio Santamaría Caballero

Grupo de Tratamiento Avanzado de Señal

2007

Tesis Doctoral: Estima e igualación ciega de canales MIMO con y sin redundancia espacial

Autor: Javier Vía Rodríguez
Director: Ignacio Santamaría Caballero

El tribunal nombrado para juzgar la tesis doctoral citada, compuesto por los señores

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerda otorgarle la calificación de

Santander, a de de 2007

A la educación pública.

Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría dar las gracias al director de esta Tesis, Ignacio Santamaría, por su infinita paciencia y por su constante apoyo durante estos años. Gracias por haber estado siempre dispuesto a escuchar hasta la más absurda de mis ideas.

A todo el Grupo de Tratamiento Avanzado de Señal, desde mis profesores, Jesús Pérez, Jesús Ibáñez, Luis Vielva y Carlos Pantaleón, hasta mis compañeros, entre ellos Steven, Ramírez, David JP, David FM, Marta, Merino ... Gracias por todo lo que me habéis enseñado y por el extraordinario ambiente en el que he tenido la suerte de trabajar.

Gracias también a mi familia, en especial a mi madre, por todo lo que ha hecho por mi a lo largo de mi vida; y a mis amigos de siempre, por conseguir que cada vez que nos vemos parezca que no ha pasado el tiempo.

Por último a Encarna, no sólo por intentar (creo que sin éxito) que no me volviera loco escribiendo esta Tesis, sino también por aguantarme durante estos cinco años y por seguir decidiendo, libremente y día a día, compartir su vida conmigo.

Resumen

La mayor parte de los sistemas de comunicaciones requieren el conocimiento previo del canal, el cual se suele estimar a partir de una secuencia de entrenamiento. Sin embargo, la transmisión de símbolos piloto se traduce en una reducción de la eficiencia espectral del sistema, lo que imposibilita que se alcancen los límites predichos por la Teoría de la Información. Este problema ha motivado el desarrollo de un gran número de técnicas para la estima e igualación ciega de canal, es decir, para la obtención del canal o la fuente sin necesidad de transmitir una señal de entrenamiento. Normalmente, estas técnicas se basan en el conocimiento previo de ciertas características de la señal, tales como su pertenencia a un alfabeto finito, o sus estadísticos de orden superior. Sin embargo, en el caso de sistemas de múltiples entradas y salidas (MIMO), se ha demostrado que los estadísticos de segundo orden de las observaciones proporcionan la información suficiente para resolver el problema ciego.

El objetivo de esta Tesis consiste en la obtención de nuevas técnicas para la estima e igualación ciega de canales MIMO, tanto en sistemas con redundancia espacial, como en casos más generales en los que las fuentes no presentan ningún tipo particular de estructura. De manera general, los métodos propuestos se basan en los estadísticos de segundo orden de las observaciones. Sin embargo, las técnicas se presentan desde un punto de vista determinista, es decir, los algoritmos propuestos explotan directamente la estructura de las matrices de datos, lo que permite obtener resultados más precisos cuando se dispone de un número reducido de observaciones. Adicionalmente, la reformulación de los criterios propuestos como problemas clásicos del análisis estadístico de señales, ha permitido la obtención de algoritmos adaptativos eficientes para la estima e igualación de canales MIMO.

En primer lugar se aborda el caso de sistemas sin redundancia. Más concretamente, se analiza el problema de igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia, el cual se reformula como un conjunto de problemas de análisis de correlaciones canónicas (CCA). La solución de los problemas CCA se puede obtener de manera directa mediante un problema de autovalores generalizado. Además, en esta Tesis se presenta un algoritmo adaptativo basado en la reformulación de CCA como un conjunto de problemas de regresión lineal acoplados. De esta manera, se obtienen nuevos algoritmos bloque y adaptativos para la igualación ciega de canales MIMO de una manera sencilla. Finalmente, el método propuesto se basa, como muchas otras técnicas ciegas, en el conocimiento a priori del orden del canal, lo que constituye un problema casi tan complicado como el de la estima o igualación ciega. Así, en el caso de canales de una entrada y varias salidas (SIMO), la combinación de la técnica propuesta con otros métodos para la estima ciega del canal permite obtener un nuevo criterio para extracción del orden de este tipo de canales

En segundo lugar se considera el problema de estima ciega de canal en sistemas con algún tipo de redundancia o estructura espacial, con especial interés en el caso de sistemas con codificación espacio-temporal por bloques (STBC). Específicamente, se propone una nueva técnica para la estima ciega del canal, cuya complejidad se reduce a la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada. El principal problema asociado a este tipo de sistemas viene dado por la existencia de ciertas ambigüedades a la hora de estimar el canal. En esta Tesis se plantea el problema de identificabilidad de una manera general, y en el caso de códigos ortogonales (OSTBCs) se presentan varios nuevos teoremas que aseguran la identificabilidad del canal en un gran número de casos. Adicionalmente, se proponen varias técnicas para la resolución de las ambigüedades, tanto en el caso OSTBC como para códigos más generales. En concreto, se introduce el concepto de diversidad de código, que consiste en la combinación de varios códigos STBC. Esta técnica permite resolver las indeterminaciones asociadas a un gran número de problemas, y en su versión más sencilla se reduce a una precodificación no redundante consistente en una simple rotación o permutación de las antenas transmisoras.

En definitiva, en esta Tesis se abordan los problemas de estima e igualación ciega de canal en sistemas MIMO, y se presentan varias técnicas ciegas, cuyas prestaciones se evalúan mediante un gran número de ejemplos de simulación.

Summary

The majority of communication systems need the previous knowledge of the channel, which is usually estimated by means of a training sequence. However, the transmission of pilot symbols provokes a reduction in bandwidth efficiency, which precludes the system from reaching the limits predicted by the Information Theory. This problem has motivated the development of a large number of blind channel estimation and equalization techniques, which are able to obtain the channel or the source without the need of transmitting a training signal. Usually, these techniques are based on the previous knowledge of certain properties of the signal, such as its belonging to a finite alphabet, or its higher-order statistics. However, in the case of multiple-input multiple-output (MIMO) systems, it has been proven that the second-order statistics of the observations provide the sufficient information for solving the blind problem.

The aim of this Thesis is the development of new blind MIMO channel estimation and equalization techniques, both in systems with spatial redundancy, and in more general cases where the sources do not have any particular spatial structure. In general, the proposed methods are based on the second-order statistics of the observations. However, the techniques are presented from a deterministic point of view, i.e., the proposed algorithms directly exploit the structure of the data matrices, which allows us to obtain more accurate results when only a reduced number of observations is available. Additionally, the reformulation of the proposed criteria as classical statistical signal processing problems is exploited to obtain efficient adaptive algorithms for MIMO channel estimation and equalization.

Firstly, we consider the case of systems without spatial redundancy. Specifically, we analyze the problem of blind equalization of frequency selective MIMO channels, which is reformulated as a set of canonical correlation analysis (CCA) problems. The solution of the CCA problems can be obtained by means of a generalized eigenvalue problem. In this Thesis, we present a new adaptive algorithm based on the reformulation of CCA as a set of coupled linear regression problems. Therefore, new batch and adaptive algorithms for blind MIMO channel equalization are easily obtained. Finally, the proposed method, as well as many other blind techniques, is based on the previous knowledge of the channel order, which is a problem nearly as complicated as the blind channel estimation or equalization. Thus, in the case of single-input multiple-output (SIMO) channels, the combination of the proposed technique with other blind channel estimation methods provides a new criterion for the order extraction of this class of channels.

Secondly, we consider the problem of blind channel estimation in systems with some kind of redundancy or spatial structure, with special interest in space-time block coded (STBC) systems. Specifically, a new blind channel estimation technique is proposed,

whose computational complexity reduces to the extraction of the principal eigenvector of a modified correlation matrix. The main problem in these cases is due to the existence of certain ambiguities associated to the blind channel estimation problem. In this Thesis the general identifiability problem is formulated and, in the case of orthogonal codes (OSTBCs), we present several new theorems which ensure the channel identifiability in a large number of cases. Additionally, several techniques for the resolution of the ambiguities are proposed, both in the OSTBC case as well as for more general codes. In particular, we introduce the concept of code diversity, which consists in the combination of several STBCs. This technique avoids the ambiguities associated to a large number of problems, and in its simplest version it reduces to a non-redundant precoding consisting of a single rotation or permutation of the transmit antennas.

In summary, in this Thesis the blind MIMO channel estimation and equalization problems are analyzed, and several blind techniques are presented, whose performance is evaluated by means of a large number of simulation examples.

Índice general

Introducción **1**
Objetivo de la Tesis . . . 1
Organización y Contribuciones de la Tesis . . . 2
Notación y Abreviaturas . . . 4

I Igualación Ciega en Sistemas MIMO sin Redundancia **7**

1. Estima e Igualación Ciega de Canales MIMO Selectivos en Frecuencia **9**
1.1. Introducción . . . 9
1.2. Modelo de Señal . . . 9
1.3. Recepción Coherente . . . 11
1.3.1. Detección de Máxima Verosimilitud . . . 11
1.3.2. Igualación del Canal . . . 11
1.4. Estima e Igualación Ciega de Canales SIMO/MIMO . . . 12
1.4.1. Clasificación de las Técnicas Ciegas . . . 13
1.4.2. Identificación Ciega de Canales SIMO . . . 14
1.4.3. Igualación Ciega de Canales SIMO . . . 16
1.4.4. Extensión a Canales MIMO . . . 17

2. Análisis de Correlaciones Canónicas **19**
2.1. Introducción . . . 19
2.2. Análisis de Correlaciones Canónicas (CCA) . . . 19
2.2.1. Formulación Original . . . 20
2.2.2. Extensiones Clásicas a Varios Conjuntos de Datos . . . 22
2.3. Generalización Propuesta . . . 24
2.3.1. Formulación Básica . . . 24
2.3.2. Equivalencia con MAXVAR . . . 25
2.3.3. Modelos Neuronales CCA . . . 26
2.4. Algoritmos CCA . . . 29
2.4.1. Algoritmo Bloque Iterativo . . . 29
2.4.2. Algoritmo Adaptativo Basado en el RLS . . . 30
2.5. Evaluación del Algoritmo Adaptativo . . . 33
2.5.1. Comparación con Otras Técnicas . . . 33
2.5.2. Resultados de Simulación . . . 34
2.6. Conclusiones . . . 39

3. Igualación Ciega Basada en CCA **41**
3.1. Introducción . . . 41
3.2. Formulación del Problema . . . 42
3.2.1. Modelo de Señal . . . 42
3.2.2. Suposiciones Principales . . . 42
3.3. Criterio de Igualación Basado en CCA . . . 43

3.3.1. Existencia de los Igualadores ZF . . . 43
3.3.2. Criterio Propuesto . . . 44
3.3.3. Algoritmos de Igualación Basados en CCA . . . 45
3.3.4. Discusión Adicional . . . 46
3.4. Resultados de Simulación . . . 48
3.4.1. Modelo de Canal . . . 48
3.4.2. Ejemplos SIMO . . . 50
3.4.3. Ejemplos MIMO . . . 54
3.5. Conclusiones . . . 55

4. Estima del Orden de Canales SIMO 59
4.1. Introducción . . . 59
4.2. Revisión de la Literatura . . . 59
4.3. Técnicas de Identificación e Igualación de Canales SIMO . . . 60
4.3.1. Identificación Ciega . . . 60
4.3.2. Igualación Ciega . . . 62
4.4. Influencia del Orden del Canal . . . 63
4.4.1. Efecto sobre la Función de Coste de Identificación . . . 63
4.4.2. Efecto sobre la Función de Coste de Igualación . . . 63
4.5. Nuevo Criterio para la Estima del Orden de Canales SIMO . . . 64
4.6. Resultados de Simulación . . . 65
4.7. Conclusiones . . . 66

5. Conclusiones y Líneas Futuras 71
5.1. Conclusiones . . . 71
5.2. Líneas Futuras de Investigación . . . 72
5.2.1. Estima Ciega de Canales MIMO . . . 72
5.2.2. Estima del Orden en Canales MIMO . . . 72
5.2.3. Mejoras en los Algoritmos para la Estima del Orden . . . 72
5.2.4. Otras Aplicaciones de CCA . . . 72
5.2.5. Extensión de los Algoritmos CCA . . . 73

II Estima Ciega de Canal MIMO en Sistemas con Redundancia 75

6. Codificación Espacio-Temporal por Bloques (STBC) 77
6.1. Introducción . . . 77
6.2. Modelo de Señal . . . 77
6.2.1. Codificación STBC . . . 78
6.2.2. Extensión Multiusuario . . . 79
6.2.3. Decodificación STBC . . . 79
6.3. Códigos Particulares . . . 80
6.3.1. Códigos Ortogonales (OSTBC) . . . 80
6.3.2. Códigos Quasi-Ortogonales (QOSTBC) . . . 81
6.3.3. Códigos de Dispersión Lineal (LDC) . . . 82
6.4. Decodificación y Estima Ciega de Canal . . . 83
6.4.1. Decodificador Ciego de Máxima Verosimilitud . . . 83
6.4.2. Esquemas Diferenciales . . . 83
6.4.3. Técnicas de Estima Ciega del Canal . . . 84

7. Estima Ciega de Canal en Sistemas STBC **87**
7.1. Introducción . . . 87
7.2. Decodificador Ciego ML Relajado . . . 87
7.3. Nueva Técnica para la Estima Ciega de Canal . . . 88
7.3.1. Condiciones Principales . . . 88
7.3.2. Criterio Propuesto . . . 89
7.3.3. Implementación Práctica . . . 90
7.3.4. Propiedades del Algoritmo y Discusión Adicional . . . 91
7.3.5. Reformulación como un Problema PCA . . . 92
7.4. Resultados Numéricos . . . 92
7.5. Conclusiones . . . 93

8. Condiciones de Identificabilidad **97**
8.1. Introducción . . . 97
8.2. Formulación General . . . 97
8.2.1. Problemas de Ambigüedad y Condiciones Generales . . . 97
8.2.2. Ejemplos Prácticos . . . 99
8.3. Condiciones de Identificabilidad en Sistemas OSTBC . . . 100
8.3.1. Resultados Principales . . . 101
8.3.2. Implicaciones y Discusión Adicional . . . 103
8.4. Conclusiones . . . 107

9. Técnicas para la Eliminación de las Ambigüedades **109**
9.1. Introducción . . . 109
9.2. Técnicas Generales . . . 109
9.2.1. Técnicas Semiciegas . . . 109
9.2.2. Técnicas Basadas en HOS . . . 110
9.2.3. Precodificación Lineal . . . 110
9.3. Diversidad de Código . . . 111
9.3.1. Formulación General . . . 111
9.3.2. Precodificación No Redundante . . . 112
9.3.3. Resultados Numéricos . . . 114
9.4. Técnicas Específicas para Códigos OSTBC . . . 120
9.4.1. Técnica Basada en HOS . . . 120
9.4.2. Precodificación Lineal y Ajuste de la Correlación . . . 124
9.4.3. Reducción de la Tasa de Transmisión . . . 129
9.5. Conclusiones . . . 133

10. Conclusiones y Líneas Futuras **135**
10.1. Conclusiones . . . 135
10.2. Líneas Futuras de Investigación . . . 136
10.2.1. Evaluación Práctica de los Algoritmos . . . 136
10.2.2. Estima Ciega de Canal en Sistemas con Redundancia . . . 136
10.2.3. Condiciones de Identificabilidad . . . 136

III Apéndices y Bibliografía **137**

A. Generalizaciones y Algoritmos CCA **139**
A.1. Solución de los Problemas CCA Generalizados . . . 139
A.1.1. Generalización Basada en la Correlación . . . 139
A.1.2. Generalización MAXVAR . . . 140
A.2. Algoritmos CCA-MINVAR . . . 141
A.2.1. Solución MINVAR . . . 141
A.2.2. Algoritmo Bloque Iterativo . . . 141

A.2.3. Algoritmo Adaptativo Basado en el RLS 141
A.3. Análisis de Convergencia de los Algoritmos Adaptativos 142

B. Igualación Ciega de Canales MIMO-FIR 145
B.1. Demostración del Teorema 3.3.1 145

C. Condiciones de Identificabilidad para OSTBCs 147
C.1. Propiedades de las Matrices Antihermíticas 147
C.2. Demostración de los Teoremas en el Apartado 8.3.1 148
C.2.1. Propiedades de la Matrices de Ambigüedad: Demostración del Teorema 8.3.1 . 148
C.2.2. OSTBCs No Identificables: Demostración de los Teoremas 8.3.2 y 8.3.3 149
C.2.3. OSTBCs Identificables: Demostración de los Teoremas 8.3.4 y 8.3.5 151

D. Publicaciones 153
D.1. Capítulo en un Libro 153
D.2. Revistas Internacionales 153
D.3. Congresos Internacionales 154
D.4. Congresos Nacionales 155

Índice de Figuras 158

Índice de Tablas 159

Índice de Algoritmos 161

Bibliografía 162

Introducción

Objetivo de la Tesis

Desde el trabajo pionero de Foschini [Foschini98] y Telatar [Telatar99], la diversidad existente en los sistemas con múltiples antenas en transmisión y recepción se ha explotado para mejorar drásticamente el rendimiento de los sistemas de comunicaciones inalámbricas [Naguib00, Gesbert03, Zheng03, Paulraj04, Diggavi04]. Una característica común de este tipo de sistemas es la suposición de que el receptor conoce perfectamente el canal de múltiples entradas y salidas (*multiple-input multiple-output* o MIMO). Evidentemente, esto nunca sucede en la práctica, en donde el canal suele ser estimado mediante la transmisión de una secuencia de pilotos [Naguib98, Hassibi03, Pohl05], lo que se traduce en una reducción de la eficiencia espectral, e incluso en estimas poco precisas debido al ruido y al limitado número de pilotos disponibles. Estos problemas sugieren el uso de técnicas ciegas o semiciegas, ya sea para la estima del canal, o para la recuperación de las señales de manera directa.

Las técnicas ciegas para la estima o igualación de canal son capaces de estimar el canal o las señales sin la necesidad de transmitir una secuencia de pilotos, y por lo tanto sin ninguna penalización en la eficiencia espectral. En el caso de canales de una sola entrada y salida (*single-input single-output* o SISO), estas técnicas se basan en la estructura de las señales transmitidas. Dicho de otra forma, las técnicas ciegas SISO han de explotar el conocimiento de la función densidad de probabilidad (fdp) o los estadísticos de orden superior (*higher-order statistics* o HOS), de la señal fuente o las observaciones. Sin embargo, en el caso de canales SIMO (*single-input multiple-output*) y MIMO, el canal y los igualadores se pueden extraer a partir de los estadísticos de segundo orden (*second-order statistics* o SOS) de las observaciones [Xu95]. A diferencia de los HOS, los SOS se pueden estimar de manera fiable a partir de un número reducido de observaciones, por lo que las técnicas ciegas basadas en SOS suelen ofrecer mejores resultados que las basadas en HOS.

En esta Tesis se estudian los problemas de estima e igualación ciega de canal en sistemas MIMO. El estudio se centra en técnicas basadas en SOS, y la formulación de los problemas se hace desde un punto de vista determinista, lo que permite la obtención de algoritmos que, en ausencia de ruido, son capaces de recuperar el canal o las señales, de manera exacta, a partir de un número finito de observaciones. A diferencia de las técnicas estocásticas, los algoritmos deterministas no requieren el conocimiento del espectro o las propiedades de correlación de las fuentes, lo que se traduce en una mayor robustez frente a fuentes correladas o a un número reducido de observaciones.

En primer lugar se analiza el problema de igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia. En este caso, el problema de igualación se reformula como un conjunto de problemas de análisis de correlaciones canónicas (*canonical correlation analysis* o CCA), los cuales se reducen a la solución de un problema de autovalores generalizado (*generalized eigenvalue problem* o GEV). Además, en esta Tesis se propone un nuevo algoritmo CCA basado en el RLS (*recursive least squares*), lo que permite resolver el problema de igualación de manera adaptativa. Adicionalmente, se propone un nuevo criterio para la estima del orden de canales SIMO, cuyo conocimiento es asumido por un gran número de técnicas de estima e igualación ciega de canal. La técnica propuesta se basa en la combinación de las funciones de coste de estima e igualación ciega de canal, lo que permite definir una función de coste global que alcanza su mínimo para el orden de canal correcto.

En segundo lugar se estudia el problema de estima ciega de canal bajo transmisiones con codificación espacio-temporal por bloques (*space-time block coding* o STBC). En este caso se propone una nueva técnica para la estima ciega de canal, la cual se puede generalizar de manera sencilla al

caso multiusuario y se reduce a la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada. El método propuesto se puede reformular como un problema de análisis en componentes principales (*principal component analysis* o PCA), lo que permite la obtención de algoritmos adaptativos de manera sencilla. Adicionalmente, se estudian las condiciones de identificabilidad asociadas al problema de estima ciega de canal a partir de SOS y, en el caso particular de códigos STBC ortogonales (OSTBC), se demuestra que, si se dispone de más de una antena receptora, el canal se puede extraer sin ambigüedad para la mayor parte de OSTBCs. En los casos en que existen ambigüedades se pueden aplicar diferentes técnicas para obtener la estima correcta del canal. En este trabajo se propone una nueva técnica de transmisión que permite evitar la ambigüedad en un gran número de casos. El método propuesto se basa en la combinación de varios STBCs o en la rotación de las antenas transmisoras, permite la obtención del canal por medio del algoritmo propuesto, y no implica ninguna reducción en la tasa de transmisión o en la capacidad del sistema. Finalmente, en el caso de códigos OSTBC se muestran otras alternativas para la resolución de las ambigüedades, aplicando por ejemplo técnicas basadas en HOS, o en la precodificación lineal de las señales de información. Estas técnicas conducen a modificaciones sencillas del algoritmo propuesto y permiten evitar los problemas de ambigüedad para cualquier OSTBC y número de antenas receptoras.

Organización y Contribuciones de la Tesis

La Tesis se organiza en dos partes. En la primera de ellas se trata el problema de igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia. Esta parte consta de cinco capítulos:

- En el Capítulo 1 se introduce el modelo de señal y se plantea el problema de igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia. Además, se hace una breve revisión de algunos algoritmos previamente propuestos para la estima e igualación ciega de canales SIMO y MIMO.

- En el Capítulo 2 se introduce el problema de análisis de correlaciones canónicas. Específicamente, se demuestra que el problema CCA generalizado a varios conjuntos de datos se puede reformular como un conjunto de problemas de regresión LS (*least squares* o mínimos cuadrados) acoplados. Esto permite el desarrollo de algoritmos CCA adaptativos basados en la aplicación directa del RLS (*recursive least squares*) a los problemas de regresión. El análisis de los problemas CCA y el desarrollo de algoritmos adaptativos ha dado lugar a las publicaciones en [Vía07c, Vía05d, Vía05c].

- El problema de igualación ciega de canales MIMO se reformula como un conjunto de problemas CCA en el Capítulo 3. La técnica de igualación propuesta se basa en la diversidad en el orden del canal MIMO, es decir, en su interpretación como un conjunto de canales SIMO con distintas longitudes. Así, se consigue evitar la condición, asociada a otros métodos, de fuentes con espectros conocidos o diferentes. La técnica propuesta es capaz de recuperar las fuentes hasta una ambigüedad consistente en una mezcla instantánea, dada por una matriz de rotación, afectando a aquellas señales distorsionadas por canales SIMO de la misma longitud. De esta manera, si uno de los subcanales SIMO que componen el canal MIMO tiene una longitud diferente de los demás, la señal asociada se puede recuperar con la única ambigüedad de un factor de escalado complejo. La reformulación del problema de igualación ciega como un conjunto de problemas CCA permite obtener, de manera simultánea, el conjunto de igualadores y la mejor combinación lineal de sus salidas, y la aplicación del algoritmo basado en RLS proporciona una técnica adaptativa para la igualación ciega de canales MIMO. Además, a diferencia de otras técnicas propuestas para el caso SIMO, las soluciones obtenidas por el método propuesto se pueden interpretar como un conjunto de igualadores de mínimo error cuadrático medio (*minimum mean square error* o MMSE). Los resultados presentados en este capítulo han dado lugar a las publicaciones en [Vía07b, Vía05a, Vía05b, Vía05c].

- En el Capítulo 4 se aborda el problema de la estima del orden de canales SIMO. Específicamente, se propone un método basado en la combinación de la función de coste del problema de estima ciega de canal, cuyo mínimo es monótonamente decreciente con la estima de la longitud, y la

función de coste asociada a la técnica de igualación basada en CCA, cuyo mínimo crece con la estima del orden. La técnica es determinista, es decir, en ausencia de ruido es capaz de obtener una estima exacta de la longitud del canal a partir de un número finito de observaciones, y es capaz de resolver muchos de los problemas asociados a otros métodos previamente propuestos. El contenido de este capítulo ha dado lugar al artículo en [Vía06c].

- En el Capítulo 5 se presentan las principales conclusiones derivadas de esta parte de la Tesis. Además, se proponen líneas futuras de investigación, entre las que se incluye el desarrollo de nuevas técnicas para la estima ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia, así como la aplicación de CCA a otros problemas de comunicaciones y procesado de señal.

En la segunda parte se considera el problema de estima ciega de canal en sistemas MIMO con codificación espacio-temporal por bloques. Esta parte se divide en cinco capítulos:

- En el Capítulo 6 se presenta el modelo de señal asociado a las transmisiones STBC, así como el decodificador de máxima verosimilitud (*maximum likelihood* o ML) y dos alternativas subóptimas con un coste computacional reducido. Además, se presentan algunos de los códigos más populares y se describen varias técnicas de decodificación y estima ciega de canal previamente propuestas en la literatura.

- En el Capítulo 7 se propone una nueva técnica para la estima ciega de canal en sistemas STBC, la cual se generaliza de manera sencilla al caso multiusuario. El método propuesto se basa en el algoritmo ciego ML sin restricciones. Además, si el canal es identificable a partir de SOS, la técnica propuesta es capaz de recuperarlo con la única ambigüedad de un factor de escalado real. El método se reduce a la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada, lo que permite su reformulación como un problema PCA y la obtención de algoritmos adaptativos de manera sencilla. El contenido de este capítulo ha dado lugar a los artículos en [Vía07g, Vía07d, Vía07e, Vía07f].

- Las condiciones de identificabilidad asociadas al problema de estima ciega de canal en sistemas STBC se estudian en el Capítulo 8. En primer lugar se demuestra que, cuando el número de antenas receptoras no es mayor que la tasa de transmisión, la identificación ciega del canal no es posible. Por otra parte, en el caso de STBCs ortogonales (OSTBCs), se demuestra que si se dispone de más de una antena receptora, y la tasa de transmisión del OSTBC supera un determinado umbral, el cual es inversamente proporcional al número de antenas transmisoras, entonces el canal es identificable. Esto permite explicar gran parte de los resultados de simulación disponibles en la literatura, y reduce el número de códigos OSTBC no identificables a dos casos particulares. Las contribuciones de este capítulo han dado lugar a las publicaciones en [Vía06a, Vía07d, Vía06e, Vía07a].

- En el Capítulo 9 se presentan varias alternativas para resolver las ambigüedades asociadas al problema de estima ciega de canal. En concreto, se analizan técnicas semiciegas, basadas en HOS, y basadas en la precodificación de los símbolos de información. Sin embargo, los métodos basados en SOS implican una reducción en la tasa de transmisión o en la capacidad del sistema, por lo que se propone una nueva técnica de transmisión basada en la idea de diversidad de código. Esta técnica consiste en la combinación de varios STBCs y permite la resolución de las ambigüedades, a partir de SOS, en un gran número de casos. En su versión más sencilla, la técnica se reduce a una precodificación no redundante consistente en la rotación o permutación de las antenas transmisoras. Finalmente, en el caso específico de códigos OSTBC, se muestran varias técnicas que conducen a una ligera modificación del algoritmo propuesto, y que permiten la extracción del canal, sin ambigüedad, por medio de algoritmos bloque o adaptativos. Los resultados presentados en este capítulo se encuentran también en [Vía06a, Vía07g, Vía06f, Vía06e, Vía06b, Vía06d, Vía07e, Vía07f].

- Finalmente, en el Capítulo 10 se resumen las conclusiones y líneas futuras de investigación, entre las que podemos citar la evaluación de los algoritmos propuestos en la plataforma hardware

desarrollada dentro del proyecto del Plan Nacional de I+D+I "Desarrollo y Demostración Hardware de Nuevas Técnicas de Transmisión para Sistemas MIMO (MIMESIS)" (TEC2004-06451-C05-02/TCM). Esta línea ya ha dado lugar a las publicaciones en [Ramírez06b, Ramírez06c, Ramírez06a, García-Naya07].

Notación y Abreviaturas

Notación

A lo largo de todo el trabajo los escalares se denotarán mediante variables minúsculas, los vectores mediante minúsculas en negrita, y las matrices mediante mayúsculas en negrita. Además, nos referiremos como variables aleatorias i.i.d a aquellas que son independientes e idénticamente distribuidas, y denotaremos como fdp a la función densidad de probabilidad de una variable aleatoria. Los principales símbolos y operadores se muestran a continuación:

$\mathbf{A}^H$	Hermítica
$\mathbf{A}^T$	Traspuesta
$\mathbf{A}^*$	Complejo conjugado
$\mathbf{A}^+$	Matriz pseudo-inversa de $\mathbf{A}$
$\mathrm{Tr}(\mathbf{A})$	Traza de $\mathbf{A}$
$\lVert\mathbf{A}\rVert$	Norma Frobenius
$\mathrm{vec}(\mathbf{A})$	Vector obtenido a partir de las columnas de $\mathbf{A}$
$\mathrm{range}(\mathbf{A})$	Espacio de columnas de $\mathbf{A}$
$\mathrm{cond}(\mathbf{A})$	Número de condición de $\mathbf{A}$
$\mathrm{diag}(\mathbf{a})$	Matriz diagonal definida por el vector $\mathbf{a}$
$\Re(\mathbf{A})$	Parte real
$\Im(\mathbf{A})$	Parte imaginaria
$\lceil a \rceil$	Redondeo al entero superior
$\lfloor a \rfloor$	Redondeo al entero inferior
$\hat{\mathbf{A}}$	Estima de $\mathbf{A}$
$E[\mathbf{A}]$	Esperanza Matemática de $\mathbf{A}$
$\nabla_{\mathbf{a}}(J)$	Vector gradiente de J respecto al vector $\mathbf{a}$
$\mathbf{I}_p$	Matriz identidad de dimensión p
$\mathbf{I}$	Matriz identidad de las dimensiones oportunas
$\mathbf{0}$	Matriz de ceros de las dimensiones oportunas
$\delta(x)$	Función Delta de Dirac

Abreviaturas

ACMA	*Analytical Constant Modulus Algorithm*
AIC	Criterio de información de Akaike (*Akaike Information Criterion*)
ALS	*Alternating Least Squares* [Algoritmo]
APEX	*Adaptive Principal Component Extraction* [Algoritmo]
BER	Tasa de error en el bit (*Bit Error Rate*)
BIDS	*Blind Identification via Decorrelating Subchannels* [Algoritmo]
BSS	Separación ciega de fuentes (*Blind Source Separation*)
BPSK	*Binary Phase-Shift Keying* [Modulación]
CCA	Análisis de correlaciones canónicas (*Canonical Correlation Analysis*)
CMA	Algoritmo de módulo constante (*Constant Modulus Algorithm*)
CSI	Información sobre el estado del canal (*Channel State Information*)
DD	Guiado por decisión (*Decision Directed*)
EQx	Test de igualación (*Equalization Test*) [Modelo]
FER	Tasa de error en la trama (*Frame Error Rate*)

FIR	Respuesta finita al impulso (*Finite Impulse Response*)
GD	Descenso de gradiente (*Gradient Descent*)
GENVAR	Varianza generalizada (*Generalized Variance*)
GEV	Autovalores generalizado (*Generalized Eigenvalue*) [Problema]
HOS	Estadísticos de orden superior (*Higher-Order Statistics*)
ICA	Análisis en Componentes Independientes
ISI	Interferencia entre símbolos (*Inter-Symbol Interference*)
LDC	Código de dispersión lineal (*Linear Dispersion Code*)
LOS	Visión directa (*Line-Of-Sight*)
LS	Mínimos cuadrados (*Least Squares*)
LSS	*Least Squares Smoothing*
MAXVAR	Máxima Varianza
MDL	Descripción de mínima longitud (*Minimum Description Length*)
MIMO	Múltiples entradas y salidas (*Multiple-Input Multiple-Output*)
MINVAR	Mínima Varianza
MISO	Múltiples entradas y una salida (*Multiple-Input Single-Output*)
ML	Máxima verosimilitud (*Maximum Likelihood*)
MMSE	Mínimo error cuadrático medio (*Minimum Mean Square Error*)
MSE	Error cuadrático medio (*Mean Square Error*)
MSOSA	*Modified Second-Order Statistics Algorithm*
ODE	Ecuación diferencial ordinaria (*Ordinary Differential Equation*)
NIS	Subespacio sin intersección (*Non-Intersecting Subspace*) [OSTBC]
NLOS	Sin visión directa (*Non Line-Of-Sight*)
OSTBC	STBC Ortogonal
PCA	Análisis en Componentes Principales
PM	Método de potencias (*Power Method*)
QAM	*Quadrature Amplitude Modulation*
QOSTBC	STBC Quasi-ortogonal (*Quasi-Orthogonal STBC*)
QPSK	*Quadrature Phase-Shift Keying*
RLME	*Recursive Least M-Estimate* [Algoritmo]
RLS	*Recursive Least Squares* [Algoritmo]
SDR	*Semidefinite Ralaxation*
SIMO	Una entrada y múltiples salidas (*Single-Input Multiple-Output*)
SISO	Una entrada y una salida (*Single-Input Single-Output*)
SM	Multiplexado espacial (*Spatial Multiplexing*)
SNR	Relación señal a ruido (*Signal to Noise Ratio*)
SOS	Estadísticos de segundo orden (*Second-Order Statistics*)
SOSA	*Second-Order Statistics Algorithm*
SSQCOR	Suma de la Raíz Cuadrada de las Correlaciones
STBC	Codificación espacio-temporal por bloques (*Space-Time Block Coding*)
STTC	*Space-Time Trellis Codes*
SUMCOR	Suma de Correlaciones
SVD	Descomposición en Valores Singulares
SVM	Máquina de Vectores Soporte
TOSTBC	STBC de Traza Ortogonal
TR-STBC	*Time-Reversal STBC*
TU	Típico Urbano [Modelo]
V-BLAST	*Vertical Bell Labs Layered Space-Times*
WSS	Estacionario en sentido amplio (*Wide Sense Stationary*) [Proceso]
ZF	Cero forzado (*Zero Forcing*) [Igualador]

Parte I

Igualación Ciega en Sistemas MIMO sin Redundancia

Capítulo 1

Estima e Igualación Ciega de Canales MIMO Selectivos en Frecuencia

1.1. Introducción

En este capítulo se considera el caso de canales SIMO o MIMO selectivos en frecuencia y sin ningún tipo de precodificación o estructura en las señales fuente. Dichos canales suelen corresponderse con sistemas en los que se dispone de varios sensores o antenas receptoras. Sin embargo, debemos tener en cuenta que la diversidad en recepción puede provenir también del sobremuestreo de las señales de comunicaciones, transmitidas con exceso de ancho de banda [Xu95].

El modelo de señal para canales SIMO/MIMO se introduce en la Sección 1.2. En la Sección 1.3 se discuten las distintas posibilidades a la hora de realizar la detección de las señales transmitidas, siempre asumiendo que se dispone de un conocimiento exacto del estado del canal (*channel state information* o CSI). Sin embargo, en una situación práctica no se dispondrá de dicho conocimiento, por lo que se debe recurrir a métodos ciegos o basados en pilotos. En la Sección 1.4 se describen brevemente algunas de las principales técnicas para la estima e igualación ciega de canales SIMO/MIMO selectivos en frecuencia.

1.2. Modelo de Señal

Consideremos el sistema sin ruido mostrado en la Figura 1.1, donde las señales $x_1[n], \ldots, x_{n_R}[n]$, son las salidas de un canal MIMO de respuesta finita al impulso (*finite impulse response* o FIR) excitado por n_T señales $s_1[n], \ldots, s_{n_T}[n]$. Asumiendo un canal MIMO de longitud L, la relación entrada-salida se puede expresar como

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{H}[n] * \mathbf{s}[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}[l]\mathbf{s}[n-l],$$

donde $\mathbf{x}[n] = [x_1[n], \ldots, x_{n_R}[n]]^T$ es el vector de observaciones, $\mathbf{s}[n] = [s_1[n], \ldots, s_{n_T}[n]]^T$ es la señal de entrada y $\mathbf{H}[n] = [\mathbf{h}_1[n] \cdots \mathbf{h}_{n_T}[n]]$ es la matriz de canal, definida como

$$\mathbf{H}[n] = \begin{bmatrix} h_{11}[n] & \cdots & h_{1n_T}[n] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_R1}[n] & \cdots & h_{n_Rn_T}[n] \end{bmatrix},$$

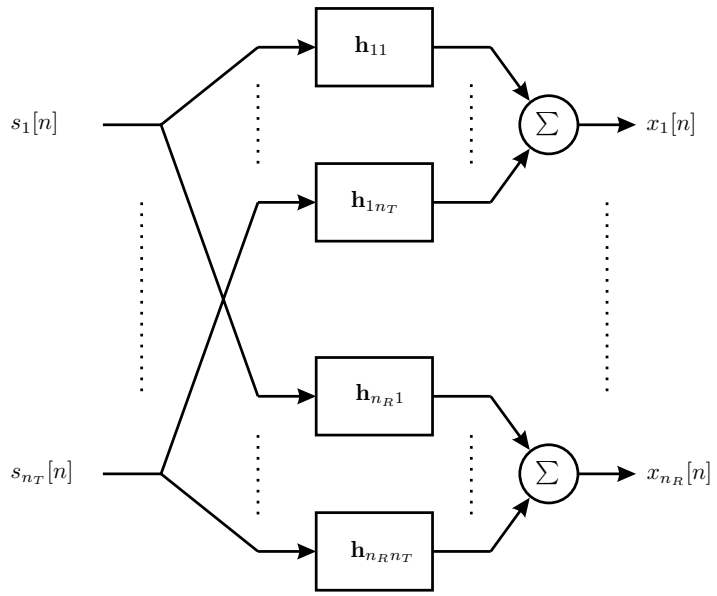

Figura 1.1: Sistema de múltiples entradas y salidas (MIMO).

donde $h_{ji}[n]$, $n = 0, \ldots, L-1$, denota la respuesta del canal entre la i-ésima antena transmisora y la j-ésima receptora. La función de transferencia asociada al modelo anterior es

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}[l] z^{-l},$$

y agrupando K observaciones sucesivas en el vector $\tilde{\mathbf{x}}[n] = \left[\mathbf{x}^T[n], \ldots, \mathbf{x}^T[n-K+1]\right]^T$ se obtiene

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \sum_{i=1}^{n_T} \mathcal{T}(\mathbf{H}_i)\tilde{\mathbf{s}}_i[n], \tag{1.1}$$

donde $\mathbf{H}_i = [\mathbf{h}_i[0] \cdots \mathbf{h}_i[L_i-1]]$ denota el canal SIMO-FIR de longitud L_i asociado a la i-ésima señal de entrada, $\tilde{\mathbf{s}}_i[n] = [s_i[n], \ldots, s_i[n-K-L_i+2]]^T$, y

$$\mathcal{T}(\mathbf{H}_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i[0] & \cdots & \mathbf{h}_i[L_i-1] & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{h}_i[0] & \cdots & \mathbf{h}_i[L_i-1] \end{bmatrix},$$

es la matriz de filtrado, de dimensiones $n_R K \times (K + L_i - 1)$, asociada al i-ésimo canal SIMO-FIR. A partir de (1.1) resulta evidente que el sistema MIMO se puede interpretar como la superposición de n_T sistemas SIMO. Además, a partir de ahora, y sin pérdida de generalidad, asumiremos que los canales SIMO están ordenados de manera que

$$L = L_1 \geq L_2 \geq \ldots \geq L_{n_T}.$$

Finalmente, (1.1) se puede expresar de una manera más compacta como

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \mathcal{T}(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{s}}[n], \tag{1.2}$$

donde $\tilde{\mathbf{s}}[n] = \left[\tilde{\mathbf{s}}_1^T[n], \ldots, \tilde{\mathbf{s}}_{n_T}^T[n]\right]^T$, y la matriz de filtrado del canal MIMO es

$$\mathcal{T}(\mathbf{H}) = \left[\mathcal{T}(\mathbf{H}_1) \cdots \mathcal{T}(\mathbf{H}_{n_T})\right].$$

1.3. Recepción Coherente

1.3.1. Detección de Máxima Verosimilitud

Asumiendo ruido blanco y Gaussiano, considerando un bloque de N observaciones, y suponiendo que se dispone de un conocimiento exacto del canal, el estimador de máxima verosimilitud de las señales transmitidas se basa en el siguiente problema de minimización

$$\underset{\hat{\mathbf{s}}[1-L],\ldots,\hat{\mathbf{s}}[N-1]}{\arg\min}\left(\sum_{n=0}^{N-1}\left\|\mathbf{x}[n]-\sum_{l=0}^{L-1}\mathbf{H}[l]\hat{\mathbf{s}}[n-l]\right\|^2\right),$$

sujeto a la restricción de que las señales estimadas pertenezcan a una determinada constelación de señal. Desafortunadamente, el coste computacional del problema anterior puede resultar prohibitivo, por lo que en este trabajo nos centraremos exclusivamente en técnicas de igualación lineal.

1.3.2. Igualación del Canal

En este apartado se asume un conocimiento exacto del canal y se presentan dos técnicas de igualación alternativas. Además, se muestra como los igualadores de mínimo error cuadrático medio (*minimum mean square error* o MMSE) se pueden estimar a partir de una secuencia de pilotos.

Igualadores de Cero Forzado (ZF)

Los igualadores de cero forzado (*zero forcing* o ZF) se limitan a evitar la interferencia entre las señales fuente. Así, considerando la i-ésima señal, el igualador ZF de retardo $k-1$ ($k=1,\ldots,K+L_i-1$) viene dado por el vector $\mathbf{w}_{ik}$ que, en ausencia de ruido, satisface

$$\mathbf{w}_{ik}^T\tilde{\mathbf{x}}[n]=s_i[n-k+1].$$

Aquí debemos notar que la existencia de igualadores para todas las señales y retardos no está siempre garantizada[1]. Sin embargo, bajo condiciones sencillas[2] la matriz $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ es completa en rango de columnas, lo que implica la existencia de una matriz $\mathbf{W}=[\mathbf{W}_1\cdots\mathbf{W}_{n_T}]$ tal que

$$\mathbf{W}^T\mathcal{T}(\mathbf{H})=[\mathbf{W}_1\cdots\mathbf{W}_{n_T}]^T\mathcal{T}(\mathbf{H})=\mathbf{I},$$

donde

$$\mathbf{W}_i=[\mathbf{w}_{i1}\cdots\mathbf{w}_{iM_i}],$$

y $M_i=K+L_i-1$ es el número de igualadores para la i-ésima señal. Es decir, en el caso de matrices $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ completas en rango de columnas, los igualadores ZF vienen dados por las columnas de su matriz pseudoinversa.

Igualadores de Mínimo Error Cuadrático Medio (MMSE)

El principal inconveniente de los igualadores ZF es que no tienen en cuenta el efecto del ruido, lo que en el caso de matrices $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ mal condicionadas se traduce en un problema de amplificación de ruido (*noise enhancement*). La solución a este problema viene dada por los igualadores de mínimo error cuadrático medio (*minimum mean square error* o MMSE), los cuales limitan el efecto del ruido a costa de permitir una ligera interferencia entre las señales. Así, considerando el caso de observaciones ruidosas, los igualadores MMSE $\mathbf{w}_{ik}$ se obtienen a partir de la minimización de la siguiente función de coste

$$J=E\left[\left(\tilde{\mathbf{x}}^T[n]\mathbf{w}_{ik}-s_i[n-k+1]\right)^2\right],$$

cuya solución viene dada por

$$\mathbf{w}_{ik}=\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}^*}^{-1}\mathbf{r}_{ik},$$

[1] Como ejemplo podemos considerar el caso de dos canales SIMO $\mathbf{H}_1=\mathbf{H}_2$.

[2] Las condiciones para que $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ sea completa en rango de columnas se analizan en los Apartados 1.4.3 y 3.2.2.

donde $\mathbf{r}_{ik} = E\left[\tilde{\mathbf{x}}^*[n]s_i[n-k+1]\right]$ y $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}^*} = E\left[\tilde{\mathbf{x}}^*[n]\tilde{\mathbf{x}}^T[n]\right]$ es la matriz de correlación de los vectores $\tilde{\mathbf{x}}^*[n]$. Finalmente, deberemos tener en cuenta lo siguiente:

- Los valores teóricos de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}^*}$ y $\mathbf{r}_{ik}$ no sólo dependen del canal MIMO, sino también de los SOS de las señales fuente y el ruido. Por lo tanto, a diferencia del caso ZF, la obtención de los igualadores MMSE teóricos requiere el conocimiento previo de dichos estadísticos.

- En la práctica $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}^*}$ y $\mathbf{r}_{ik}$ se pueden estimar a partir de un número finito de observaciones correspondientes a la transmisión de una secuencia de pilotos. Así, asumiendo secuencias de entrenamiento de longitud N

$$\mathbf{s}_i[n] = \underbrace{\left[s_i[n], s_i[n+1], \ldots, s_i[n+N-1]\right]^T}_{N\times 1}, \qquad i = 1, \ldots, n_T,$$

  y definiendo para $k = 1, \ldots, M_1$, las matrices

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n] = \underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{x}}[n+k-1] & \tilde{\mathbf{x}}[n+k] & \cdots & \tilde{\mathbf{x}}[n+k+N-2]\end{bmatrix}^T}_{N\times n_R K},$$

  la estima $\hat{\mathbf{w}}_{ik}$ de los igualadores MMSE se obtendrá simplemente como la solución de un problema de regresión de mínimos cuadrados (*least squares* o LS), es decir

$$\hat{\mathbf{w}}_{ik} = \tilde{\mathbf{X}}_k^+[n]\mathbf{s}_i[n]. \tag{1.3}$$

1.4. Estima e Igualación Ciega de Canales SIMO/MIMO

La estima e igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia es un problema frecuente en comunicaciones móviles e inalámbricas, el cual se puede resolver mediante técnicas basadas en estadísticos de orden superior (*higher-order statistics* o HOS) [Tugnait97,Li98,Papadias00,Giannakis01]. Sin embargo, la línea de investigación en igualación e identificación ciega recibió un nuevo impulso con el artículo pionero de Tong, Xu y Kailath [Tong91, Tong94], quienes demostraron por primera vez que para sistemas SIMO era posible la identificación e igualación ciega empleando únicamente estadísticos de segundo orden[3] (*second-order statistics* o SOS). Estos resultados fueron posteriormente generalizados al caso de canales MIMO [Ding01, Giannakis01].

La principal ventaja de las técnicas basadas en SOS reside en que, mientras la estima de los HOS suele requerir un número de observaciones relativamente grande, los SOS se pueden estimar de manera fiable a partir de un número reducido de datos. Esto se traduce en el hecho de que, de manera general, las técnicas de estima e igualación ciega basadas en SOS ofrecen mejores prestaciones que aquellas basadas en HOS. Adicionalmente, la resolución del problema de estima o igualación a partir de SOS permite la obtención de algoritmos independientes de la constelación de señal empleada. Por lo tanto, a partir de ahora nuestro estudio se centrará en las técnicas basadas en SOS.

En esta sección se introduce el problema de estima/igualación ciega de canales MIMO, con especial interés en los algoritmos deterministas, es decir, en aquellos que no imponen ninguna restricción sobre la correlación de las fuentes y que, en ausencia de ruido, son capaces de recuperar de manera exacta los coeficientes del canal o la señal, a partir de un número finito de observaciones. En concreto, en el Apartado 1.4.1 se hace una clasificación de las técnicas existentes en base a su naturaleza estocástica o determinista, así como a las suposiciones más comunes. Posteriormente, en el Apartado 1.4.2 se presenta la formulación estándar para la identificación ciega de canales SIMO, mientras que en el Apartado 1.4.3 se trata el caso de la igualación ciega de este tipo de canales. Finalmente, algunas de las técnicas de identificación e igualación ciega de canales MIMO existentes en la literatura se describen en el Apartado 1.4.4.

[3] Es justo también mencionar los trabajos simultáneos de William Gardner en esta misma línea [Gardner91].

1.4.1. Clasificación de las Técnicas Ciegas

El problema de estima e igualación ciega de canales MIMO-FIR ha dado lugar a un gran número de técnicas, tanto para el caso particular de canales SIMO, como para el problema general de sistemas MIMO. Las técnicas ciegas se pueden clasificar según varios criterios. El primero de ellos diferencia entre estima o igualación del canal:

- **Soluciones Indirectas**: Las soluciones indirectas [Xu95, Moulines95, Zeng04, An05a, An05b, Fang06b] se basan en la estima previa del canal. Dicha estima se empleará posteriormente para realizar la detección mediante alguna de las técnicas presentadas en la sección anterior.

- **Soluciones Directas**: Las técnicas directas [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99, Tsatsanis99, Zhu99, Afkhamie00, López-Valcarce01a, Sampath02, Fang06a, Gazzah06] son capaces de obtener los igualadores sin necesidad de estimar el canal previamente. Esto permite evitar la etapa de inversión del canal, lo que abre la posibilidad de aplicar estas técnicas en entornos adaptativos.

Un segundo criterio de clasificación consiste en la naturaleza estocástica o determinista de los algoritmos:

- **Técnicas Estocásticas**: Las técnicas estocásticas se basan en la estima previa de las matrices de correlación de las observaciones, y suelen requerir alguna suposición acerca de las entradas, tales como señales fuente con espectros de potencia diferentes [Ma00, Hua03, An05a], o conocidos a priori [Zeng04, Tugnait00, Tugnait98, Tugnait97, Fang06b, Kotoulas06, Gazzah02, Gorokhov99, Tsatsanis99, Zhu99, Afkhamie00, López-Valcarce01a, Gazzah06]. Esto implica que, para obtener estimas precisas, los métodos estocásticos necesitan un número de observaciones relativamente elevado.

- **Técnicas Deterministas**: Los métodos deterministas se basan directamente en las matrices de datos, y no en las matrices de correlación de estos. Estas técnicas no requieren ninguna suposición acerca del espectro de las señales fuente, por lo que, en ausencia de ruido, son capaces de obtener estimas exactas del canal o las fuentes, a partir de un número finito de observaciones. Sin embargo, con la excepción de [Sampath02], la mayoría de las técnicas deterministas se han propuesto para el caso de canales SIMO [Xu95, Hua96, Giannakis99, Tong99, Xu02, Sampath01].

Por último, las técnicas de identificación/igualación ciega se pueden clasificar en función de las condiciones de identificabilidad en las que se basan. Las condiciones más comunes son las siguientes:

- Matriz $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ completa en rango de columnas: [Li97, Gesbert97, Fang06a, Afkhamie00, López-Valcarce01a, Sampath01, Sampath02, Vía06c, Giannakis97b, Giannakis99, Ma00, An05b, Fang06b, Moulines95, Alberge06, Gazzah06].

- Señales fuente blancas y espacialmente incorreladas: [Zeng04, Tugnait00, Tugnait98, Tugnait97, Fang06b, Kotoulas06, Gazzah02, Gorokhov99, Tsatsanis99, Zhu99, Gazzah06].

- Señales fuente con espectro de potencia conocido y espacialmente incorreladas: [Afkhamie00, López-Valcarce01a].

- Señales fuente espacialmente incorreladas y con espectros de potencia diferentes: [Ma00, Hua03, An05a].

- Conocimiento previo (al menos parcialmente) de los HOS de las fuentes: [Li98, Sampath01, Papadias00, Tugnait97, Tugnait00, Alberge06].

- Canal MIMO con órdenes SIMO conocidos y diferentes (diversidad en el orden del canal): [Gorokhov97, An05b, Fang06b, López-Valcarce01c].

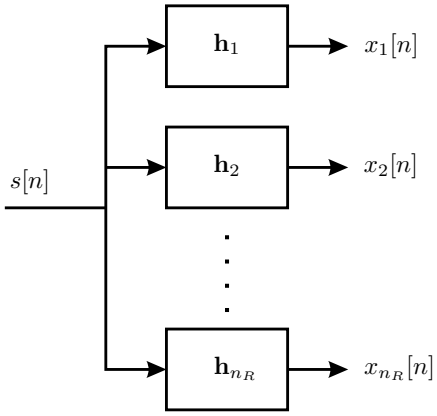

Figura 1.2: Modelo SIMO (*single-input multiple-output*).

1.4.2. Identificación Ciega de Canales SIMO

Desde el año 1991, se ha propuesto un gran número de algoritmos para resolver el problema de identificación ciega de canales SIMO (para una revisión de los más importantes se puede consultar [Tong98] o los libros [Giannakis01,Ding01]). La mayor parte de ellos, de una u otra manera, aprovechan la estructura de la matriz de correlación de las observaciones y, en algunos casos, la correlación de la señal de entrada. En particular, en [Moulines95] se demostró que a partir del espacio nulo de la matriz de canal era posible determinar los coeficientes del sistema SIMO. Esta idea dio lugar a los denominados métodos basados en subespacio, los cuales han sido ampliamente estudiados. En un caso con ruido es la ortogonalidad entre los subespacios de señal y ruido la que se explota para estimar los coeficientes de los filtros.

En este trabajo nos centraremos en las técnicas deterministas, las cuales fueron propuestas por Gurelli y Nikias en [Gurelli95] y simultáneamente, aunque con una aproximación al problema algo distinta, por Xu, Liu, Tong y Kailath [Xu95]. Estos métodos se basan en que el vector de coeficientes del canal es ortogonal al espacio nulo de una determinada matriz de datos, y no asumen ninguna estructura especial para la señal de entrada, pudiendo, por lo tanto, identificar el sistema SIMO con señales coloreadas.

Algoritmo LS para la Identificación Ciega de Canales SIMO

En este apartado se resume la técnica de identificación ciega propuesta en [Xu95]. El método requiere el conocimiento previo de la longitud del canal SIMO, permitiendo así relajar las condiciones sobre la señal fuente.

Supongamos el sistema de la Figura 1.2, donde $s[n]$ es una señal fuente que se envía a través de n_R canales FIR de longitud L. Considerando un bloque de N observaciones a la salida de cada canal podemos definir las matrices

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} x_k[n+L-1] & x_k[n+L-2] & \cdots & x_k[n] \\ x_k[n+L] & x_k[n+L-1] & \ddots & x_k[n+1] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_k[n+N-1] & x_k[n+N-2] & \cdots & x_k[n+N-L] \end{bmatrix}, \qquad k = 1, \ldots, n_R,$$

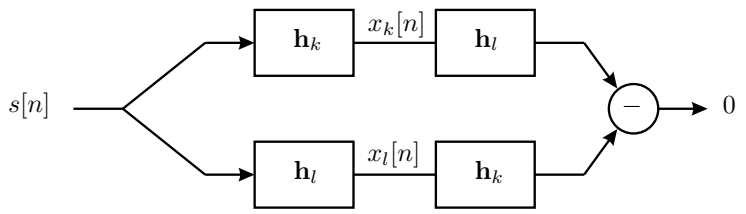

Figura 1.3: Identificación ciega LS de un sistema SIMO sin ruido.

y definiendo los vectores de respuesta al impulso como[4]

$$\mathbf{h}_k = [h_k[0], \ldots, h_k[L-1]]^T, \qquad k = 1, \ldots, n_R,$$

se puede demostrar de manera sencilla (ver Figura 1.3) que, en una situación sin ruido

$$\mathbf{X}_k \mathbf{h}_l = \mathbf{X}_l \mathbf{h}_k, \qquad k, l = 1, \ldots, n_R. \tag{1.4}$$

De una manera más formal, en [Xu95] se ha demostrado que las condiciones necesarias y suficientes para la identificación (con un factor de escala arbitrario) consisten en que el canal satisfaga la condición longitud-y-cero (*length-and-zero*) y que la señal fuente sea lo suficientemente compleja.

Condición 1.4.1 (Canal SIMO). *n_R canales FIR de longitud L satisfacen la condición longitud-y-cero si y sólo si*

a) $h_k[0] \neq 0$ y $h_l[L-1] \neq 0$, para algún $1 \leq k, l \leq n_R$.

b) Los n_R canales son coprimos, esto es, no comparten ningún cero común.

Condición 1.4.2 (Señal fuente). *La complejidad lineal $\mathcal{C}$ de la secuencia finita $s[n-L+1], \ldots, s[n+N-1]$ ha de satisfacer*

$$\mathcal{C} \geq L + \left\lceil \frac{(L-1)}{n_R} - 1 \right\rceil,$$

donde la complejidad lineal [Xu95] se define como el máximo orden r que proporciona una matriz de Toeplitz

$$\underbrace{\begin{bmatrix} s[n-L+r] & s[n-L+r-1] & \cdots & s[n-L+1] \\ s[n-L+r+1] & s[n-L+r] & \ddots & s[n-L+2] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ s[n+N-1] & s[n+N-2] & \cdots & s[n+N-r] \end{bmatrix}}_{(N+L-r)\times r},$$

completa en rango de columnas.

Teniendo en cuenta el ruido del canal, una solución aproximada a la ecuación (1.4) se puede encontrar por medio de una aproximación de mínimos cuadrados. Denotando la estima del canal k-ésimo como $\hat{\mathbf{h}}_k$, el método de mínimos cuadrados (LS) propuesto en [Xu95] minimiza la siguiente función de coste

$$J_{id} = \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{n_R} \left\| \mathbf{X}_k \hat{\mathbf{h}}_l - \mathbf{X}_l \hat{\mathbf{h}}_k \right\|^2, \tag{1.5}$$

[4] El subíndice correspondiente a la señal fuente ha sido omitido por simplicidad. En un caso general $\mathbf{h}_{ki}$ se corresponde con la k-ésima fila de la matriz SIMO $\mathbf{H}_i$.

sujeto a cierta restricción para evitar la solución trivial. Típicamente, se suele aplicar una restricción de norma unidad en los coeficientes del canal, y con esta restricción la estima del canal es colineal con el espacio nulo de una matriz de datos especial construida a partir de (1.5) [Xu95]. El estimador LS está estrechamente relacionado con otras técnicas basadas en subespacios [Moulines95], de hecho, para $n_R = 2$ ambos métodos son idénticos [Zeng96].

1.4.3. Igualación Ciega de Canales SIMO

En el apartado anterior se ha descrito una técnica para la estima ciega del canal SIMO, lo que supone una aproximación indirecta a la solución del problema. En este apartado se introduce la solución directa, es decir, la obtención de los igualadores ZF o MMSE sin necesidad de estimar previamente el canal. Esta diferencia puede resultar de vital importancia, por ejemplo, a la hora de igualar canales variantes en el tiempo.

De manera análoga al caso de estima ciega de canal, en este apartado nos centraremos en las técnicas de igualación deterministas [Giannakis99, Liu98, Liu94]. En concreto, se presentará el criterio en el que se basan varias técnicas de igualación para el caso SIMO [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99], y que en el Capítulo 3 extenderemos al caso de canales MIMO. Nuevamente, este criterio requiere el conocimiento a priori de la longitud L del canal SIMO, lo que permite la igualación del canal sin necesidad de imponer ninguna condición sobre el espectro de la señal de entrada.

Criterio de Igualación

Comenzaremos este apartado particularizando la ecuación (1.2) al caso SIMO

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \mathcal{T}(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{s}}[n], \tag{1.6}$$

donde $\tilde{\mathbf{s}}[n] = [s[n], \ldots, s[n-K-L+2]]^T$,

$$\mathcal{T}(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}[0] & \cdots & \mathbf{h}[L-1] & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{h}[0] & \cdots & \mathbf{h}[L-1] \end{bmatrix},$$

y donde el subíndice correspondiente a la señal fuente se ha omitido por simplicidad. Los métodos de igualación ciega que aquí se presentan se basan en las siguientes condiciones[5]:

Condición 1.4.3 (Canal SIMO). *La matriz de filtrado del canal SIMO $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ es completa en rango de columnas.*

Condición 1.4.4 (Señal fuente). *Para un determinado valor N, las matrices*

$$\mathbf{S}^{(r)}[m] = \begin{bmatrix} s[m] & s[m-1] & \cdots & s[m-r+1] \\ s[m+1] & s[m] & \ddots & s[m-r+2] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ s[m+N-1] & s[m+N-2] & \cdots & s[m+N-r] \end{bmatrix}, \tag{1.7}$$

son completas en rango de columnas, para $r = K + L$, y $m = n+1, \ldots, n+K+L-2$.

Resulta sencillo demostrar que, para satisfacer la Condición 1.4.3, los canales $\mathbf{h}_k$, $k = 1, \ldots, n_R$, han de ser coprimos. Además, la matriz de filtrado $\mathcal{T}(\mathbf{H})$, de dimensiones $n_R K \times (K+L-1)$ ha de ser alta, es decir, podemos establecer la siguiente condición necesaria en la longitud de los igualadores

$$K \geq \frac{L-1}{n_R - 1}.$$

[5] Estas condiciones se pueden ver como un caso particular de las presentadas en el Apartado 3.2.2 para el caso MIMO.

Por último, en [Gorokhov96,Meraim97] (ver también [Tugnait98]) se ha obtenido la condición suficiente

$$K \geq L - 1.$$

En cuanto a la Condición 1.4.4, la propiedad de las matrices definidas en (1.7) establece una condición de *excitación persistente*. Dicha condición se cumple con facilidad, y es asumida por la mayoría de las técnicas de identificación/igualación ciega. Por ejemplo, teniendo en cuenta la definición de complejidad lineal, la Condición 1.4.4 se satisface si y sólo si la complejidad lineal de las secuencias finitas $s[m-K-L+1], \ldots, s[m+N-1]$ es mayor o igual que $K+L$, para $m = n+1, \ldots, n+K+L-2$.

Tal y como se ha comentado con anterioridad, bajo la Condición 1.4.3, se puede encontrar una matriz $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \cdots \mathbf{w}_M]$, con $M = K + L - 1$, tal que $\mathbf{W}^T \mathcal{T}(\mathbf{H}) = \mathbf{I}$. Por lo tanto, cada columna $\mathbf{w}_k$ proporciona un igualador ZF con retardo $k - 1$, es decir, en ausencia de ruido tenemos

$$\mathbf{w}_k^T \tilde{\mathbf{x}}[n + k - 1] = s[n],$$

lo que implica

$$\mathbf{w}_k^T \tilde{\mathbf{x}}[n + k] = \mathbf{w}_l^T \tilde{\mathbf{x}}[n + l], \qquad k, l = 1, \ldots, M. \tag{1.8}$$

La formulación en (1.8) constituye la base para la obtención de igualadores ZF en el caso de canales SIMO [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99]. Típicamente, la diferencia entre las salidas de los igualadores se considera como función de coste, y para evitar la solución trivial se impone una restricción de norma unidad [Li97, Giannakis97b, Giannakis99], o una restricción lineal [Gesbert97], en los coeficientes de los igualadores. De esta forma, la señal original se puede recuperar con la única ambigüedad de un factor de escalado complejo, es decir, las soluciones de (1.8) satisfacen [Li96]

$$\mathbf{W}^T \mathcal{T}(\mathbf{H}) = a\mathbf{I}.$$

donde a es una constante compleja arbitraria.

La principal diferencia entre los métodos citados reside en la selección de la función de coste. Por ejemplo, en [Gesbert97, Li97] se considera la diferencia entre las salidas de igualadores consecutivos ($\mathbf{w}_k$ y $\mathbf{w}_{k+1}$); mientras que las técnicas en [Giannakis97b, Giannakis99] se basan en las diferencias entre la salida del igualador de retardo cero ($\mathbf{w}_1$) y todos los demás. Por último, en [Li97] también se presenta una solución que considera las diferencias entre las salidas de todos los pares de igualadores.

Otra diferencia interesante consiste en la selección del mejor igualador, o de la mejor combinación lineal de igualadores. Normalmente, este problema se resuelve en una segunda etapa. Así, en [Gesbert97] se propone emplear un igualador con un retardo moderado (por ejemplo $\mathbf{w}_{\lceil M/2 \rceil}$). En [Giannakis97b, Giannakis99] (ver también [Gazzah06]) los autores proponen un método para encontrar la combinación lineal de los igualadores ZF que proporcione un menor MSE. Por último, en [Fang06a] se propone la obtención, en una segunda etapa, de los igualadores MMSE a partir de las soluciones ZF.

Resumiendo: la mayoría de las técnicas de igualación ciega SIMO parten de (1.8) para encontrar un conjunto de igualadores con diferentes retardos. Una vez encontradas las estimas $\hat{\mathbf{w}}_k$ de estos igualadores, se obtendrán diferentes estimas de la señal fuente

$$\hat{s}_k[n] = \hat{\mathbf{w}}_k^T \tilde{\mathbf{x}}[n + k - 1], \qquad k = 1, \ldots, M.$$

Por último, la estima final de la señal de entrada se puede obtener mediante alguna combinación lineal de las salidas de los igualadores, por ejemplo

$$\hat{s}[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \hat{s}_k[n].$$

1.4.4. Extensión a Canales MIMO

En los apartados anteriores se han presentado dos criterios para la estima e igualación ciega de canales SIMO. Ambos criterios son deterministas y se basan en el conocimiento previo de la longitud del canal SIMO. Como ya se ha comentado, existe un gran número de técnicas ciegas para el caso general de sistemas MIMO. En este apartado se enumeran algunas de las más interesantes.

- En [Zhu99] los autores han propuesto una técnica estocástica para la obtención de los igualadores ZF. El método se basa en la suposición de señales fuente blancas e incorreladas y es capaz de reducir el problema a una mezcla instantánea de las señales fuente, la cual se resuelve por medio de alguna técnica de separación ciega de fuentes (*blind source separation* o BSS). Los principales inconvenientes de esta técnica residen en su carácter estocástico, que implica la necesidad de un mayor número de observaciones que el requerido por técnicas deterministas; y en la ambigüedad consistente en la mezcla instantánea de las señales a la salida.

- En [Hua03] se ha propuesto una técnica para la igualación e identificación ciega de canales MIMO-FIR, la cual se basa en la suposición de señales fuente incorreladas y con distintos espectros de potencia. El método consiste en la búsqueda de un conjunto de igualadores tales que las señales a su salida estén decorreladas (*Blind identification via decorrelating subchannels* o BIDS). Otras técnicas similares se han propuesto en [Ma00, An05a].

- En [Sampath02] se ha propuesto una técnica determinista para la igualación ciega de canales MIMO. El método propuesto se basa en el conocimiento a priori del orden del canal, que se asume igual para todos los subcanales SIMO. Bajo esta condición, el método es capaz de reducir el problema a una mezcla instantánea. Sin embargo, en el caso de canales SIMO de distintas longitudes, la técnica sólo es capaz de extraer la señal afectada por el canal de mayor longitud. Estos problemas se ilustran en el Capítulo 3 por medio de varios ejemplos numéricos.

- En [López-Valcarce01c] los autores han propuesto un método estocástico para la igualación ciega de canales MIMO, el cual se basa en la propiedad de diversidad en el orden del canal, es decir, en la presencia de canales SIMO con diferentes longitudes. De manera análoga a las técnicas de estima e igualación de canales SIMO presentadas en los apartados anteriores, el método en [López-Valcarce01c] requiere el conocimiento a priori del orden del canal. El principal inconveniente de la técnica propuesta consiste en que sólo considera la extracción de las señales afectadas por los canales SIMO de mayor longitud. Finalmente, la diversidad en el orden del canal también ha permitido desarrollar varias técnicas para la estima ciega de canales MIMO-FIR [Gorokhov97, An05b, Fang06b].

Capítulo 2

Análisis de Correlaciones Canónicas

2.1. Introducción

En este capítulo se introduce la técnica de análisis de correlaciones canónicas (*canonical correlation analysis* o CCA), la cual se aplicará posteriormente al problema de igualación ciega de canales MIMO. En su versión más sencilla, CCA consiste en la búsqueda de las proyecciones de máxima correlación entre dos conjuntos de datos [Hotelling36]. Por otra parte, existen diversas generalizaciones de CCA al caso de varios conjuntos de datos [Kettenring71, Gifi90, Hardoon04] o de correlaciones no lineales [Hardoon04, Hsieh00, Lai00]. En este capítulo nos centraremos exclusivamente en el caso de correlaciones lineales, en la generalización de CCA a varios conjuntos de datos, y en el desarrollo de algoritmos CCA eficientes.

En la Sección 2.2 se hace una revisión de CCA, desde su formulación clásica para el caso de dos conjuntos de datos [Hotelling36], hasta las diversas generalizaciones a varios conjuntos de datos [Kettenring71, Gifi90, Hardoon04], con especial interés en las generalizaciones de máxima (MAXVAR) y mínima (MINVAR) varianza [Kettenring71].

En la Sección 2.3 se propone una nueva generalización de CCA a varios conjuntos de datos. Esta generalización, basada en una definición intuitiva de la correlación entre varias señales, es equivalente a la técnica MAXVAR, y sus soluciones vienen dadas por un problema de autovalores generalizado (*generalized eigenvalue problem* o GEV) equivalente al del caso de dos conjuntos de datos. En la Sección 2.4, el problema CCA se reformula como un conjunto de problemas de regresión de mínimos cuadrados (*least squares* o LS), lo que permite el desarrollo de algoritmos CCA eficientes. En concreto, la aplicación directa del algoritmo RLS (*recursive least squares*) proporciona un nuevo algoritmo CCA adaptativo para varios conjuntos de datos. Finalmente, el rendimiento del algoritmo propuesto es evaluado en la Sección 2.5, y las principales conclusiones se resumen en la Sección 2.6.

2.2. Análisis de Correlaciones Canónicas (CCA)

El análisis de correlaciones canónicas es una técnica estándar en el análisis estadístico multivariable que ha encontrado aplicación en campos como la economía, meteorología, teoría de la comunicación [Dogandzic02], análisis en componentes independientes (*independent component analysis* o ICA) [Bach02], separación ciega de fuentes (*blind source separation* o BSS) [Friman03], y tratamiento estadístico de señales [Dogandzic03, Scharf98, Hua01, Schreier06].

Una de las características principales de CCA viene dada por su invarianza frente a transformaciones lineales de los datos. Adicionalmente, se ha demostrado que, en el caso de dos conjuntos de datos, las figuras de mérito comúnmente empleadas en inferencia de segundo orden y comunicación sobre canales Gaussianos, esto es, tasa de información (información mutua), volumen de la elipse de concentración del error, y dependencia lineal, quedan definidas por las correlaciones canónicas asociadas a los canales [Scharf00]. Además, las coordenadas canónicas constituyen la mejor base

posible cuando el objetivo es optimizar una de las medidas anteriores bajo una restricción en el rango [Scharf98, Hua01, Schreier06].

En esta sección se hace una revisión de CCA. En el Apartado 2.2.1 se presenta el problema original, consistente en la maximización de la correlación entre proyecciones de dos conjuntos de datos. Además, mediante la imposición de restricciones de ortogonalidad, se extraerán soluciones CCA sucesivas. Finalmente, el caso de varios conjuntos de datos se aborda en el Apartado 2.2.2. Aquí, las distintas medidas de la *correlación* o similitud entre varias señales, darán lugar a distintas generalizaciones de CCA, de entre las cuales destacaremos aquellas basadas en el análisis en componentes principales (*principal component analysis* o PCA), en particular las generalizaciones MAXVAR y MINVAR propuestas en [Kettenring71].

2.2.1. Formulación Original

Dadas dos matrices de datos $\mathbf{X}_1 \in \mathbb{R}^{N\times m_1}$ y $\mathbf{X}_2 \in \mathbb{R}^{N\times m_2}$ completas en rango de columnas, CCA se define como el problema de encontrar dos vectores canónicos: $\mathbf{h}_1 \in \mathbb{R}^{m_1\times 1}$ y $\mathbf{h}_2 \in \mathbb{R}^{m_2\times 1}$, tales que se maximice la correlación entre las variables canónicas $\mathbf{z}_1 = \mathbf{X}_1\mathbf{h}_1$ y $\mathbf{z}_2 = \mathbf{X}_2\mathbf{h}_2$, es decir,

$$\underset{\mathbf{h}_1,\mathbf{h}_2}{\arg\,\text{máx}} \;\; \rho = \frac{\mathbf{z}_1^T\mathbf{z}_2}{\|\mathbf{z}_1\|\|\mathbf{z}_2\|} = \frac{\mathbf{h}_1^T\mathbf{R}_{12}\mathbf{h}_2}{\sqrt{\mathbf{h}_1^T\mathbf{R}_{11}\mathbf{h}_1\mathbf{h}_2^T\mathbf{R}_{22}\mathbf{h}_2}}, \tag{2.1}$$

donde $\mathbf{R}_{kl} = \mathbf{X}_k^T\mathbf{X}_l$ se puede ver como una estima escalada de la matriz de correlación cruzada. El problema (2.1) es equivalente a maximizar la correlación canónica

$$\rho = \mathbf{z}_1^T\mathbf{z}_2 = \mathbf{h}_1^T\mathbf{R}_{12}\mathbf{h}_2,$$

sujeto a las restricciones

$$\|\mathbf{z}_1\| = \|\mathbf{z}_2\| = 1. \tag{2.2}$$

De manera análoga, el problema anterior se puede reformular en base a la siguiente función de coste basada en distancias

$$J = \frac{1}{2}\|\mathbf{X}_1\mathbf{h}_1 - \mathbf{X}_2\mathbf{h}_2\|^2 = \frac{\|\mathbf{z}_1\|^2 + \|\mathbf{z}_2\|^2}{2} - \rho,$$

la cual, sujeta a la restricción (2.2), implica $J = 1 - \rho$. La solución a estos problemas viene dada por el autovector asociado al mayor autovalor del siguiente problema GEV [Borga98]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\mathbf{h} = \rho \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix}\mathbf{h},$$

donde ρ es la correlación canónica y $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T]^T$ es el autovector asociado.

Soluciones CCA Sucesivas

La relación lineal entre los dos conjuntos de datos no queda completamente caracterizada por las proyecciones de máxima correlación, lo que sugiere la idea de obtener nuevas proyecciones en base a alguna restricción de ortogonalidad. Así, definiendo $p \leq \text{mín}(m_1, m_2)$ como el número de soluciones CCA a extraer, y denotando los i-ésimos vectores y variables canónicas como $\mathbf{h}_1^{(i)}$, $\mathbf{h}_2^{(i)}$ y $\mathbf{z}_1^{(i)} = \mathbf{X}_1\mathbf{h}_1^{(i)}$, $\mathbf{z}_2^{(i)} = \mathbf{X}_2\mathbf{h}_2^{(i)}$, respectivamente; se tratará de maximizar, de manera sucesiva, las correlaciones canónicas

$$\rho^{(i)} = \mathbf{z}_1^{(i)T}\mathbf{z}_2^{(i)} = \mathbf{h}_1^{(i)T}\mathbf{R}_{12}\mathbf{h}_2^{(i)}, \qquad i = 1, \ldots, p,$$

sujeto a

$$\|\mathbf{z}_1^{(i)}\| = \|\mathbf{z}_2^{(i)}\| = 1, \qquad i = 1, \ldots, p, \tag{2.3}$$

y a las nuevas restricciones de ortogonalidad

$$\mathbf{z}_k^{(i)T}\mathbf{z}_l^{(j)} = 0, \qquad k, l = 1, 2, \qquad i \neq j. \tag{2.4}$$

Nuevamente, la solución de los problemas anteriores se obtiene a partir del GEV [Borga98]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{h}^{(i)} = \rho^{(i)} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{h}^{(i)}, \tag{2.5}$$

donde $\rho^{(i)}$ es la i-ésima correlación canónica y $\mathbf{h}^{(i)} = [\mathbf{h}_1^{(i)T}, \mathbf{h}_2^{(i)T}]^T$ es el autovector asociado.

Discusión Adicional

En el apartado anterior se ha introducido la formulación básica de CCA. Otras propiedades y aplicaciones de CCA de dos conjuntos de datos se pueden encontrar en [Borga98, Scharf98, Scharf00, Hua01, Schreier06]. Aquí conviene remarcar lo siguiente:

- Una de las propiedades básicas de CCA es que es una técnica invariante a transformaciones lineales de los conjuntos de datos. Específicamente, las soluciones (correlaciones y variables canónicas) al problema CCA con matrices de datos $\mathbf{X}_1\mathbf{A}_1$ y $\mathbf{X}_2\mathbf{A}_2$, donde $\mathbf{A}_1 \in \mathbb{R}^{m_1 \times m_1}$ y $\mathbf{A}_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times m_2}$ son matrices no singulares, son las mismas que las del problema original con matrices de datos $\mathbf{X}_1$ y $\mathbf{X}_2$. Esta propiedad resulta de especial relevancia a la hora de demostrar que las coordenadas canónicas constituyen la base óptima para la reducción de rango bajo diferentes criterios [Scharf98, Hua01, Schreier06].

- En la formulación original de CCA se emplean las restricciones en la energía de las variables canónicas dadas por (2.3). Sin embargo, se puede demostrar (ver Sección 2.3) que la maximización de $\rho^{(i)}$ sujeto a la restricción

$$\frac{\|\mathbf{z}_1^{(i)}\|^2 + \|\mathbf{z}_2^{(i)}\|^2}{2} = 1, \tag{2.6}$$

  da lugar a las mismas soluciones que la formulación original de CCA. Así, aunque en general (2.3) establece unas restricciones más estrictas que (2.6), en el caso de CCA de dos conjuntos de datos, ambas condiciones son equivalentes.

- De manera análoga, la formulación original de CCA se basa en las restricciones de ortogonalidad dadas en (2.4). Sin embargo, la sustitución de estas restricciones por

$$\mathbf{z}^{(i)T}\mathbf{z}^{(j)} = 0, \qquad i \neq j, \tag{2.7}$$

  donde $\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{z}_1^{(i)} + \mathbf{z}_2^{(i)}\right)$, da lugar a las mismas soluciones. De esta manera, en el caso de CCA de dos conjuntos de datos, las restricciones (2.4) y (2.7) son equivalentes.

- En el caso de dos conjuntos de datos, un cambio en el signo de uno de los vectores canónicos se traduce en un cambio en el signo de la correlación canónica, es decir, si $\mathbf{h}^{(i)} = [\mathbf{h}_1^{(i)T}, \mathbf{h}_2^{(i)T}]^T$ es el autovector correspondiente al autovalor $\rho^{(i)}$, entonces $\mathbf{h}^{(m-i)} = [\mathbf{h}_1^{(i)T}, -\mathbf{h}_2^{(i)T}]^T$ es el autovector asociado al autovalor $\rho^{(m-i)} = -\rho^{(i)}$, con $m = m_1 + m_2$. De esta manera, CCA se puede formular también a partir de la minimización de la correlación canónica. Aunque esta equivalencia resulta trivial para el caso de dos conjuntos de datos, posteriormente se mostrará que el planteamiento de CCA como un problema de maximización o minimización da lugar a distintas generalizaciones de CCA para varios conjuntos de datos.

- Aunque aquí se ha planteado CCA como un conjunto de problemas de optimización sucesivos, dichos problemas se pueden reformular de manera simultánea [Hardoon04]. Así, denotando $\mathbf{H}_k = \left[\mathbf{h}_k^{(1)} \cdots \mathbf{h}_k^{(p)}\right] \mathbf{Q}$ para $k = 1, 2$, donde $\mathbf{Q}$ es una matriz de indeterminación unitaria, CCA se puede formular como el problema de encontrar dos matrices $\mathbf{H}_1$ y $\mathbf{H}_2$ que maximicen

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{p} \rho^{(i)} = \mathrm{Tr}\left(\mathbf{\Gamma}\right), \tag{2.8}$$

sujeto a las restricciones (2.3) y (2.4), y donde

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{H}_1^T \mathbf{R}_{12} \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \rho^{(1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \rho^{(p)} \end{bmatrix}.$$

Así, la maximización de (2.8) es equivalente a minimizar

$$J = \frac{1}{2} \|\mathbf{X}_1 \mathbf{H}_1 - \mathbf{X}_2 \mathbf{H}_2\|^2 = p - \Gamma.$$

2.2.2. Extensiones Clásicas a Varios Conjuntos de Datos

En este apartado se revisan distintas generalizaciones de CCA a varios conjuntos de datos, con especial interés en las generalizaciones propuestas en [Kettenring71]. Todas las generalizaciones que aquí se presentan conservan la propiedad de invarianza frente a transformaciones lineales de los conjuntos de datos, es decir, las soluciones CCA solamente dependen de los subespacios definidos por las diferentes matrices de datos. Además, se puede demostrar que, en el caso de dos conjuntos de datos, todas las generalizaciones se reducen al problema CCA original.

Generalización CCA de Máxima Varianza (MAXVAR)

La generalización CCA de máxima varianza (MAXVAR) fue propuesta por Horst [Horst61a]. Dados M conjuntos de datos $\mathbf{X}_k \in \mathbb{R}^{N \times m_k}$ $(k = 1, \ldots, M)$, en [Kettenring71] se define la generalización MAXVAR como el problema de encontrar, de manera sucesiva, un conjunto de vectores $\mathbf{f}_k^{(i)} \in \mathbb{R}^{m_k \times 1}$ y las correspondientes proyecciones $\mathbf{y}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k \mathbf{f}_k^{(i)}$, que admitan la mejor representación PCA unidimensional posible $\mathbf{z}^{(i)}$, todo ello sujeto a restricciones de energía unidad $\|\mathbf{y}_k^{(i)}\| = 1$, y a restricciones de ortogonalidad tales como[1] $\mathbf{z}^{(i)T}\mathbf{z}^{(j)} = 0$ para $j = 1, \ldots, i-1$. De esta forma, la función de coste a minimizar es

$$J(\mathbf{f}^{(i)}) = \min_{\mathbf{z}^{(i)}, \mathbf{a}^{(i)}} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \|\mathbf{z}^{(i)} - a_k^{(i)} \mathbf{y}_k^{(i)}\|^2, \tag{2.9}$$

donde $\mathbf{f}^{(i)} = [\mathbf{f}_1^{(i)T}, \ldots, \mathbf{f}_M^{(i)T}]^T$, y $\mathbf{a}^{(i)} = [a_1^{(i)}, \ldots, a_M^{(i)}]^T$ es el vector que proporciona los pesos para la mejor combinación de las salidas. Finalmente, para evitar la solución trivial ($\mathbf{z}^{(i)} = \mathbf{0}$, $\mathbf{a}^{(i)} = \mathbf{0}$), se impondrá una restricción en la energía de $\mathbf{z}^{(i)}$ o $\mathbf{a}^{(i)}$. En particular, impondremos $\|\mathbf{a}^{(i)}\|^2 = M$, aunque otras restricciones como $\|\mathbf{a}^{(i)}\| = 1$ o $\|\mathbf{z}^{(i)}\| = 1$ conducirán a versiones escaladas de la misma solución.

Tomando la derivada de (2.9) respecto a $\mathbf{z}^{(i)}$ e igualando a cero se obtiene

$$\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M} \mathbf{Y}^{(i)} \mathbf{a}^{(i)}, \tag{2.10}$$

donde $\mathbf{Y}^{(i)} = [\mathbf{y}_1^{(i)} \cdots \mathbf{y}_M^{(i)}]$. Finalmente, sustituyendo (2.10) en (2.9), la función de coste resulta

$$J(\mathbf{f}^{(i)}) = 1 - \left\|\mathbf{z}^{(i)}\right\|^2 = 1 - \frac{\mathbf{a}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}\mathbf{a}^{(i)}}{M^2} = 1 - \beta^{(i)}.$$

En [Kettenring71], las soluciones $\mathbf{f}^{(i)}, \mathbf{a}^{(i)}$ se obtienen a partir de la descomposición en valores singulares (*singular value decomposition* o SVD) de $\mathbf{X}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^T$, donde $\mathbf{U}_k \in \mathbb{R}^{N \times m_k}$, $\mathbf{V}_k \in \mathbb{R}^{m_k \times m_k}$ son matrices unitarias y $\mathbf{\Sigma}_k$ es una matriz diagonal conteniendo los valores singulares. Así, podemos escribir

$$\mathbf{y}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k \mathbf{f}_k^{(i)} = \mathbf{U}_k \mathbf{g}_k^{(i)},$$

[1] La obtención de soluciones CCA sucesivas podría basarse en otras restricciones de ortogonalidad, por ejemplo $\mathbf{y}_k^{(i)T}\mathbf{y}_k^{(j)} = 0$ para $i \neq j$, $k = 1, \ldots, M$.

donde, debido a la restricción $\|\mathbf{y}_k^{(i)}\| = 1$, $\mathbf{g}_k^{(i)} = \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^T \mathbf{f}_k^{(i)}$ es un vector de norma unidad. Definiendo la matriz $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1 \cdots \mathbf{U}_M]$, $\beta^{(i)}$ se puede reescribir como

$$\beta^{(i)} = \left\|\mathbf{z}^{(i)}\right\|^2 = \frac{1}{M^2}\mathbf{b}^{(i)T}\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{b}^{(i)},$$

donde $\mathbf{b}^{(i)} = [\mathbf{b}_1^{(i)T}, \ldots, \mathbf{b}_M^{(i)T}]^T$, con $\mathbf{b}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{g}_k^{(i)}$, lo que implica $\|\mathbf{b}^{(i)}\|^2 = M$.

Tras la SVD, la solución $\mathbf{b}^{(i)}$ que satisface las condiciones de ortogonalidad $\mathbf{z}^{(i)T}\mathbf{z}^{(j)} = 0$ ($j = 1, \ldots, i-1$) es el autovector de $\mathbf{U}^T\mathbf{U}/M$ asociado a su i-ésimo mayor autovalor $\beta^{(i)}$. Además, definiendo la matriz unitaria

$$\mathbf{G}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1^{(i)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{g}_M^{(i)} \end{bmatrix},$$

y escribiendo $\mathbf{b}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}\mathbf{a}^{(i)}$, se obtiene

$$\frac{1}{M}\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}\mathbf{a}^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{G}^{(i)T}\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{b}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{a}^{(i)},$$

lo que implica que $\beta^{(i)}$ es un autovalor (no necesariamente el i-ésimo) de $\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}/M$, y $\mathbf{a}^{(i)}$ es el autovector asociado.

Finalmente, la extensión de la generalización MAXVAR a conjuntos de datos complejos resulta directa y, tal como se muestra en el Apéndice A.1.2, las soluciones se pueden obtener, sin necesidad de la descomposición SVD, a partir de las matrices de datos $\mathbf{X}_k$.

Otras Generalizaciones

La generalización CCA-MAXVAR presentada en el apartado anterior es, a nuestro modo de ver, una de las generalizaciones CCA más interesantes debido a su interpretación PCA, su sencilla resolución y, como veremos posteriormente, su aplicabilidad a la igualación ciega de canales MIMO. Sin embargo, existen varias generalizaciones alternativas, las cuales se enumeran a continuación.

1. **Mínima Varianza (MINVAR)** De forma análoga al caso MAXVAR, en [Kettenring71] se define la generalización CCA de mínima varianza (MINVAR) como el problema de encontrar sucesivamente un conjunto de vectores $\mathbf{f}_k^{(i)}$, y las correspondientes proyecciones $\mathbf{y}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k\mathbf{f}_k^{(i)}$, que admitan la mejor representación PCA ($M-1$)-dimensional, todo ello sujeto a las restricciones $\|\mathbf{y}_k^{(i)}\| = 1$ y $\mathbf{z}^{(i)T}\mathbf{z}^{(j)} = 0$ para $j = 1, \ldots, i-1$. La solución de este problema se obtiene de manera análoga a la solución MAXVAR. Específicamente, las soluciones MINVAR vienen dadas por los autovectores asociados a los menores autovalores de la matriz $\mathbf{U}^T\mathbf{U}/M$ definida en el apartado anterior. Aunque CCA-MINVAR no se ha aplicado a la resolución de los problemas de estima e igualación ciega abordados en esta Tesis, en el Apéndice A.2 se propone un algoritmo bloque y su versión adaptativa para la obtención de las soluciones CCA-MINVAR. Los algoritmos se basan en la reformulación de CCA-MINVAR como un conjunto de problemas de regresión acoplados, y podrían resultar de gran interés en ciertos problemas de comunicaciones y procesado de señal.

2. **El Sistema de Gifi**: En [Gifi90], el autor propone una generalización de los problemas MAXVAR y MINVAR (un buen resumen se puede consultar en [Michailidis98]) que consiste en encontrar sucesivamente el conjunto de proyecciones que admita la mejor aproximación P-dimensional posible. Obviamente, en los casos particulares $P = 1$ y $P = M - 1$, el sistema de Gifi se reduce a las generalizaciones MAXVAR y MINVAR, respectivamente. En un caso general, la solución del sistema de Gifi se obtiene mediante un algoritmo de mínimos cuadrados alternante (*Alternating Least Squares* o ALS), el cual presenta el problema de poder converger a mínimos locales [Michailidis98].

3. **Suma de Correlaciones (SUMCOR)**: El método de suma de correlaciones fue introducido por Horst en 1961 [Horst61b]. En esta generalización se trata de encontrar los vectores $\mathbf{f}_k$ y las proyecciones $\mathbf{y}_k = \mathbf{X}_k\mathbf{f}_k$, con $\|\mathbf{y}_k\| = 1$, que minimicen la siguiente función de coste

$$J_{SC}(\mathbf{f}) = \min_{\mathbf{z}} \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \|\mathbf{z} - a_k\mathbf{y}_k\|^2,$$

donde, a diferencia de (2.9), a_k son parámetros del modelo fijados a priori. De esta manera, SUMCOR se puede interpretar como un caso particular de MAXVAR en el que los pesos a_k son fijos, o en otras palabras, MAXVAR se puede interpretar como una generalización de SUMCOR en la que se optimizan los pesos a_k. Finalmente, en ambos casos la función a maximizar es $\mathbf{a}^T\mathbf{Y}^T\mathbf{Y}\mathbf{a}$, es decir, una suma ponderada de las correlaciones entre las proyecciones $\mathbf{y}_k$. En particular, para $\mathbf{a} = [1, \ldots, 1]^T$, el problema se reducirá a encontrar las proyecciones $\mathbf{y}_k$ que proporcionen una mayor suma de las correlaciones.

4. **Suma de Correlaciones al Cuadrado (SSQCOR)**: Esta generalización fue propuesta por Kettenring [Kettenring71] como una forma de combinar las ventajas de los métodos de máxima y mínima varianza. El método pretende maximizar los mayores autovalores de la matriz $\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}/M$ (análogamente a MAXVAR) a la vez que se minimizan los autovalores más pequeños (de forma análoga a MINVAR). El criterio empleado para conseguir este objetivo es el de maximizar la suma de los cuadrados de los autovalores de $\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}/M$.

5. **Varianza Generalizada (GENVAR)**: Esta técnica fue propuesta en [Steel51], y se puede interpretar como una alternativa al método SSQCOR. En esta ocasión, el criterio consiste en minimizar el producto de los autovalores de $\mathbf{Y}^{(i)T}\mathbf{Y}^{(i)}/M$.

2.3. Generalización Propuesta

En esta sección se propone una nueva generalización de CCA a varios conjuntos de datos complejos. La técnica se basa en la idea original de maximizar la correlación entre proyecciones de los distintos conjuntos de datos. Adicionalmente se demuestra que, aunque obtenida de manera independiente, la generalización propuesta es equivalente al método MAXVAR [Kettenring71]. Por lo tanto, el criterio propuesto preserva la propiedad de invarianza frente a transformaciones lineales y, en el caso de dos conjuntos de datos, es equivalente a la formulación CCA estándar.

2.3.1. Formulación Básica

Supongamos M matrices de datos complejos $\mathbf{X}_k \in \mathbb{C}^{N\times m_k}$ completas en rango de columnas. Definiendo los vectores y variables canónicas como $\mathbf{h}_k^{(i)}$ y $\mathbf{z}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k\mathbf{h}_k^{(i)}$, respectivamente, la generalización de CCA se puede formular como el problema de maximizar la correlación canónica generalizada

$$\rho^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \rho_k^{(i)},$$

donde

$$\rho_k^{(i)} = \frac{1}{M-1}\sum_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{M} \rho_{kl}^{(i)},$$

proporciona una medida de la correlación asociada al k-ésimo conjunto de datos, $\rho_{kl}^{(i)} = \mathbf{z}_k^{(i)H}\mathbf{z}_l^{(i)} = \mathbf{h}_k^{(i)H}\mathbf{R}_{kl}\mathbf{h}_l^{(i)}$, y $\mathbf{R}_{kl} = \mathbf{X}_k^H\mathbf{X}_l$ es la estima escalada de la matriz de correlación cruzada.

De manera análoga al caso de dos conjuntos de datos, la solución trivial se evitará por medio de la siguiente restricción en la energía de las variables canónicas

$$\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \|\mathbf{z}_k^{(i)}\|^2 = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \mathbf{h}_k^{(i)H}\mathbf{R}_{kk}\mathbf{h}_k^{(i)} = 1, \tag{2.11}$$

y definiendo $\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)}$, la obtención de soluciones CCA sucesivas se basará en las siguientes condiciones de ortogonalidad

$$\mathbf{z}^{(i)H}\mathbf{z}^{(j)} = 0, \qquad i \neq j. \tag{2.12}$$

Nuevamente, la restricción (2.11) permite reformular CCA como el problema de minimizar la siguiente función de coste cuadrática

$$J^{(i)} = \frac{1}{2M(M-1)}\sum_{k,l=1}^{M}\left\|\mathbf{X}_k\mathbf{h}_k^{(i)} - \mathbf{X}_l\mathbf{h}_l^{(i)}\right\|^2 = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\|\mathbf{z}_k^{(i)}\|^2 - \rho^{(i)},$$

sujeta a las restricciones (2.11) y (2.12), lo cual implica $J^{(i)} = 1 - \rho^{(i)}$.

Finalmente, debemos notar las siguientes diferencias respecto al caso de dos conjuntos de datos:

- La restricción (2.11) en la suma de la energía de las variables canónicas no implica $\|\mathbf{z}_k^{(i)}\| = 1$ para $k = 1, \ldots, M$.
- Análogamente, la restricción de ortogonalidad (2.12) no implica $\mathbf{z}_k^{(i)H}\mathbf{z}_l^{(j)} = 0$ para $k \neq l$, $i \neq j$, lo cual sólo se cumple en el caso de dos conjuntos de datos.
- En un caso general ($M > 2$), un cambio en el signo de uno de los vectores canónicos no se traduce en un simple cambio de signo en la correlación canónica generalizada. Esto es lo que hace que el problema propuesto, es decir, la maximización de la correlación canónica generalizada, no conduzca a las mismas soluciones que la minimización de dicho parámetro.

2.3.2. Equivalencia con MAXVAR

En el apartado anterior se ha propuesto una generalización de CCA basada en la maximización de la correlación canónica generalizada $\rho^{(i)}$. Dicha generalización es equivalente a la técnica MAXVAR presentada en el Apartado 2.2.2, y las soluciones vienen dadas por un problema GEV similar a (2.5). En este apartado se presenta el problema GEV asociado y se analiza la equivalencia al método MAXVAR. Los detalles matemáticos se encuentran en el Apéndice A.1.

Definiendo los vectores $\mathbf{h}^{(i)} = [\mathbf{h}_1^{(i)T}, \ldots, \mathbf{h}_M^{(i)T}]^T$, y las matrices

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \cdots & \mathbf{R}_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{M1} & \cdots & \mathbf{R}_{MM} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{R}_{MM} \end{bmatrix}, \tag{2.13}$$

las soluciones al problema CCA generalizado se obtienen a partir del siguiente problema GEV

$$\frac{1}{M}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)}, \tag{2.14}$$

donde

$$\beta^{(i)} = \frac{1 + (M-1)\rho^{(i)}}{M}, \tag{2.15}$$

y $\rho^{(i)}$ es la correlación canónica generalizada. Por lo tanto, los vectores canónicos $\mathbf{h}_k^{(i)}$ que maximizan la correlación $\rho^{(i)}$ vienen dados por los autovectores asociados a los mayores autovalores del problema GEV (2.14).

Es de destacar que las soluciones al problema MAXVAR definido en el Apartado 2.2.2 también vienen dadas por los autovectores asociados a los mayores autovalores de (2.14). En concreto, la relación entre la correlación canónica $\rho^{(i)}$ y el autovalor PCA $\beta^{(i)}$ viene dada por (2.15), mientras que los vectores canónicos satisfacen

$$\mathbf{h}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{f}_k^{(i)}, \qquad k = 1, \ldots, M,$$

donde $\mathbf{f}_k^{(i)}$ es el proyector MAXVAR, y $a_k^{(i)}$ es el coeficiente PCA asociado. De esta manera, la media de las variables canónicas

$$\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{X}_k\mathbf{h}_k^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{Y}^{(i)}\mathbf{a}^{(i)},$$

proporciona la mejor aproximación PCA unidimensional de las proyecciones $\mathbf{y}_k^{(i)}$. Finalmente, debemos hacer notar lo siguiente:

- En el caso de $M = 2$ conjuntos de datos resulta sencillo comprobar que (2.14) equivale a (2.5). Además, teniendo en cuenta la restricción en la energía de las variables $\mathbf{y}_1^{(i)}$, $\mathbf{y}_2^{(i)}$, y tomando la fase de $\mathbf{f}_2^{(i)}$ de manera apropiada, se puede demostrar que los autovectores PCA vienen dados por $\mathbf{a}^{(i)} = [1, 1]^T$, por lo que en este caso tenemos $\mathbf{h}_1^{(i)} = \mathbf{f}_1^{(i)}$, $\mathbf{h}_2^{(i)} = \mathbf{f}_2^{(i)}$.
- Como se ha comentado en el Apartado 2.2.2, las soluciones al problema CCA-MINVAR se obtienen a partir de los autovectores asociados a los menores autovalores de la matriz $\mathbf{U}^T\mathbf{U}/M$. En el Apéndice A.1.2 se demuestra la equivalencia entre dicho problema de autovalores y el GEV en (2.14). Por lo tanto, resulta sencillo demostrar que la generalización CCA-MINVAR se puede interpretar como el problema de minimizar la correlación canónica generalizada $\rho^{(i)}$ sujeto a las restricciones (2.11) y (2.12).

2.3.3. Modelos Neuronales CCA

Desde un punto de vista de redes neuronales, la formulación original de la generalización propuesta por Horst y Kettenring sugiere la implementación de CCA-MAXVAR mediante una red lineal de dos capas, donde la primera capa realiza una proyección de los datos de entrada y la segunda es una red PCA (ver Figura 2.1). Las conexiones laterales de la red PCA imponen las restricciones de ortogonalidad entre las variables de salida, de manera similar a la red propuesta para la extracción adaptativa de las componentes principales (*adaptive principal component extraction* o APEX) [Diamantaras96]. Sin embargo, debemos hacer notar que no resulta evidente cómo entrenar esta red neuronal de una forma adaptativa, ya que las proyecciones realizadas por la primera capa deben ser óptimas, es decir, deben admitir la mejor aproximación PCA unidimensional, por lo que ambas capas han de ser entrenadas simultáneamente.

Por otro lado, la nueva generalización de CCA basada en correlaciones admite el modelo neuronal de la Figura 2.2. De nuevo, nos encontramos ante un modelo de dos capas, pero ahora la segunda capa tiene pesos fijos, $1/M$, y por lo tanto no requiere entrenamiento. Obviamente, en este modelo neuronal los coeficientes PCA $a_k^{(i)}$ están incorporados en la primera capa de proyección. Aunque esto puede parecer una modificación menor, constituye un ingrediente clave en el desarrollo de algoritmos de aprendizaje adaptativo para esta estructura, tal como se muestra en la siguiente sección.

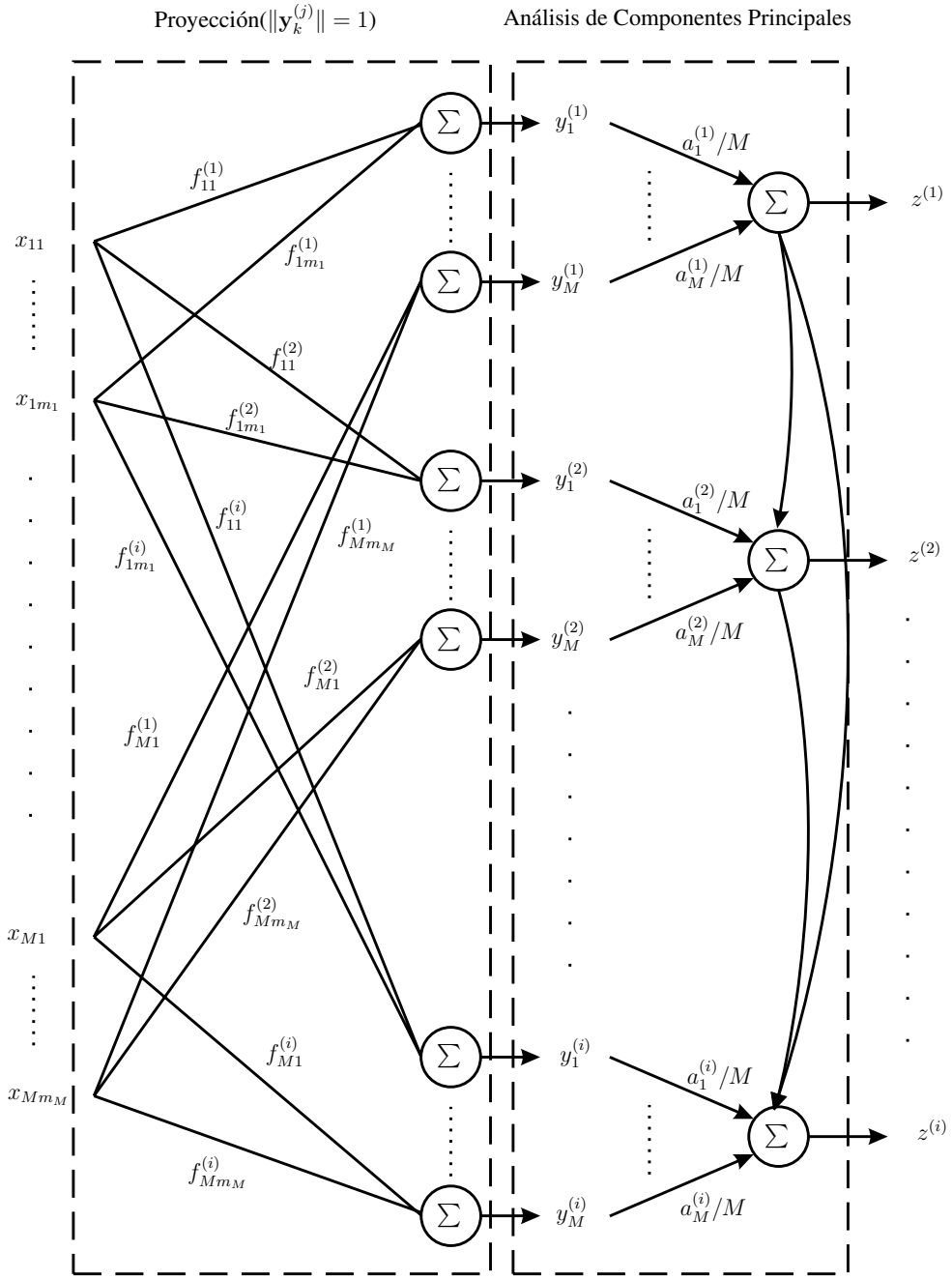

Figura 2.1: Arquitectura de la red CCA. Formulación clásica basada en PCA.

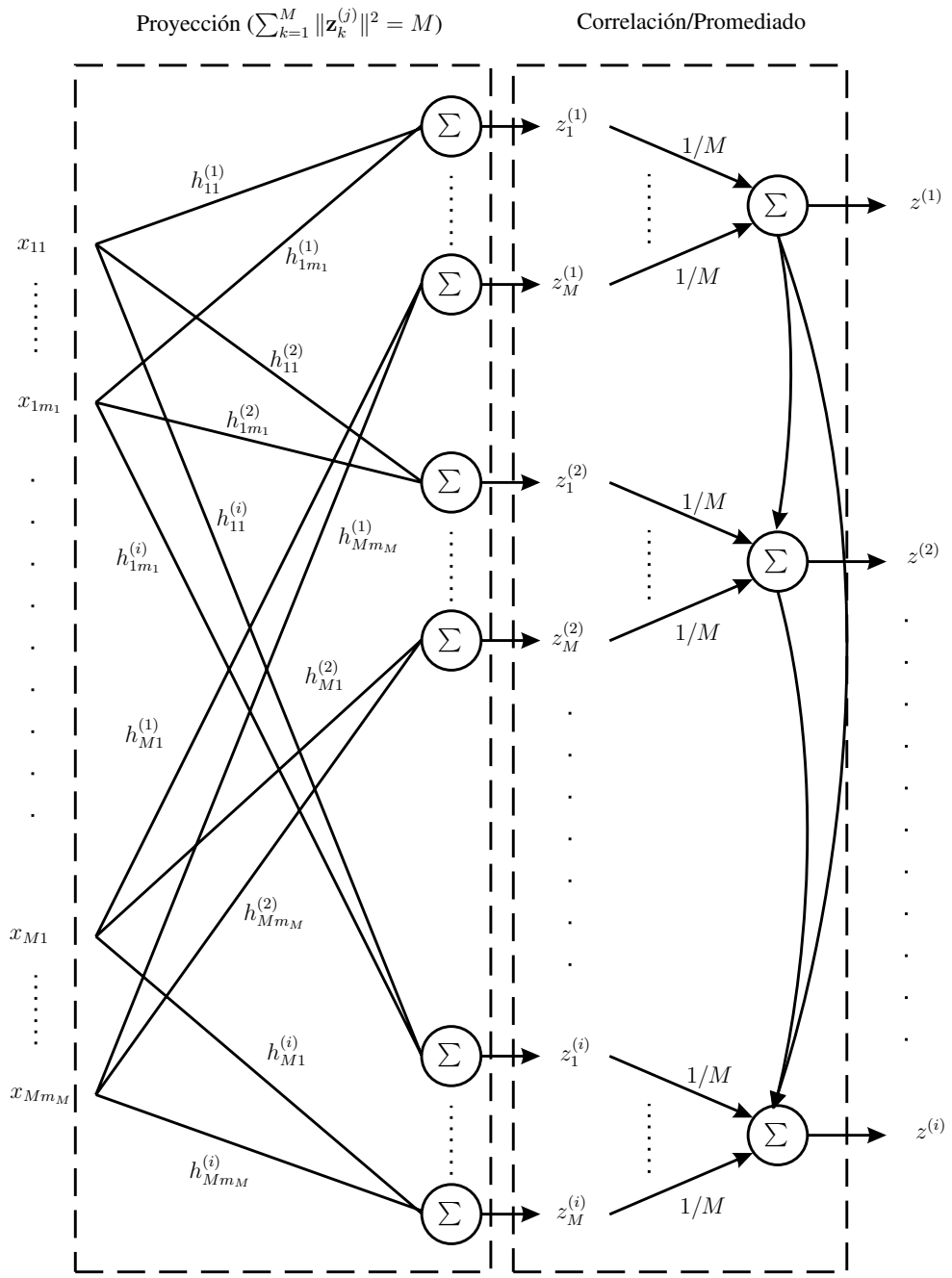

Figura 2.2: Arquitectura de la red CCA. Formulación propuesta.

2.4. Algoritmos CCA

En esta sección se presenta un algoritmo bloque iterativo y su versión adaptativa para la generalización CCA-MAXVAR. El desarrollo de los algoritmos se basa en la reformulación del problema CCA como una serie de problemas de regresión de mínimos cuadrados acoplados. En el Apartado 2.4.1, estos problemas se resuelven de manera iterativa, dando lugar a un algoritmo equivalente a los métodos de potencias (*power methods* o PM) para la extracción de los principales autovectores de una matriz. Aunque los métodos de potencias ya han sido aplicados a la resolución de problemas CCA [Pezeshki05] en el caso de dos conjuntos de datos, la interpretación de CCA como un conjunto de problemas de regresión permite el desarrollo de algoritmos CCA robustos a espurios o ruido impulsivo, mediante modificaciones sencillas de las funciones de coste. Además, en el Apartado 2.4.2 se presenta un algoritmo CCA-MAXVAR adaptativo basado en la aplicación directa del algoritmo RLS (*recursive least squares*) a los problemas de regresión. Finalmente, los resultados presentados en esta sección se pueden extender de manera sencilla al caso de generalizaciones CCA-MINVAR, tal como se muestra en el Apéndice A.2.

2.4.1. Algoritmo Bloque Iterativo

Teniendo en cuenta que $\mathbf{R}_{kk}^{-1}\mathbf{R}_{kl} = \mathbf{X}_k^{+}\mathbf{X}_l$, donde $\mathbf{X}_k^{+} = (\mathbf{X}_k^H\mathbf{X}_k)^{-1}\mathbf{X}_k^H$ es la matriz pseudoinversa de $\mathbf{X}_k$, el problema GEV (2.14) puede interpretarse como M problemas de regresión de mínimos cuadrados acoplados

$$\beta^{(i)}\mathbf{h}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k^{+}\mathbf{z}^{(i)}, \qquad k = 1, \ldots, M,$$

donde $\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)}$, y $\mathbf{z}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k\mathbf{h}_k^{(i)}$. La idea clave del algoritmo bloque para la extracción de las soluciones CCA consiste en resolver estos problemas de regresión de manera iterativa, tal como se explica a continuación.

Obtención de la Solución Principal

En cada iteración t se forman M problemas de regresión LS empleando $\hat{\mathbf{z}}^{(1)}(t)$ como salida deseada, y se obtiene una nueva solución por medio de

$$\hat{\beta}^{(1)}(t)\hat{\mathbf{h}}_k^{(1)}(t) = \mathbf{X}_k^{+}\hat{\mathbf{z}}^{(1)}(t), \qquad k = 1, \ldots, M,$$

donde

$$\hat{\mathbf{z}}^{(i)}(t) = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\hat{\mathbf{z}}_k^{(i)}(t), \tag{2.16}$$

$$\hat{\mathbf{z}}_k^{(i)}(t) = \mathbf{X}_k\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(t-1). \tag{2.17}$$

Finalmente, $\hat{\beta}^{(i)}(t)$ y $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t)$ se pueden obtener forzando la restricción en la energía dada en (2.11). Sin embargo, esta etapa de normalización se puede simplificar imponiendo únicamente $\|\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t)\| = 1$, lo que simplemente introduce un factor de escala

$$c = \sqrt{\frac{\hat{\mathbf{h}}^{(i)H}(t)\mathbf{R}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t)}{M}},$$

en las soluciones $\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(t)$, $\hat{\mathbf{z}}_k^{(i)}(t)$, y reduce la obtención del autovalor PCA a $\hat{\beta}^{(i)}(t) = \|\hat{\beta}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t)\|$.

Obtención de las Restantes Soluciones

La extracción de los sucesivos autovectores CCA se llevará a cabo mediante una técnica de deflación que imponga las siguientes condiciones de ortogonalidad

$$\mathbf{h}^{(i)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(j)} = 0, \qquad i \neq j,$$

las cuales son una consecuencia directa del problema GEV (2.14) y de la ortogonalidad entre las diferentes soluciones $\mathbf{z}^{(i)}$. Así, definiendo las matrices $\hat{\mathbf{H}}^{(i)}(t) = \left[\hat{\mathbf{h}}^{(1)}(t)\cdots\hat{\mathbf{h}}^{(i-1)}(t)\right]$ y $\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(t) = \left[\hat{\mathbf{u}}^{(1)}(t)\cdots\hat{\mathbf{u}}^{(i-1)}(t)\right] = \mathbf{D}\hat{\mathbf{H}}^{(i)}(t-1)$, las ecuaciones de actualización de la i-ésima solución CCA son

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}^{(i)}(t)\tilde{\mathbf{h}}_k^{(i)}(t) &= \mathbf{X}_k^{+}\hat{\mathbf{z}}^{(i)}(t), \qquad k = 1,\ldots,M,\\ \hat{\beta}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) &= \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\tilde{\beta}^{(i)}(t)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(t),\end{aligned}$$

donde $\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(t) = \left[\tilde{\mathbf{h}}_1^{(i)T}(t),\ldots,\tilde{\mathbf{h}}_M^{(i)T}(t)\right]^T$, $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)$ denota la matriz de proyección sobre el subespacio complementario a $\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(t)$

$$\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t) = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\left(\hat{\mathbf{U}}^{(i)H}(t)\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\right)^{-1}\hat{\mathbf{U}}^{(i)H}(t) = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{V}}^{(i)H}(t), \tag{2.18}$$

y $\hat{\mathbf{V}}^{(i)}(t) = \left[\hat{\mathbf{v}}^{(1)}(t)\cdots\hat{\mathbf{v}}^{(i-1)}(t)\right]$ es una base ortonormal de $\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(t)$, la cual se puede obtener de manera sencilla mediante el método de ortogonalización de Gram-Schmidt

$$\hat{\mathbf{v}}^{(i)}(t) = \frac{\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(t)}{\|\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(t)\|}.$$

Finalmente, definiendo $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(1)}(t) = \mathbf{I}$, la matriz de proyección se obtendrá de manera recursiva como

$$\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i+1)}(t) = \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t) - \hat{\mathbf{v}}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{v}}^{(i)H}(t).$$

Conexión con Métodos de Potencias

Analizando las ecuaciones de actualización de las soluciones CCA-MAXVAR se puede ver que el algoritmo propuesto se reduce a un método de potencias para la extracción de los autovectores de la matriz $\mathbf{D}^{-1}\mathbf{R}$, lo que demuestra la convergencia del algoritmo. Como se ha comentado anteriormente, la aplicación de métodos de potencias a la resolución de problemas CCA ha sido propuesta recientemente [Pezeshki05] para el caso de dos conjuntos de datos. Sin embargo, la reformulación como problemas de regresión permite la aplicación de los algoritmos sin necesidad de obtener las matrices de correlación cruzada $\mathbf{R}_{kl}$, lo que en entornos adaptativos, y para un número de conjuntos de datos elevado, podría resultar computacionalmente muy costoso.

2.4.2. Algoritmo Adaptativo Basado en el RLS

En el apartado anterior se ha demostrado que la reformulación de CCA como un conjunto de problemas de regresión LS acoplados proporciona, de una manera natural, un algoritmo iterativo para el entrenamiento bloque. En este apartado se explota esta idea para desarrollar un algoritmo CCA de aprendizaje adaptativo basado en el algoritmo RLS. Para esto, los problemas de regresión LS se reescriben en base a las siguientes funciones de coste ponderadas con un factor de olvido exponencial

$$J_k^{(i)}(n) = \sum_{l=1}^{n}\lambda^{n-l}\left|\hat{z}^{(i)}(l) - \hat{\beta}^{(i)}(n)\mathbf{x}_k^H(l)\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n)\right|^2,$$

donde $\mathbf{x}_k^H(n)$ denota a la n-ésima fila del k-ésimo conjunto de datos. Escribiendo el vector de ganancia asociado a $\mathbf{x}_k(n)$ como $\mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n)$, las ecuaciones de actualización del RLS son [Sayed03]

$$\mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n) = \frac{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n-1)\mathbf{x}_k(n)}{\lambda + \mathbf{x}_k^H(n)\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n-1)\mathbf{x}_k(n)}, \tag{2.19}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n) = \lambda^{-1}\left(\mathbf{I} - \mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n)\mathbf{x}_k^H(n)\right)\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n-1), \tag{2.20}$$

donde $0 < \lambda \leq 1$ es el factor de olvido exponencial y $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n) = \mathbf{R}_{kk}^{-1}(n)$ es la inversa de la matriz de autocorrelación $\mathbf{R}_{kk}(n) = \sum_{l=1}^{n}\lambda^{n-l}\mathbf{x}_k(l)\mathbf{x}_k^H(l)$.

Algoritmo 2.1 Resumen del algoritmo CCA-MAXVAR basado en el RLS.

Inicializar $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$, con $\delta \ll 1$ para $k = 1, \ldots, M$.
Inicializar $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(0) \neq \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{\beta}^{(i)}(0) = 0$ para $i = 1, \ldots, p$.
for $n = 1, 2, \ldots$ **do**
  Actualizar $\mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n)$ y $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n)$ con (2.19) y (2.20) para $k = 1, \ldots, M$.
  for $i = 1, \ldots, p$ **do**
    Obtener $\hat{z}^{(i)}(n)$, y $\mathbf{e}^{(i)}(n)$ con (2.21).
    Obtener $\hat{\beta}^{(i)}(n)\mathbf{h}^{(i)}(n)$ utilizando (2.22), (2.23) y (2.24).
    Estimar $\hat{\beta}^{(i)}(n)$, $\hat{\rho}^{(i)}(n)$ y $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n)$ forzando $\|\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n)\| = 1$.
  end for
end for

Obtención de la Solución Principal

Empleando las ecuaciones anteriores, la aplicación directa del algoritmo RLS proporciona, para $k = 1, \ldots, M$

$$\tilde{\beta}^{(i)}(n)\tilde{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n) = \hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n-1) + \mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n)e_k^{(i)}(n),$$

donde

$$e_k^{(i)}(n) = \hat{z}^{(i)}(n) - \hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{z}_k^{(i)}(n), \tag{2.21}$$

es el error *a priori* para el k-ésimo conjunto de datos, $\hat{z}_k^{(i)}(n) = \mathbf{x}_k^H(n)\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n-1)$, y la señal de referencia se obtiene como

$$\hat{z}^{(i)}(n) = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\hat{z}_k^{(i)}(n).$$

Agrupando ahora los errores *a priori* en $\mathbf{e}^{(i)}(n) = [e_1^{(i)}(n), \ldots, e_M^{(i)}(n)]^T$, podemos escribir el algoritmo completo (ver Algoritmo 2.1) en forma matricial como

$$\tilde{\beta}^{(i)}(n)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1) + \mathbf{K}(n)\mathbf{e}^{(i)}(n), \tag{2.22}$$

donde

$$\mathbf{K}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\mathbf{x}_1}(n) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \ldots & \mathbf{k}_{\mathbf{x}_M}(n) \end{bmatrix}.$$

Obtención de las Restantes Soluciones

De forma análoga al algoritmo bloque, la extracción de las sucesivas soluciones CCA se realiza mediante una técnica de deflación. En concreto, la técnica se basa en los vectores

$$\hat{\mathbf{u}}_k^{(i)}(n) = \sum_{l=1}^{n}\lambda^{n-l}\mathbf{x}_k(l)\mathbf{x}_k^H(l)\mathbf{h}_k^{(i)}(l-1),$$

los cuales se pueden actualizar como

$$\hat{\mathbf{u}}_k^{(i)}(n) = \lambda\hat{\mathbf{u}}_k^{(i)}(n-1) + \mathbf{x}_k(n)z_k^{(i)}(n). \tag{2.23}$$

Así, la técnica de deflación consiste en

$$\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\tilde{\beta}^{(i)}(n)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(n), \tag{2.24}$$

donde $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(n) = \left[\hat{\mathbf{u}}_1^{(i)T}(n), \ldots, \hat{\mathbf{u}}_M^{(i)T}(n)\right]^T$, $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)$ es la matriz de proyección sobre el subespacio complementario a $\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(n) = \left[\hat{\mathbf{u}}^{(1)}(n) \cdots \hat{\mathbf{u}}^{(i-1)}(n)\right]$

$$\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n) = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\left(\hat{\mathbf{U}}^{(i)H}(n)\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\right)^{-1}\hat{\mathbf{U}}^{(i)H}(n) = \mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{V}}^{(i)H}(n),$$

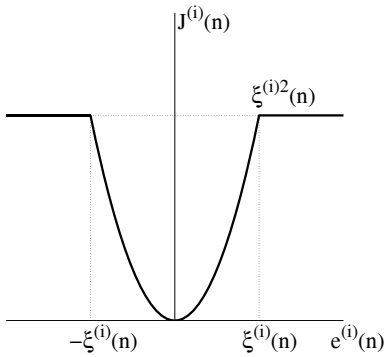

Figura 2.3: Función de coste de Huber modificada.

y $\hat{\mathbf{V}}^{(i)}(n) = \left[\hat{\mathbf{v}}^{(1)}(n) \cdots \hat{\mathbf{v}}^{(i-1)}(n)\right]$ es una base ortonormal de $\hat{\mathbf{U}}^{(i)}(n)$, la cual se obtiene recursivamente por medio de la técnica de ortogonalización de Gram-Schmidt

$$\hat{\mathbf{v}}^{(i)}(n) = \frac{\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(n)}{\|\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(n)\|}.$$

Finalmente, definiendo $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(1)}(n) = \mathbf{I}$, la matriz de proyección se puede obtener de manera recursiva mediante

$$\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i+1)}(n) = \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n) - \hat{\mathbf{v}}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{v}}^{(i)H}(n).$$

Análisis de Convergencia y Posibles Modificaciones

A diferencia de las técnicas bloque iterativas, el análisis de convergencia de los algoritmos adaptativos propuestos no es inmediato. En el Apéndice A.3 se presenta un análisis de la convergencia en media basado en las técnicas de aproximación estocástica propuestas por Benveniste [Benveniste90]. Dichas técnicas asocian la ecuación de actualización de tiempo discreto a una ecuación diferencial ordinaria (*ordinary differential equation* u ODE), permitiendo así relacionar la convergencia de la ODE con la de la ecuación original.

A diferencia de otros algoritmos adaptativos propuestos recientemente para resolver problemas GEV [Rao04] o CCA [Pezeshki05], la regla de aprendizaje propuesta consiste en un verdadero algoritmo RLS, el cual emplea una señal de referencia específicamente construida para CCA y derivada del marco de trabajo de regresiones LS. Esta señal de referencia abre la posibilidad de nuevas mejoras en los algoritmos CCA, por ejemplo, la obtención de un algoritmo adaptativo robusto a espurios.

Específicamente, en [Vía05d] se ha propuesto una versión robusta a espurios del algoritmo CCA adaptativo. La modificación del algoritmo consiste en la sustitución de la función de coste de mínimos cuadrados por la función M-estimate de Huber modificada (ver Figura 2.3), lo que implica la sustitución del algoritmo RLS por el algoritmo RLME (Recursive Least M-Estimate) [Chan04]. Básicamente, la única diferencia en el algoritmo consiste en que las ecuaciones de actualización sólo se aplicarán cuando el error *a priori* del RLS se encuentre por debajo de un determinado umbral adaptativo $\xi^{(i)}(n)$, evitando de esta forma que los espurios afecten a la solución final. El umbral adaptativo depende de un parámetro $k_{\xi^{(i)}}$, que controla el nivel de rechazo a espurios, y de la estima de la energía del error RLS $\sigma^{(i)2}$, mediante la expresión

$$\xi^{(i)}(n) = k_{\xi^{(i)}}\sigma^{(i)}(n).$$

2.5. Evaluación del Algoritmo Adaptativo

En esta sección, el algoritmo adaptativo propuesto se compara con otras técnicas adaptativas para CCA de dos o más conjuntos de datos. Específicamente, en el Apartado 2.5.1 se revisan varios algoritmos CCA previamente propuestos, y en el Apartado 2.5.2 el rendimiento de la técnica propuesta se analiza mediante varios ejemplos numéricos.

2.5.1. Comparación con Otras Técnicas

En este apartado se realiza una breve comparación del algoritmo adaptativo propuesto con otras reglas de aprendizaje para CCA de dos o más conjuntos de datos. La comparación se lleva a cabo en términos de rendimiento, aplicabilidad a $M > 2$ conjuntos de datos, velocidad de convergencia y coste computacional.

Algoritmo Propuesto (CCA-RLS)

El algoritmo adaptativo propuesto obtiene las soluciones del problema clásico CCA-MAXVAR por medio de M algoritmos RLS acoplados (la señal de referencia $\mathbf{z}^{(i)}$ se construye a partir de las M estimas previas). Las ventajas del RLS incluyen la presencia de un único parámetro (el factor de olvido λ) y su rápida convergencia en comparación con algoritmos basados en descenso de gradiente, especialmente para conjuntos de datos coloreados. Teniendo en cuenta que el coste computacional del algoritmo RLS es del orden $\mathcal{O}\left(q^2\right)$, donde q es la longitud del vector estimado, la complejidad computacional del algoritmo propuesto es

$$\mathcal{O}\left(\sum_{k=1}^{M} m_k^2\right),$$

por iteración y autovector. Adicionalmente, tal como se muestra en el Apéndice A.2, las soluciones CCA-MINVAR se pueden obtener mediante una ligera modificación del algoritmo propuesto.

Métodos de Descenso de Gradiente (Fyfe y Fyfe-NL)

En [Lai99] y [Gou04] los autores proponen dos algoritmos adaptativos diferentes para CCA de $M = 2$ conjuntos de datos. Ambos algoritmos se basan en descenso de gradiente, y difieren en la forma de actualizar los multiplicadores de Lagrange (o correlaciones canónicas), lo cual se hace por descenso de gradiente [Lai99] (Fyfe), o por medio de una función no lineal [Gou04] (Fyfe-NL). Las reglas de aprendizaje de ambos algoritmos son equivalentes a dos algoritmos LMS (*least mean squares*) acoplados, lo que implica un bajo coste computacional. Sin embargo, aunque [Lai99] propone una extensión del algoritmo a $M = 3$ conjuntos de datos, esta generalización no es una de las extensiones clásicas propuestas en [Kettenring71]. Además, la generalización se basa en la maximización de las correlaciones entre pares de variables canónicas, lo que conlleva la definición de tres correlaciones canónicas diferentes. El coste computacional del algoritmo extendido es

$$\mathcal{O}\left(\sum_{k=1}^{M} m_k\right),$$

y sus mayores inconvenientes son su lenta convergencia y, en el caso de [Lai99], la existencia de dos tasas de aprendizaje diferentes, una para los vectores y otra para las correlaciones canónicas.

Descenso de Gradiente (GD)

En [Pezeshki03] se presenta un algoritmo adaptativo, para CCA de $M = 2$ conjuntos de datos, basado en una técnica de descenso de gradiente. El algoritmo es muy similar a [Lai99], pero la estima de la correlación canónica se obtiene a partir de la secuencia completa de variables canónicas estimadas, lo que se traduce en una baja adaptatividad del algoritmo a entornos cambiantes en el tiempo. El coste computacional del método se recoge en la Tabla 2.1.

Método de Potencias (PM)

En [Pezeshki05] se ha propuesto una técnica para CCA de $M = 2$ conjuntos de datos basada en un método de potencias (*power method* o PM). La principal ventaja de esta técnica es su rápida convergencia en comparación con los métodos basados en descenso de gradiente. El coste computacional se puede estimar como

$$\mathcal{O}\left(\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=k}^{2} m_k m_l\right),$$

lo cual se debe a la actualización de rango uno de las matrices de correlación $\mathbf{R}_{kl}$. Aunque el algoritmo se podría extender de manera sencilla para obtener las soluciones MAXVAR y MINVAR, la estima de todas las matrices de correlación cruzada $\mathbf{R}_{kl}$ podría implicar un gran incremento en el coste computacional, principalmente para matrices de datos de grandes dimensiones o para un número elevado de conjuntos de datos.

2.5.2. Resultados de Simulación

En este apartado se analiza el rendimiento del algoritmo CCA-RLS por medio de varios ejemplos de simulación. En todos los casos, las curvas de convergencia se han obtenido a partir del promedio de 300 realizaciones independientes. En cada ejemplo se obtiene la correlación canónica estimada $\hat{\rho}^{(i)}$ y el error cuadrático medio (*mean square error* o MSE) en la estima de los autovectores $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}$ o aproximaciones PCA $\hat{\mathbf{z}}^{(i)}$. Los parámetros del algoritmo propuesto se han inicializado como sigue:

- $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(0) = 10^5\mathbf{I}$, para $k = 1, \ldots, M$.
- $\mathbf{h}^{(i)}(0)$ se inicializa con valores aleatorios, para $i = 1, \ldots, p$, donde p es el número de soluciones CCA de interés.
- $\beta^{(i)}(0) = 0$ para $i = 1, \ldots, p$.

Ejemplos con $M = 2$ Conjuntos de Datos

En el primer ejemplo se ha generado un problema PCA de $M = 2$ conjuntos de datos, con correlaciones canónicas $\rho^{(1)} = 0.9$ y $\rho^{(2)} = 0$. El rendimiento del algoritmo CCA-RLS se ha comparado con las técnicas propuestas en [Lai99] (Fyfe en las figuras) y [Gou04] (Fyfe-NL), el método CCA de descenso de gradiente (GD) [Pezeshki03] y el método de potencias (PM en las figuras) propuesto en [Pezeshki05].

Las dimensiones de los conjuntos de datos son $m_1 = 6$ y $m_2 = 4$, el factor de olvido exponencial para los algoritmos CCA-RLS y PM es $\lambda = 0.995$, y los pasos para los algoritmos GD, Fyfe y Fyfe-NL son $\mu = 0.05$, $\mu = 0.025$ y $\mu = 0.01$, respectivamente. Los resultados para la extracción del primer vector canónico se muestran en la Figura 2.4. Como era de esperar, los algoritmos basados en descenso de gradiente son los más lentos en términos de convergencia, y el algoritmo PM es ligeramente más rápido que el CCA-RLS.

En el segundo ejemplo se ha repetido el mismo experimento, con la diferencia de que las correlaciones canónicas son ahora $\rho^{(1)} = 0.9$ y $\rho^{(2)} = 0.8$, y los pasos para los algoritmos GD y Fyfe se han reducido a $\mu = 0.03$ y $\mu = 0.02$, respectivamente, para asegurar la convergencia. Los resultados para la extracción de la primera solución CCA se muestran en la Figura 2.5, donde se puede apreciar que el rendimiento del algoritmo PM se degrada en presencia de correlaciones canónicas cercanas, mientras que el CCA-RLS conserva su rendimiento en MSE a expensas de una convergencia más lenta.

Algoritmo	MAXVAR,MINVAR	Coste	Velocidad
CCA-RLS	Si	$\sum_{k=1}^{M} m_k^2$	Rápido
Fyfe, Fyfe-NL	No	$\sum_{k=1}^{M} m_k$	Lento
GD	No	$\sum_{k=1}^{M} m_k$	Lento
PM	Si	$\sum_{k=1}^{M} \sum_{l=k}^{M} m_k m_l$	Rápido

Tabla 2.1: Comparación de algoritmos CCA adaptativos.

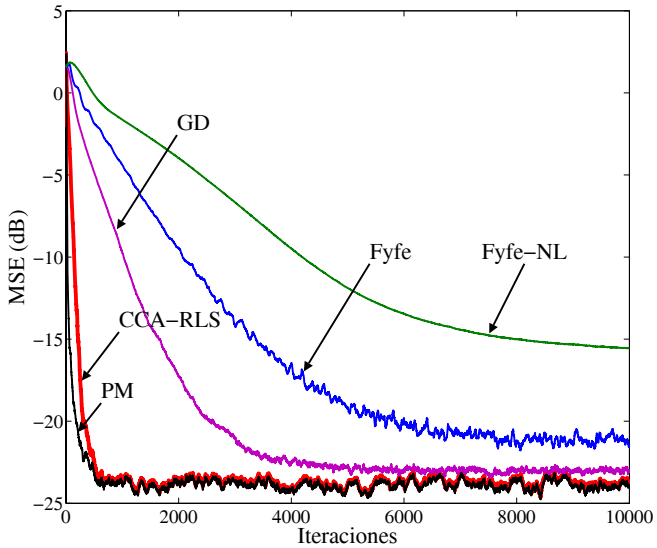

Figura 2.4: Rendimiento de los algoritmos CCA-RLS, Fyfe, Fyfe-NL, GD y PM. Dos conjuntos de datos, $\rho^{(1)} = 0.9$, $\rho^{(2)} = 0$.

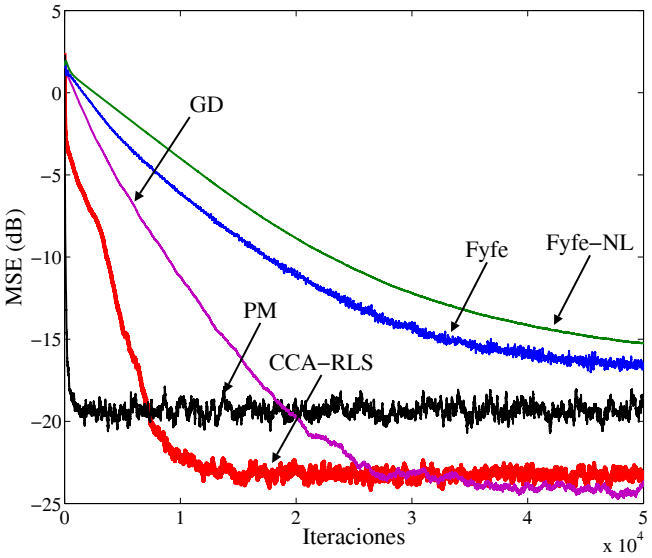

Figura 2.5: Rendimiento de los algoritmos CCA-RLS, Fyfe, Fyfe-NL, GD y PM. Dos conjuntos de datos, $\rho^{(1)} = 0.9$, $\rho^{(2)} = 0.8$.

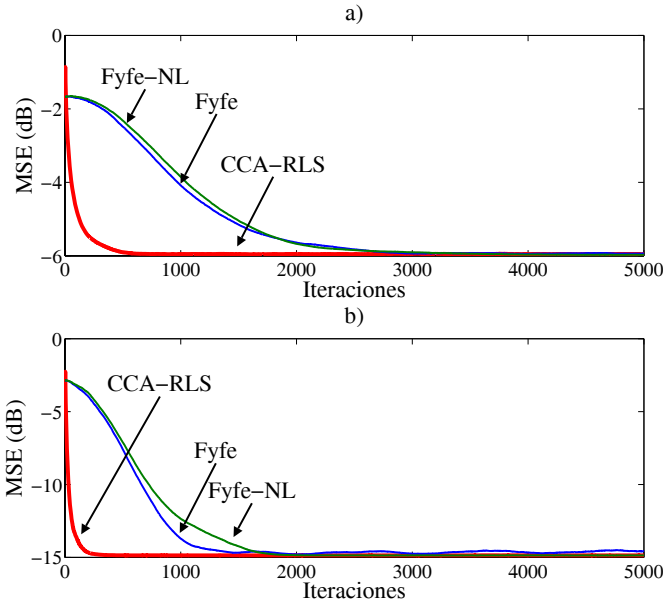

Figura 2.6: Comparación de los algoritmos CCA-RLS, Fyfe y Fyfe-NL. $M = 3$ Conjuntos de datos. a) $\sigma^2 = 1$, b) $\sigma^2 = 10$. Matrices de mezcla $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_3 = \mathbf{I}$.

Ejemplo con $M = 3$ Conjuntos de Datos

En el tercer ejemplo se compara el rendimiento del algoritmo CCA-RLS MAXVAR con la generalización a tres conjuntos de datos propuesta en [Lai99] de los algoritmos Fyfe y Fyfe-NL. El problema CCA es similar al presentado en [Lai99], donde $M = 3$ conjuntos de datos artificiales de dimensiones $m_1 = m_2 = m_3 = 3$ se generan como

$$\mathbf{X}_k = (\mathbf{S}_k + [\mathbf{s} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}])\mathbf{C}_k, \qquad k = 1, 2, 3,$$

donde $\mathbf{S}_k \in \mathbb{R}^{N\times 3}$ es una matriz cuyos elementos siguen una distribución Gaussiana de media cero y varianza unidad, $\mathbf{s}$ es un vector N-dimensional, cuyos elementos obedecen a una distribución Gaussiana de media cero y varianza σ^2, y $\mathbf{C}_k \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz de mezcla. Como se comenta en [Lai99], los algoritmos Fyfe y Fyfe-NL se basan en la maximización, con restricciones, de tres funciones objetivo diferentes. Los tres algoritmos se han comparado en términos de la extracción de la señal común $\mathbf{s}$ con dos valores diferentes de σ y dos elecciones distintas de las matrices de mezclas. En los algoritmos Fyfe y Fyfe-NL, la estima de la señal común se obtiene en una segunda etapa por medio de una aproximación PCA de las tres variables canónicas estimadas, mientras que en el caso MAXVAR la estima $\hat{\mathbf{z}}$ se obtiene en una sola etapa. El factor de olvido exponencial para el algoritmo CCA-RLS es $\lambda = 0.99$, y el paso para los algoritmos Fyfe y Fyfe-NL se ha elegido como $\mu = 0.005$. Los resultados para el caso $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_3 = \mathbf{I}$ se muestran en la Figura 2.6, mientras que la Figura 2.7 muestra los resultados para

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0.0413 & 2.9003 & 1.6701 \\ -0.8912 & 5.3215 & 2.6235 \\ 0.2363 & -0.9105 & -0.8995 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0.1464 & 0.9850 & -1.2749 \\ 0.3724 & 0.0055 & 0.4732 \\ -0.3791 & -0.3388 & 0.7100 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} -0.2779 & -0.7311 & -0.0784 \\ 0.4944 & -0.0415 & 0.5029 \\ -0.5102 & 0.8189 & 0.5401 \end{bmatrix},$$

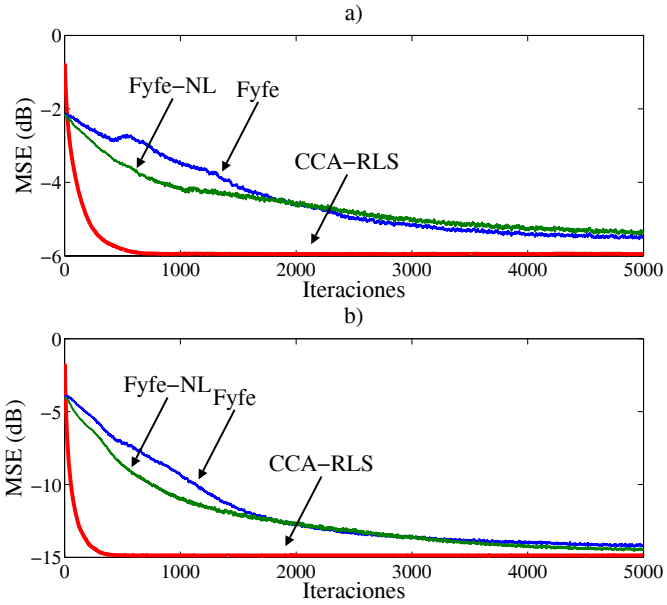

Figura 2.7: Comparación de los algoritmos CCA-RLS, Fyfe y Fyfe-NL. $M = 3$ Conjuntos de datos. a) $\sigma^2 = 1$, b) $\sigma^2 = 10$. Matrices de mezcla con números de condición 18.12, 7.10 y 2.41.

cuyos números de condición son 18.12, 7.10 y 2.41, respectivamente. Como se puede observar, el algoritmo CCA-RLS es mucho más rápido que los algoritmos Fyfe y Fyfe-NL, especialmente en el caso de señales coloreadas, lo cual es una consecuencia directa de las propiedades de convergencia del algoritmo RLS.

Convergencia del Algoritmo CCA-RLS

En el cuarto ejemplo se muestra la convergencia del algoritmo propuesto con $M = 4$ conjuntos de datos complejos de dimensiones $m_1 = 40$, $m_2 = 30$, $m_3 = 20$ y $m_4 = 10$. Las $p = 4$ primeras correlaciones canónicas generalizadas son $\rho^{(1)} = 0.9$, $\rho^{(2)} = 0.8$, $\rho^{(3)} = 0.7$ y $\rho^{(4)} = 0.6$, y el factor de olvido exponencial se ha fijado en $\lambda = 0.99$. Los resultados se muestran en la Figura 2.8, donde se puede observar que las estimas de los vectores y correlaciones canónicas convergen rápidamente a sus valores teóricos.

Efecto del Factor de Olvido y la Correlación Canónica

Aquí se analiza el efecto de la correlación canónica y el factor de olvido λ sobre el rendimiento del algoritmo CCA-RLS. Específicamente, se han simulado dos problemas CCA con $M = 4$ conjuntos de datos, de dimensiones $m_1 = 10$, $m_2 = 8$, $m_3 = 6$ y $m_4 = 4$. En el primer problema, la correlación canónica generalizada es $\rho^{(1)} = 0.9$, y en el segundo ejemplo es $\rho^{(1)} = 0.7$. Los resultados de simulación se muestran en las Figuras 2.9 y 2.10, donde se puede apreciar el efecto de las correlaciones canónicas sobre el rendimiento del algoritmo propuesto, así como el compromiso entre la velocidad de convergencia y el MSE final, que es controlado por el parámetro λ.

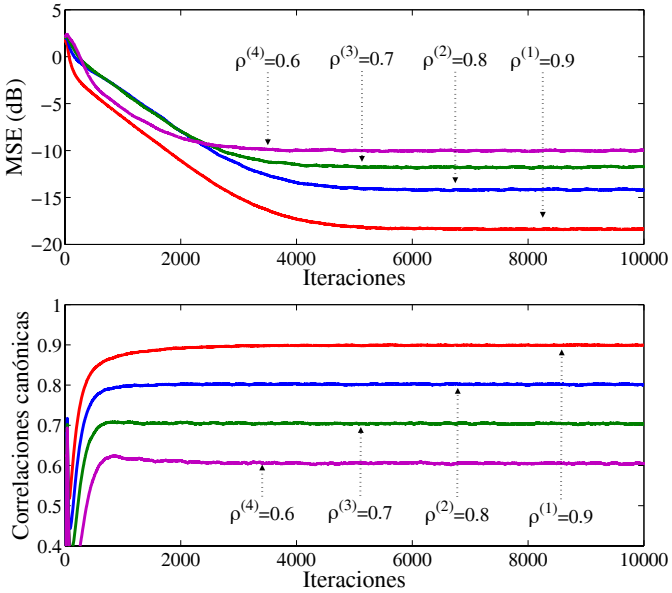

Figura 2.8: Convergencia del algoritmo CCA-RLS.

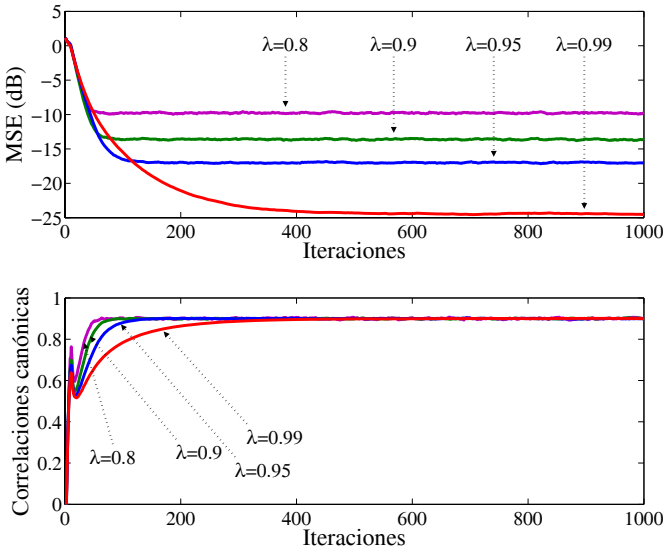

Figura 2.9: Efecto del factor de olvido λ. $M = 4$ conjuntos de datos. $\rho^{(1)} = 0.9$.

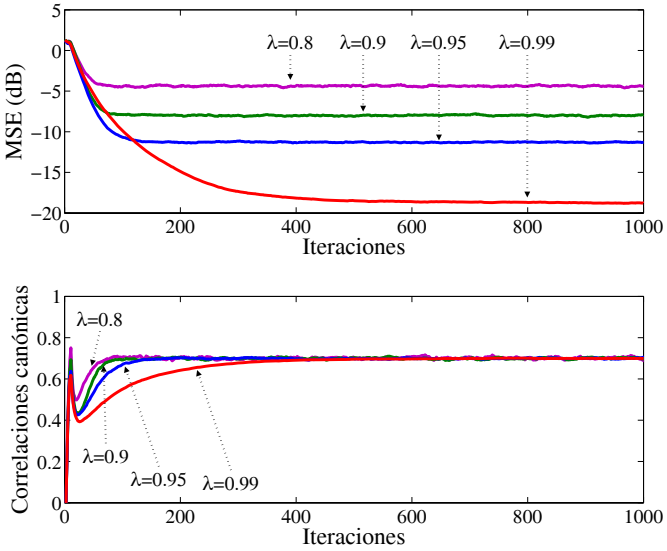

Figura 2.10: Efecto del factor de olvido λ. $M = 4$ conjuntos de datos. $\rho^{(1)} = 0.7$.

2.6. Conclusiones

En este capítulo se ha introducido la técnica de análisis de correlaciones canónicas (CCA) y se ha propuesto una generalización de CCA a varios conjuntos de datos. Aunque planteada de manera independiente, la generalización propuesta es equivalente a la técnica de máxima varianza (MAXVAR), y su reformulación como un conjunto de problemas de regresión LS acoplados ha dado lugar a nuevos algoritmos bloque y adaptativos. Dichos algoritmos se basan en la resolución de los problemas de regresión de manera iterativa, donde la señal de referencia se obtiene a partir de la estima de las soluciones en el paso anterior. En concreto, la aplicación directa del algoritmo RLS ha dado lugar a un nuevo algoritmo adaptativo para CCA de varios conjuntos de datos. Adicionalmente, el marco de trabajo de regresiones LS permite la modificación del algoritmo propuesto para obtener, por ejemplo, un algoritmo CCA robusto a espurios. Finalmente, el rendimiento del algoritmo adaptativo se ha evaluado por medio de simulaciones, demostrando que ofrece mejores resultados que otras técnicas propuestas específicamente para el caso de dos conjuntos de datos.

Capítulo 3

Igualación Ciega Basada en CCA

3.1. Introducción

En este capítulo se aborda el problema de igualación ciega de canales MIMO a partir de SOS. En concreto, se propone una técnica determinista basada en la propiedad de diversidad en el orden del canal, la cual ha sido explotada recientemente para obtener métodos ciegos sin hacer ninguna suposición acerca del espectro de las señales de entrada [Gorokhov97, An05b, Fang06b, López-Valcarce01c, López-Valcarce01b]. Sin embargo, la mayoría de estas técnicas son aproximaciones estocásticas que sólo consideran el problema de identificación [Gorokhov97, An05b, Fang06b], mientras que el método de igualación ciega propuesto en [López-Valcarce01c] únicamente extrae la señal afectada por el canal SIMO de mayor longitud. Además, ninguna de estas técnicas permite una implementación adaptativa de manera sencilla.

Asumiendo que las longitudes de los canales SIMO son conocidas o han sido previamente estimadas [Gorokhov97, Kotoulas06], el criterio que aquí se propone es capaz de extraer las fuentes con la única ambigüedad de un factor de escala, y una matriz de rotación afectando a aquellas fuentes distorsionadas por canales SIMO del mismo orden. Es decir:

- Para los canales SIMO cuya longitud es diferente de la de los demás, el criterio propuesto recupera la señal asociada con la única ambigüedad de un factor de escalado. Así, el método propuesto extiende los resultados en [López-Valcarce01c] a la extracción de todas las señales.

- Si aparecen varios canales SIMO de la misma longitud, la ambigüedad resultante se podrá eliminar explotando los HOS, u otras propiedades de las fuentes, tales como el conocimiento previo de su espectro de potencia, o su pertenencia a un alfabeto finito. De esta forma, el método propuesto recuerda a las técnicas en dos etapas basadas en la reducción de la mezcla convolutiva a una mezcla instantánea [Gorokhov96, Zhu99, Tugnait00, Sampath02].

La solución al problema de igualación ciega viene dada por un conjunto de problemas CCA-MAXVAR anidados, los cuales se pueden resolver empleando la técnica presentada en el capítulo anterior. De esta forma, resulta sencillo obtener algoritmos bloque y adaptativos para la igualación ciega de canales MIMO-FIR.

La naturaleza determinista de los algoritmos propuestos permite, en ausencia de ruido, la recuperación exacta de las señales a partir de un número finito de observaciones. Además, a diferencia de otras técnicas [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99], el método propuesto es capaz de obtener, en una sola etapa, el conjunto de igualadores y la mejor combinación lineal de sus salidas de acuerdo a un criterio PCA. Esta propiedad está estrechamente relacionada con el hecho de que las soluciones obtenidas se puedan interpretar como estimas de los igualadores MMSE, a diferencia de las soluciones ZF proporcionadas por otras técnicas de igualación SIMO [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99, Gazzah06] y MIMO [Zhu99, Sampath02]. De esta manera, la técnica propuesta evita el problema de amplificación del ruido comúnmente asociado a las soluciones ZF.

La estructura de este capítulo es la siguiente: En la Sección 3.2 se introduce el modelo de señal y las principales suposiciones del método propuesto. La técnica de igualación basada en CCA se presenta en la Sección 3.3 y se evalúa, por medio de simulaciones, en la Sección 3.4. Finalmente, en la Sección 3.5 se presentan las principales conclusiones de este capítulo.

3.2. Formulación del Problema

3.2.1. Modelo de Señal

La formulación empleada en este capítulo es la formulación de ventana deslizante (*slide-window formulation*) [Giannakis01, Capítulo 4], que se ha introducido en la Sección 1.2. En concreto, tenemos

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \mathcal{T}(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{s}}[n],$$

donde $\tilde{\mathbf{x}}[n] = \left[\mathbf{x}^T[n], \ldots, \mathbf{x}^T[n-K+1]\right]^T$ es una ventana de datos, $\tilde{\mathbf{s}}[n] = \left[\tilde{\mathbf{s}}_1^T[n], \ldots, \tilde{\mathbf{s}}_{n_T}^T[n]\right]^T$, $\tilde{\mathbf{s}}_i[n] = [s_i[n], \ldots, s_i[n-K-L_i+2]]^T$, $\mathcal{T}(\mathbf{H}) = [\mathcal{T}(\mathbf{H}_1) \cdots \mathcal{T}(\mathbf{H}_{n_T})]$ es la matriz de filtrado del canal MIMO, y

$$\mathcal{T}(\mathbf{H}_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i[0] & \cdots & \mathbf{h}_i[L_i-1] & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{h}_i[0] & \cdots & \mathbf{h}_i[L_i-1] \end{bmatrix},$$

son las matrices de filtrado del i-ésimo canal SIMO, de dimensiones $n_R K \times M_i$, donde $M_i = K + L_i - 1$, y L_i es la longitud del canal SIMO. Finalmente, sin pérdida de generalidad asumiremos

$$L = L_1 \geq \ldots \geq L_{n_T}.$$

3.2.2. Suposiciones Principales

Las condiciones asociadas al criterio de igualación ciega que se propone son las siguientes:

Condición 3.2.1 (Canal MIMO). *La matriz de filtrado del canal MIMO $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ es completa en rango de columnas.*

Condición 3.2.2 (Señales fuente). *Las señales fuente son espacialmente incorreladas y, para algún N finito, las matrices*

$$\mathbf{S}_i^{(r)}[m] = \begin{bmatrix} s_i[m] & s_i[m-1] & \cdots & s_i[m-r+1] \\ s_i[m+1] & s_i[m] & \ddots & s_i[m-r+2] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ s_i[m+N-1] & s_i[m+N-2] & \cdots & s_i[m+N-r] \end{bmatrix}, \tag{3.1}$$

son completas en rango de columnas para $i = 1, \ldots, n_T$, $r = K + L_i$, y $m = n+1, \ldots, n+K+L-2$.

Condición 3.2.3 (Longitud de los canales SIMO). *Las longitudes $L_1, \ldots, L_{n_T}$ de los canales SIMO son conocidas (o estimadas) a priori.*

En [Giannakis01, Capítulo 4] se demuestra que, para satisfacer la Condición 3.2.1, el canal MIMO

$$\mathbf{H}(z) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}[l] z^{-l},$$

ha de ser *irreducible* y *reducido por columnas*[1]. Además, dicha condición requiere que la matriz de filtrado $\mathcal{T}(\mathbf{H})$, de dimensiones $n_R K \times \sum_{i=1}^{n_T} M_i$, sea una matriz alta, lo que implica las condiciones necesarias $n_R > n_T$, y

$$K \geq \frac{\sum_{i=1}^{n_T} L_i - n_T}{n_R - n_T}.$$

Por otro lado, en [Gorokhov96, Meraim97] (ver también [Tugnait98]) se ha encontrado la siguiente condición suficiente en la longitud del igualador

$$K \geq \sum_{i=1}^{n_T} L_i - n_T.$$

Con respecto a la Condición 3.2.2, dicho requerimiento establece una condición de excitación persistente, que es fácilmente satisfecha, y es asumida por la mayoría de las técnicas de identificación/igualación ciega. Por ejemplo, teniendo en cuenta la definición de complejidad lineal [Xu95] dada en el Apartado 1.4.2, es fácil deducir que la Condición 3.2.2 se cumple si y sólo si la complejidad lineal de las secuencias finitas $s_i[m - K - L_i + 1], \ldots, s_i[m + N - 1]$ es mayor o igual que $K + L_i$, para $i = 1, \ldots, n_T$, y $m = n + 1, \ldots, n + K + L - 2$.

Finalmente, la Condición 3.2.3 merece los siguientes comentarios: En primer lugar, esta suposición hace necesaria una estima previa del orden efectivo [Liavas99a] de los canales SIMO que componen el sistema MIMO. De manera análoga al extenso número de contribuciones para la estima del orden de sistemas SIMO [Liavas99a, Gazzah02, Tong99, Vía06c], el reciente interés en explotar la diversidad en el orden del canal ha motivado el desarrollo de algunas técnicas para la estima del orden en sistemas MIMO [Gorokhov97, Kotoulas06]. Por otra parte, debemos notar que varias fuentes afectadas por canales SIMO de la misma longitud sólo se podrán estimar hasta un escalado y una matriz (unitaria) de rotación. Para resolver este problema se puede recurrir a otras características de las fuentes, tales como su pertenencia a un alfabeto finito, o sus propiedades espectrales.

3.3. Criterio de Igualación Basado en CCA

3.3.1. Existencia de los Igualadores ZF

Teniendo en cuenta la Condición 3.2.1, sabemos que existe un conjunto de n_T matrices $\mathbf{W}_i$, de tamaño $n_R K \times M_i$, tales que

$$[\mathbf{W}_1 \cdots \mathbf{W}_{n_T}]^T \mathcal{T}(\mathbf{H}) = \mathbf{W}^T \mathcal{T}(\mathbf{H}) = \mathbf{I},$$

es decir, las columnas de la matriz pseudoinversa de $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ proporcionan un conjunto de igualadores ZF, con distintos retardos, para las n_T señales fuente. Así, denotando la k-ésima columna de $\mathbf{W}_i$ como $\mathbf{w}_{ik}$ y suponiendo un sistema sin ruido, podemos escribir

$$\mathbf{w}_{ik}^T \tilde{\mathbf{x}}[n + k - 1] = s_i[n], \qquad k = 1, \ldots, M_i,$$

para $i = 1, \ldots, n_T$. Obviamente, esto implica

$$\mathbf{w}_{ik}^T \tilde{\mathbf{x}}[n + k] = \mathbf{w}_{il}^T \tilde{\mathbf{x}}[n + l], \quad k, l = 1, \ldots, M_i, \tag{3.2}$$

lo que constituye la base de la técnica propuesta. Sin embargo, debemos notar que el converso sólo es cierto en el caso de canales SIMO [Li96]. Es decir, en general existen soluciones adicionales a (3.2) que, como se demuestra en el siguiente apartado, no están directamente dadas por las columnas de la matriz pseudoinversa de $\mathcal{T}(\mathbf{H})$.

[1] Una matriz polinómica $\mathbf{H}(z) \in \mathbb{C}^{n_R \times n_T}$ es irreducible y reducida por columnas si $\mathbf{H}(z)$ es completa en rango de columnas para $\forall z \in \mathbb{C}$.

3.3.2. Criterio Propuesto

Comenzaremos este apartado suponiendo que disponemos de un bloque de M_1+N-1 vectores de observación $\tilde{\mathbf{x}}[n],\ldots,\tilde{\mathbf{x}}[n+M_1+N-2]$. Así, definiendo para $i=1,\ldots,n_T$, $j=1,\ldots,i$ y $k=1,\ldots,M_1$, las matrices

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n] = \underbrace{\left[\tilde{\mathbf{x}}[n+k-1] \quad \tilde{\mathbf{x}}[n+k] \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{x}}[n+k+N-2]\right]^T}_{N\times n_R K}, \tag{3.3}$$

$$\mathbf{S}_i^j[n] = \underbrace{\left[\mathbf{s}_j[n] \quad \mathbf{s}_j[n-1] \quad \cdots \quad \mathbf{s}_j[n-L_j+L_i]\right]}_{N\times(L_j-L_i+1)},$$

$$\mathbf{s}_i[n] = \underbrace{\left[s_i[n], s_i[n+1], \ldots, s_i[n+N-1]\right]^T}_{N\times 1}.$$

la ecuación (3.2) se puede reescribir como

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\mathbf{w}_{ik} = \tilde{\mathbf{X}}_l[n]\mathbf{w}_{il}, \qquad k,l=1,\ldots,M_i. \tag{3.4}$$

Ahora podemos introducir el siguiente teorema:

Teorema 3.3.1. *Si $L_i > L_{i+1}$ (o $i=n_T$), y las matrices*

$$\mathcal{S}[n+k] = \left[\mathbf{S}_1^{(M_1+1)}[n+k]\cdots\mathbf{S}_{n_T}^{(M_{n_T}+1)}[n+k]\right], \quad k=1,\ldots,M_1-1,$$

son completas en rango de columnas, entonces el conjunto de igualadores $\mathbf{w}_{ik}$ ($k=1,\ldots,M_i$) es una solución de (3.4) si y sólo si

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\mathbf{w}_{ik} = \sum_{j=1}^{i}\mathbf{S}_i^j[n]\mathbf{a}_i^j, \qquad k=1,\ldots,M_i,$$

donde $\mathbf{a}_i^j$ es un vector arbitrario de longitud L_j-L_i+1, para $j=1,\ldots,i$.

Demostración. *Ver Apéndice B.1.* □

Aquí debemos notar que, bajo la Condición 3.2.2, las matrices $\mathbf{S}_i^{(M_i+1)}[n+k]$ definidas en (3.1) son completas en rango de columnas. Además, la condición de fuentes espacialmente incorreladas implica que, para algún número finito de observaciones N, las matrices $\mathcal{S}[n+k]$ son completas en rango de columnas con probabilidad uno, lo que valida las condiciones del Teorema 3.3.1. Así, asumiendo un conjunto de P_i canales SIMO-FIR de longitud L_i, las implicaciones del Teorema 3.3.1 son las siguientes:

- Las soluciones $\mathbf{w}_i = [\mathbf{w}_{i1}^T,\ldots,\mathbf{w}_{iM_i}^T]^T$ de (3.4) vienen dadas por un subespacio de dimensión $P_i+P_i^{\perp}$, donde
$$P_i^{\perp} = \sum_{j=1}^{i-P_i}(L_j-L_i+1).$$
- El efecto de las señales distorsionadas por canales SIMO con longitud $L_j<L_i$ es eliminado.
- La interferencia entre las P_i señales distorsionadas por canales SIMO de longitud L_i se ve reducida a P_i mezclas instantáneas, es decir, la ISI es eliminada.
- La interferencia de las señales afectadas por canales SIMO de mayor longitud ($L_j>L_i$) permanece presente, pero las señales interferentes están distorsionadas por canales equivalentes SIMO-FIR de longitud reducida: L_j-L_i. Es decir, la ISI de las señales con $L_j>L_i$ se reduce de una forma que recuerda a las técnicas de reducción del orden del canal (*channel shortening*) [Martin05].

La interferencia de las señales afectadas por canales SIMO de mayor longitud ($L_j > L_i$) se puede eliminar de diferentes maneras. Aquí se empleará una técnica de deflación basada en la suposición de fuentes espacialmente incorreladas, lo que implica la ortogonalidad asintótica ($N \to \infty$) entre las matrices $\mathbf{S}_i^j[n]$, $j = 1, \ldots, i$, es decir

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\mathbf{S}_i^{jH}[n]\mathbf{S}_i^m[n] = \mathbf{0}, \quad j \neq m,$$

y por lo tanto, la técnica que se propone implícitamente asume $\mathbf{S}_i^{jH}[n]\mathbf{S}_i^m[n] = \mathbf{0}$.

Considerando el caso de observaciones ruidosas, y denotando los igualadores deseados como $\hat{\mathbf{v}}_{ik}$, para $i = 1, \ldots, n_T$, $k = 1, \ldots, M_i$, el criterio de igualación que aquí se propone se puede enunciar como:

> Para $i = 1, \ldots, n_T$, encontrar los igualadores $\hat{\mathbf{v}}_{ik}$ ($k = 1, \ldots, M_i$) proporcionando las señales igualadas ($\hat{\mathbf{y}}_{ik}[n] = \tilde{\mathbf{X}}_k[n]\hat{\mathbf{v}}_{ik}$) de energía unidad que admitan la mejor representación PCA unidimensional posible $\hat{\mathbf{s}}_i[n]$, e incorrelada con las estimas previas $\hat{\mathbf{s}}_j[n]$, $j = 1, \ldots, i-1$, y sus versiones retardadas.

En otras palabras, se propone medir la diferencia entre las salidas de los igualadores por medio de un criterio PCA, es decir, la diferencia entre las salidas de los igualadores viene dada por el error residual de una aproximación PCA unidimensional.

3.3.3. Algoritmos de Igualación Basados en CCA

El criterio de igualación propuesto en el apartado anterior es precisamente la generalización CCA-MAXVAR a varios conjuntos de datos presentada en el Apartado 2.2.2 y, tal como se ha demostrado en el Apartado 2.3.2, dicho criterio se puede reformular como el problema de encontrar los igualadores $\hat{\mathbf{w}}_{ik}$ ($k = 1, \ldots, M_i$) tales que minimicen la siguiente función de coste cuadrática

$$J^{(i)} = \frac{1}{2M_i(M_i-1)} \sum_{k,l=1}^{M_i} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_k[n]\hat{\mathbf{w}}_{ik} - \tilde{\mathbf{X}}_l[n]\hat{\mathbf{w}}_{il} \right\|^2,$$

sujeta a la restricción en la suma de las energías

$$\frac{1}{M_i} \sum_{k=1}^{M_i} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_k[n]\hat{\mathbf{w}}_{ik} \right\|^2 = 1,$$

y a las restricciones de ortogonalidad

$$\hat{\mathbf{S}}_i^{jH}[n]\hat{\mathbf{s}}_i[n] = \mathbf{0}, \qquad j = 1, \ldots, i - P_i,$$

donde $\hat{\mathbf{S}}_i^j[n]$ se obtiene a partir de las señales estimadas previamente, y

$$\hat{\mathbf{s}}_i[n] = \frac{1}{M_i} \sum_{k=1}^{M_i} \tilde{\mathbf{X}}_k[n]\hat{\mathbf{w}}_{ik},$$

es la aproximación PCA unidimensional de las salidas de los igualadores. Tal como se ha mostrado en el Apartado 2.3.2, las sucesivas ($r = 1, \ldots, P_i + P_i^{\perp}$) soluciones CCA-MAXVAR se obtienen a partir del GEV

$$\frac{1}{M_i}\tilde{\mathbf{R}}_i\hat{\mathbf{w}}_i^{(r)} = \beta_i^{(r)}\tilde{\mathbf{D}}_i\hat{\mathbf{w}}_i^{(r)}, \tag{3.5}$$

donde

$$\tilde{\mathbf{R}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{1M_i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{M_i1} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{M_iM_i} \end{bmatrix}, \qquad \tilde{\mathbf{D}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{M_iM_i} \end{bmatrix},$$

$\tilde{\mathbf{R}}_{kl} = \tilde{\mathbf{X}}_k^H[n]\tilde{\mathbf{X}}_l[n]$ es una estima escalada de la matriz de correlación cruzada, $\beta_i^{(r)}$ es un autovalor generalizado, y $\hat{\mathbf{w}}_i^{(r)} = \left[\hat{\mathbf{w}}_{i1}^{(r)T}, \ldots, \hat{\mathbf{w}}_{iM_i}^{(r)T}\right]^T$ es el autovector asociado. Además las variables canónicas se obtienen como

$$\mathbf{z}_i^{(r)}[n] = \frac{1}{M_i}\sum_{k=1}^{M_i}\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\hat{\mathbf{w}}_{ik}^{(r)}, \qquad r = 1, \ldots, P_i + P_i^{\perp}.$$

De esta forma, podemos introducir el siguiente lema:

Lema 3.3.1. *Bajo las condiciones descritas en el Apartado 3.2.2 y en ausencia de ruido, la mayor correlación canónica del problema CCA-MAXVAR con conjuntos de datos $\tilde{\mathbf{X}}_1[n], \ldots, \tilde{\mathbf{X}}_{M_i}[n]$ es igual a uno y tiene multiplicidad $P_i + P_i^{\perp}$, y las variables canónicas asociadas $(\mathbf{z}_i^{(1)}[n], \ldots, \mathbf{z}_i^{(P_i+P_i^{\perp})}[n])$ expanden el subespacio definido por*

$$\left[\mathbf{S}_i^1[n] \cdots \mathbf{S}_i^i[n]\right].$$

Demostración. *Esto es una consecuencia directa del Teorema 3.3.1.* □

Asumiendo $L_i > L_{i+1}$ (o $i = n_T$) y en ausencia de ruido, el Lema 3.3.1 implica que las $P_i + P_i^{\perp}$ primeras soluciones del problema CCA-MAXVAR con $\tilde{\mathbf{X}}_1[n], \ldots, \tilde{\mathbf{X}}_{M_i}[n]$, forman una base ortogonal para las P_i señales afectadas por canales SIMO de longitud L_i, y las $i - P_i$ señales espurias (y sus versiones retardadas) distorsionadas por canales SIMO con $L_j > L_i$. En presencia de ruido, la base ortogonal se obtendrá de manera aproximada a partir de las primeras $P_i + P_i^{\perp}$ soluciones CCA-MAXVAR.

El proceso de deflación para evitar el efecto de las señales espurias ($L_j > L_i$) es muy sencillo: sólo tenemos que proyectar las $P_i + P_i^{\perp}$ soluciones principales de nuestro problema CCA-MAXVAR en el subespacio complementario al definido por las matrices previamente estimadas, esto es

$$\left[\hat{\mathbf{S}}_i^1[n] \cdots \hat{\mathbf{S}}_i^{i-P_i}[n]\right].$$

Esta etapa de deflación se puede incorporar directamente en los algoritmos CCA propuestos en la Sección 2.4. De hecho, únicamente tenemos que incluir las señales previamente estimadas, en las restricciones de ortogonalidad (como si fueran las $P_i^{\perp}$ soluciones CCA-MAXVAR principales), y extraer las siguientes P_i soluciones aplicando los algoritmos CCA basados en regresiones LS acopladas. Así, los vectores canónicos proporcionan los igualadores para la extracción de la base para las P_i señales deseadas. Además, tal como se ha demostrado en el capítulo anterior, estos igualadores están escalados por los coeficientes PCA apropiados, y por lo tanto, la mejor aproximación PCA de sus salidas se obtiene directamente como la media.

En el caso general de varios canales SIMO con la misma longitud, la estima de las señales correspondientes consistirá en una mezcla instantánea (por medio de una matriz unitaria) de las fuentes. Esta ambigüedad se puede resolver en una etapa posterior por medio de cualquier técnica BSS basada en algún criterio adicional, tal como los HOS [Li98, Sampath01, Papadias00, Tugnait97, Tugnait00, Alberge06] o las propiedades espectrales de las fuentes [Zeng04, Tugnait00, Tugnait98, Tugnait97, Fang06b, Kotoulas06, Gazzah02, Gorokhov99, Tsatsanis99, Zhu99, Afkhamie00, López-Valcarce01a, Ma00, Hua03, An05a].

Finalmente, el procedimiento para la extracción secuencial de las fuentes se resume en el Algoritmo 3.1, y una aplicación directa del algoritmo adaptativo propuesto en el Apartado 2.4.2 proporciona el que, a nuestro juicio, es el primer algoritmo adaptativo para la igualación ciega de canales MIMO basado en SOS. El rendimiento de los algoritmos se evalúa en la Sección 3.4 por medio de simulaciones.

3.3.4. Discusión Adicional

Contribuciones Principales

Las principales contribuciones de la técnica propuesta son las siguientes:

- Los igualadores y la mejor combinación lineal de sus salidas, con respecto a un criterio PCA, se obtienen de manera óptima en una sola etapa.

Algoritmo 3.1 Resumen de la técnica basada en CCA-MAXVAR para la igualación ciega de canales MIMO-FIR.

Inicializar $i = 1$ y ordenar $L_1 \geq \ldots \geq L_{n_T}$.
while $i \leq n_T$ **do**
  Obtener el número de señales a extraer P_i y actualizar $i = i + P_i - 1$.
  Obtener el número de restricciones a aplicar $P_i^{\perp} = \sum_{j=1}^{i-P_i}(L_j - L_i + 1)$.
  Formar el problema CCA-MAXVAR con $\tilde{\mathbf{X}}_1[n], \ldots, \tilde{\mathbf{X}}_{M_i}[n]$.
  Asumir $\left[\hat{\mathbf{S}}_i^1[n] \cdots \hat{\mathbf{S}}_i^{i-P_i}[n]\right]$ como las $P_i^{\perp}$ soluciones principales $\mathbf{z}_i^{(1)}[n], \ldots, \mathbf{z}_i^{(P_i^{\perp})}[n]$.
  Obtener la base $\left[\mathbf{z}_i^{(P_i^{\perp}+1)}[n] \cdots \mathbf{z}_i^{(P_i^{\perp}+P_i)}[n]\right]$ para las P_i señales siguientes $\hat{\mathbf{s}}_{i-P_i+1}[n], \ldots, \hat{\mathbf{s}}_i[n]$.
  Actualizar $i = i + 1$.
end while

- A diferencia de las técnicas en [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99], se tienen en cuenta las diferencias entre las salidas de todos los igualadores.
- El método propuesto se ha derivado en un marco de trabajo determinista. En ausencia de ruido es capaz de recuperar las fuentes, de manera exacta, a partir de un número finito de observaciones.
- La restricción en los coeficientes de los igualadores [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99] se reemplaza por una restricción en la energía de sus salidas, reduciendo así el problema de amplificación del ruido, especialmente en el caso de señales coloreadas o un pequeño número de observaciones.
- La interpretación de CCA como un conjunto de problemas de regresión acoplados permite modificar el algoritmo de manera sencilla. A modo de ejemplo, en la siguiente sección se muestra cómo se puede hacer una transición suave a un método guiado por decisión (*decision directed* o DD) mediante la modificación de la señal de referencia $\hat{\mathbf{s}}_i[n]$.
- A diferencia de otras técnicas, los igualadores obtenidos con el método propuesto se pueden interpretar como estimas de los igualadores MMSE.

Para clarificar la última de las ventajas comentadas, tendremos en cuenta la reformulación del problema CCA-MAXVAR como un conjunto de problemas de regresión LS acoplados. De esta forma, a partir de (3.5) podemos ver que las soluciones satisfacen

$$\hat{\mathbf{w}}_{ik} \propto \tilde{\mathbf{X}}_k^{+}[n]\hat{\mathbf{s}}_i[n],$$

y teniendo en cuenta que $\hat{\mathbf{s}}_i[n]$ es una estima, más o menos precisa, de la fuente $\mathbf{s}_i[n]$, la expresión anterior resulta equivalente a la ecuación (1.3), es decir, $\hat{\mathbf{w}}_{ik}$ se puede interpretar como una estima del filtro de Wiener. Este resultado contrasta con las técnicas propuestas en [Gesbert97, Li97, Giannakis97b, Giannakis99, Zhu99], las cuales sólo consideran la obtención de los igualadores ZF, o su mejor combinación en términos de MMSE[2] [Giannakis97b, Giannakis99, Gazzah06].

Relación con Otras Técnicas

- En [Gesbert97], los autores presentan un algoritmo adaptativo para la igualación ciega de canales SIMO, el cual se basa en una restricción lineal sobre los igualadores y la inversión, por medio del RLS, de una matriz de correlación de dimensiones $n_R KM$ (con $M = K + L - 1$). En el caso de canales SIMO, la técnica propuesta en este capítulo resuelve M_1 problemas de regresión de tamaño $n_R K$. Sin embargo, teniendo en cuenta la relación entre las matrices $\tilde{\mathbf{X}}_1[n], \ldots, \tilde{\mathbf{X}}_{M_1}[n]$, el coste computacional es equivalente al de un único problema RLS de tamaño $n_R K$. Por lo tanto, la complejidad computacional de la técnica propuesta es inferior a la de [Gesbert97].

[2] Ver también [Fang06a] para la obtención, en una segunda etapa, de los igualadores MMSE a partir de las estimas ZF.

- En [Sampath02], los autores han propuesto una técnica para la igualación ciega de canales MIMO-FIR. Esta técnica se puede considerar como la generalización determinista a canales MIMO, de los métodos en [Li97, Gesbert97]. El método asume canales SIMO de igual longitud, y la extracción final de las fuentes se basa en su pertenencia a un alfabeto finito.

- Otra técnica interesante para canales MIMO se ha propuesto en [López-Valcarce01c] (ver también [López-Valcarce01b]). Esta técnica se basa en la diversidad en el orden del canal, pero se limita a la extracción de las señales distorsionadas por los canales SIMO de mayor orden.

- Aunque la técnica propuesta se ha presentado como un método de igualación ciega de canales MIMO, debemos tener en cuenta que en realidad resuelve el problema general de separación ciega de mezclas convolutivas [Gorokhov97, Haykin00]. Desde este punto de vista, el método propuesto se puede considerar como la generalización, a mezclas convolutivas, de la etapa de preblanqueo normalmente empleada en problemas de separación ciega de mezclas instantáneas [Comon91, Hyvärinen97, Cardoso98, Haykin00, Hyvärinen01].

3.4. Resultados de Simulación

En esta sección se analiza el rendimiento de la técnica propuesta por medio de algunos ejemplos numéricos. En todas las simulaciones se han promediado los resultados de 300 experimentos independientes, y se han considerado señales fuentes distorsionadas por un canal SIMO o MIMO y por ruido blanco y Gaussiano de media cero.

3.4.1. Modelo de Canal

Los ejemplos de simulación son similares a los de [Gesbert97]. Se considera un sistema de comunicaciones inalámbricas a 900Mhz con $n_R = 2$ o $n_R = 4$ sensores distribuidos en un array circular uniforme de radio $\lambda/4 \approx 8.33cm$. Se ha utilizado el modelo de propagación de Clarke [Gesbert97, Clarke68] con los siguientes perfiles de potencia (*power profile*):

- Modelo EQx (*Equalization Test*) para canales altamente dispersivos:

rayo	1	2	3	4	5	6
retardo (μs)	0.0	2.2	4.4	6.6	8.8	11
atenuación (dB)	0	0	0	0	0	0

- Modelo TU (*Typical urban*):

rayo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
retardo (μs)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.2	1.4	1.8	2.4	3.0	3.2	5
atenuación (dB)	-4	-3	0	-2	-3	-5	-7	-5	-6	-9	-11	-10

Los símbolos de información pertenecen a una constelación 16-QAM con varianza unidad, y tienen una duración de 3.7μs. En el transmisor y receptor se emplean filtros en raíz cuadrada de coseno alzado con factor del *roll-off* de 0.5, y los canales SIMO de tiempo continuo se muestrean al periodo de símbolo y se normalizan a ganancia n_R. La Figura 3.1 muestra una realización de los modelos de canal propuestos para $n_R = 4$ sensores.

Aunque las longitudes teóricas de los canales (caso sin ruido) se podrían considerar como $L > 5$ para ambos modelos, en los ejemplos de simulación se consideran las longitudes efectivas del canal (el número de muestras que concentra la mayor parte de la energía [Liavas99a]) como 4 y 2 para los modelos EQx y TU, respectivamente. Por último, los coeficientes centrales de los canales SIMO muestreados quedan recogidos en la Tabla 3.1.

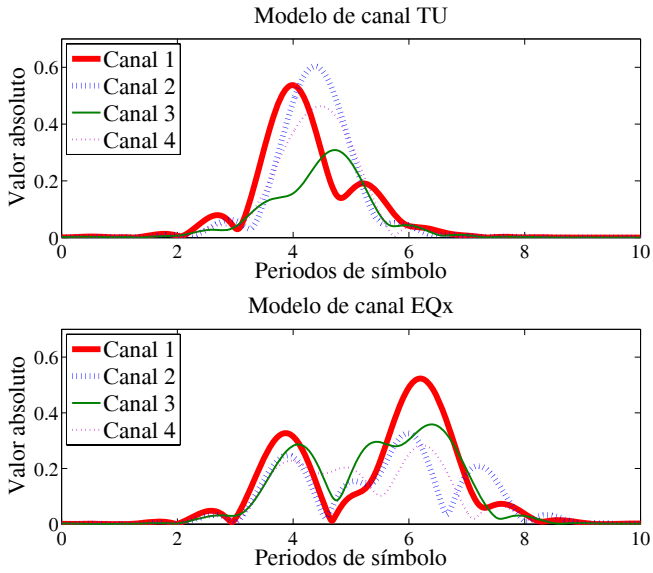

Figura 3.1: Valor absoluto de la respuesta al impulso de los canales de tiempo continuo.

i	n	$h_{1i}[n]$	$h_{2i}[n]$	$h_{3i}[n]$	$h_{4i}[n]$
1	0	$0.0956 - 0.3002j$	$-0.0980 - 0.2201j$	$-0.2776 - 0.0478j$	$0.2144 + 0.0747j$
	1	$0.0600 + 0.0803j$	$-0.0173 + 0.1515j$	$0.1830 + 0.0034j$	$0.1270 - 0.1551j$
	2	$0.1543 - 0.4667j$	$-0.2532 - 0.2064j$	$-0.0627 + 0.2967j$	$-0.0182 + 0.2506j$
	3	$-0.0706 - 0.1395j$	$0.1338 + 0.1219j$	$-0.1152 + 0.1564j$	$-0.0394 + 0.0220j$
2	0	$0.0939 - 0.5288j$	$-0.4634 - 0.1178j$	$0.1161 + 0.1043j$	$0.3468 - 0.1314j$
	1	$-0.1292 + 0.1043j$	$-0.2997 - 0.0906j$	$0.2353 - 0.1223j$	$0.0829 - 0.3210j$

Tabla 3.1: Respuesta al impulso unitario de los canales utilizados en los ejemplos de simulación.

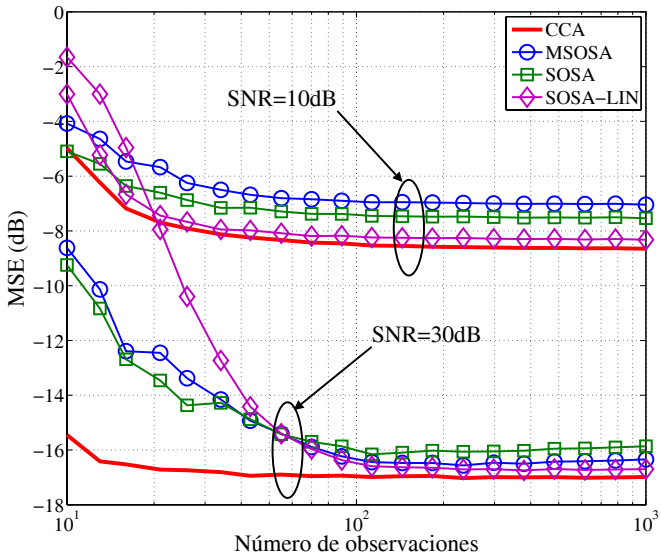

Figura 3.2: Rendimiento de las técnicas de igualación SIMO en función del número de observaciones. Canal SIMO 1×2 de longitud $L_2 = 2$. Longitud del igualador $K = 2$.

3.4.2. Ejemplos SIMO

En este apartado, el método propuesto (denotado como CCA) se compara con el algoritmo SOSA (*second-order statistics algorithm*) y SOSA modificado (MSOSA) propuestos en [Li97], así como con la técnica propuesta en [Gesbert97] (a la que nos referimos como SOSA-LIN). Estas técnicas imponen una restricción cuadrática (SOSA y MSOSA) o lineal (SOSA-LIN) en los coeficientes de los igualadores. Además, no resuelven el problema de encontrar la mejor combinación de las salidas de los igualadores. Así, para estos métodos, la estima final de la señal se ha obtenido como la mejor combinación lineal de las salidas de los igualadores [Giannakis97b, Giannakis99].

En el primer ejemplo, una señal fuente es distorsionada por el canal SIMO 1×2 formado por las antenas 1 y 3 del segundo canal ($i = 2$, $L_2 = 2$) mostrado en la Tabla 3.1. Se han considerado niveles de ruido bajos (SNR=30dB) y moderados (SNR=10dB). En las Figuras 3.2 y 3.3 se muestra el MSE, en la estima de la señal, como una función del número de observaciones disponibles N o de la longitud de los igualadores K. La ventaja del método propuesto para altas SNRs y un número reducido de observaciones es una consecuencia directa de la naturaleza determinista del algoritmo, mientras que la baja dependencia respecto a K se debe a la restricción en la energía de la salida de los igualadores.

En el segundo ejemplo se considera el canal SIMO de longitud $L_2 = 2$ con $n_R = 2$ y $n_R = 4$ antenas receptoras. La longitud del igualador es $K = 1$ y el número de observaciones es $N = 1000$. El MSE para la estima de las señales se muestra en la Figura 3.4. Sorprendentemente, el rendimiento de las técnicas SOSA y MSOSA se ve degradado cuando se incrementa el número de antenas receptoras. Esto se debe al hecho de que, para este ejemplo, existe un conjunto de $M_2 = K + L_2 - 1 = 2$ igualadores en el espacio nulo de $\mathcal{T}(\mathbf{H}_2)$ (que para $n_R = 4$ y $K = 1$ es de dimensión 2). Dichos igualadores cancelan la señal fuente a su salida, lo que se traduce en un gran efecto de amplificación del ruido. Finalmente, este problema es parcialmente evitado por la restricción lineal en los igualadores (SOSA-LIN), y completamente eliminado cuando se impone la restricción en la energía de las salidas (CCA).

En el tercer ejemplo, la versión adaptativa de la técnica propuesta (CCA) se ha comparado con el algoritmo basado en el RLS (SOSA-LIN) propuesto en [Gesbert97], el algoritmo de módulo constante (*constant modulus algorithm* o CMA) [Godard80], y el RLS con secuencia de entrenamiento. En la Figura 3.5 se muestran las curvas de convergencia para el canal SIMO de longitud $L_2 = 2$ y $n_R = 2$, y para el canal SIMO con $n_R = 4$ y $L_1 = 4$. El factor de olvido exponencial para los problemas RLS es $\lambda = 0.9$, y la relación señal a ruido es SNR=30dB. Como se puede observar, el rendimiento de la

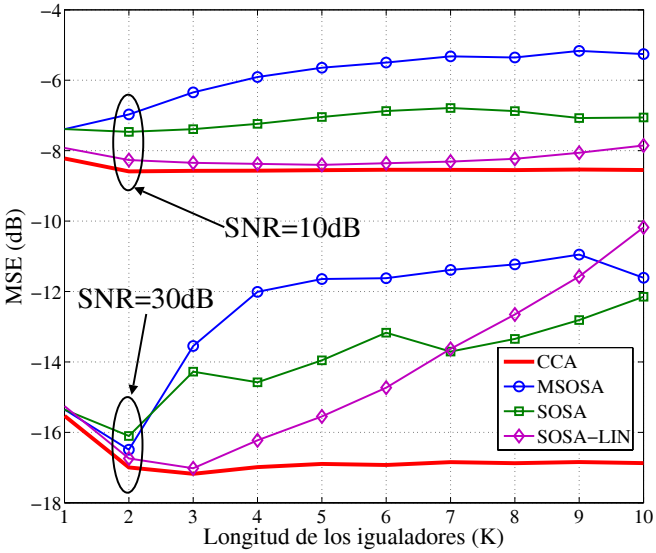

Figura 3.3: Rendimiento de las técnicas de igualación SIMO en función de la longitud de los igualadores. Canal SIMO 1×2 de longitud $L_2 = 2$. Número de observaciones $N = 200$.

técnica SOSA-LIN se degrada para problemas de complejidad moderada ($P = 4$, $L_1 = 4$), incluso en el caso de altos valores de λ, lo cual se debe a las dimensiones del problema RLS a resolver y al posible mal condicionamiento de la matriz de correlación asociada. Por otro lado, se puede apreciar que la técnica propuesta basada en CCA converge más rápidamente que el algoritmo CMA.

Extensión del Algoritmo Propuesto

Como se ha comentado anteriormente, la reformulación del problema de igualación como un conjunto de problemas de regresión permite la modificación del algoritmo propuesto de manera sencilla. Por ejemplo, el algoritmo CCA robusto a espurios presentado en el Apartado 2.4.2 (ver también [Vía05d]) se puede aplicar a la igualación ciega de canales SIMO o MIMO con ruido impulsivo.

En [Vía05a] hemos propuesto otra modificación del algoritmo de igualación adaptativo. En concreto, el conocimiento de la constelación de los símbolos transmitidos se ha explotado para desarrollar un algoritmo de decisión suave (*soft-decision*) [Nowlan93, Haykin94], consistente en la sustitución de la señal de referencia $\hat{s}_i[n]$ por una estima mejorada

$$f_i^{n-1}\left(\hat{s}_i[n]\right),$$

donde $f_i^{n-1}(\cdot)$ es una no-linealidad derivada del conocimiento de la constelación transmitida.

El funcionamiento de esta versión del algoritmo se ilustra con el siguiente ejemplo: Se ha considerado el canal SIMO con $n_R = 3$ antenas receptoras mostrado en la Tabla 3.2. La señal transmitida pertenece a una constelación 16QAM, se asume ruido blanco y Gaussiano con SNR=30dB, y se fija el factor de olvido exponencial del RLS en $\lambda = 0.95$. En la Figura 3.6 se muestran los resultados, en términos de ISI tras la igualación, obtenidos por el algoritmo original (denotado como CCA-RLS) y su versión modificada (CCA-RLS+SDE). Como se puede observar, la inclusión de la no-linealidad se traduce en una mayor velocidad de convergencia y un menor valor de la ISI final. Además, en la Figura 3.7 se ilustra la evolución de la no-linealidad (parte real e imaginaria de $f_i^{n-1}(\cdot)$), lo que demuestra que la modificación propuesta permite una transición suave entre el algoritmo CCA original y una técnica guiada por decisión.

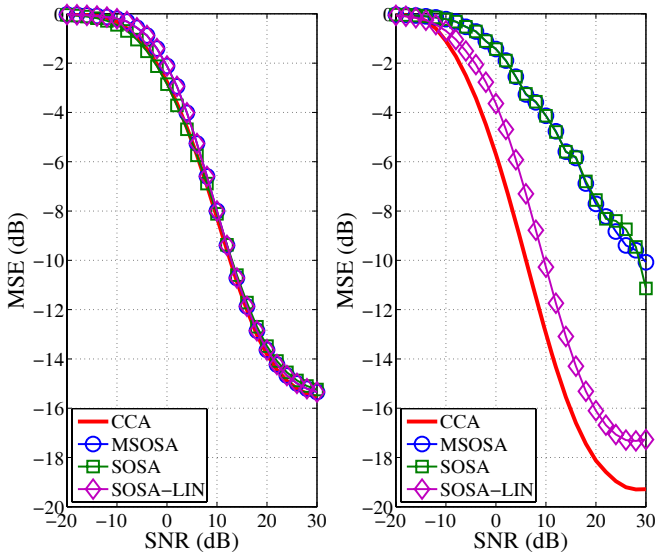

Figura 3.4: Efecto de aumentar el número de antenas receptoras n_R. Canal SIMO de longitud $L_2 = 2$ con $n_R = 2$ (izquierda) y $n_R = 4$ (derecha). $N = 1000$ observaciones. $K = 1$.

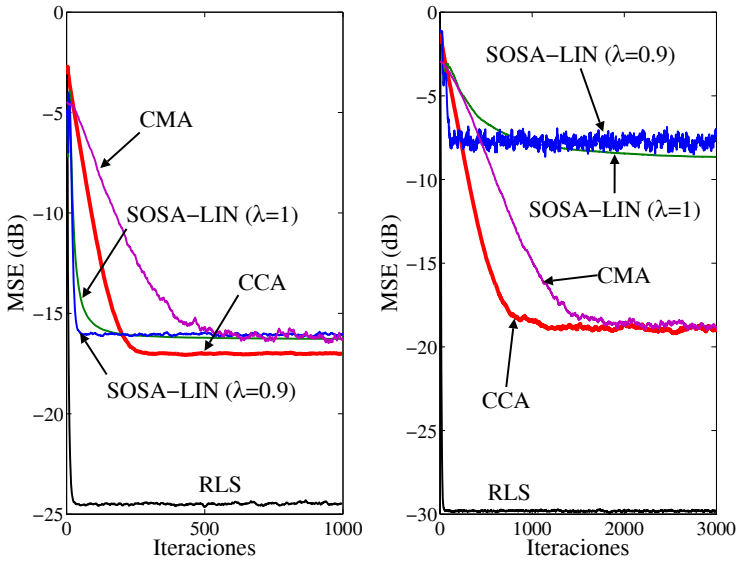

Figura 3.5: Convergencia de los algoritmos adaptativos. Canal SIMO con $L_2 = n_R = 2$ (izquierda), y canal SIMO con $L_1 = n_R = 4$ (derecha). SNR=30dB, $K = 2$, $\lambda = 0.9$.

n	$\mathbf{h}_1[n]$	$\mathbf{h}_2[n]$	$\mathbf{h}_3[n]$
0	$1.786 - j1.989$	$0.245 + j0.974$	$0.873 - j1.234$
1	$-2.113 + j3.153$	$-2.223 + j1.595$	$-0.939 + j0.914$
2	$0.256 + j0.484$	$0.428 - j0.485$	$0.302 + j0.090$
3	$2.230 + j0.109$	$3.061 - j0.564$	$1.077 - j1.980$
4	$-1.359 - j1.326$	$-0.186 + j0.199$	$-1.155 - j0.238$
5	$-0.665 - j2.047$	$-1.089 + j0.419$	$0.592 + j0.908$
6	$1.198 - j2.016$	$0.865 + j1.288$	$0.157 - j0.497$

Tabla 3.2: Respuesta al impulso del canal SIMO para el ejemplo de decisión suave.

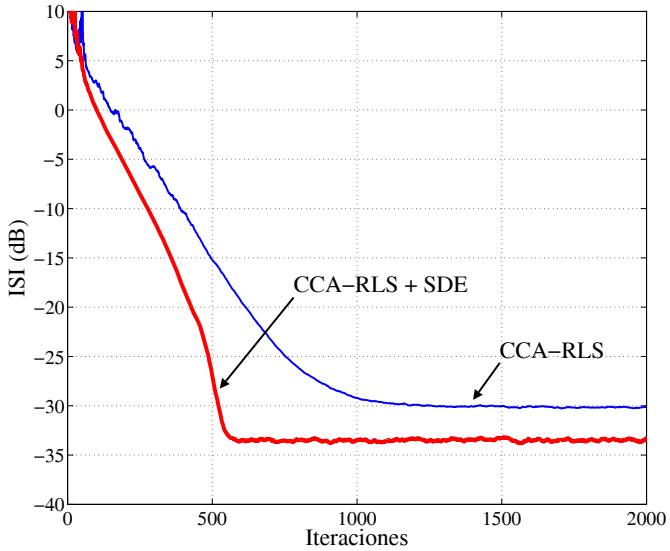

Figura 3.6: Convergencia de la técnica CCA original y su versión modificada. Señales 16QAM, $\lambda = 0.95$, SNR=30dB.

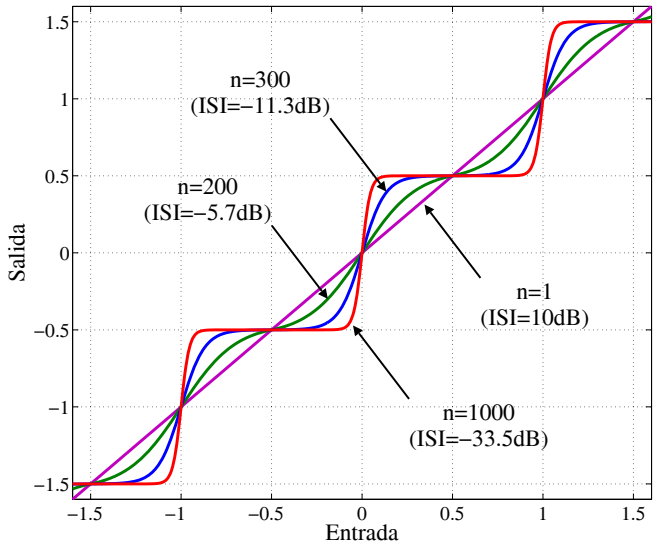

Figura 3.7: Evolución de la no-linealidad en cuatro instantes temporales diferentes.

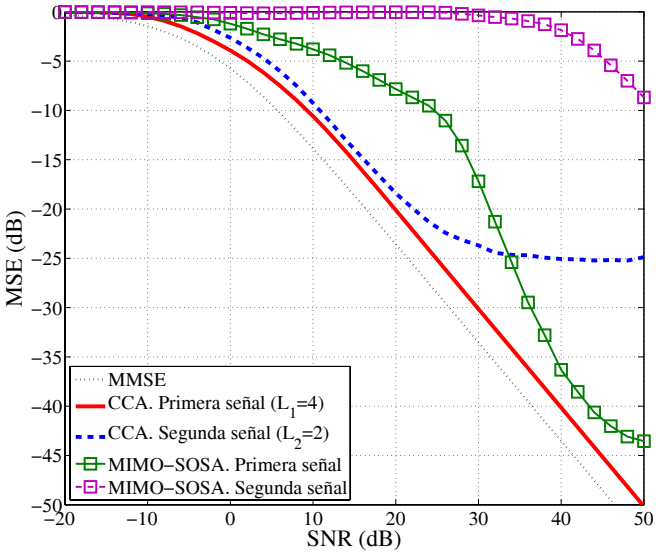

Figura 3.8: Algoritmos de igualación ciega MIMO. Canal MIMO 2×4, $N = 1000$, $K = 4$. Canal MIMO simulado.

3.4.3. Ejemplos MIMO

En este apartado se evalúa el rendimiento de la técnica CCA y se compara con el método determinista propuesto en [Sampath02] (denotado aquí como MIMO-SOSA) y el algoritmo MIMO-CMA [Li98]. En todos los ejemplos se ha considerado el canal MIMO de $n_T = 2$ entradas y $n_R = 4$ salidas presentado anteriormente, y la longitud de los igualadores se ha fijado en $K = 4$.

En primer lugar se ilustra el rendimiento de la técnica propuesta y el algoritmo de deflación por medio de un ejemplo simulado. Específicamente, se ha considerado el canal MIMO mostrado en la Tabla 3.1, es decir, los coeficientes iniciales y finales de los canales en la Figura 3.1 han sido eliminados. El número de observaciones es $N = 1000$ y la longitud de los igualadores es $K = 4$. El MSE de las señales igualadas se muestra en la Figura 3.8, donde se puede observar que, en ausencia de ruido, la primera señal ($L_1 = 4$) se extrae perfectamente (algoritmo CCA determinista), mientras que la segunda señal ($L_2 = 2$) se ve afectada por un suelo de ruido debido a la diferencia entre señales incorreladas y estrictamente ortogonales (dicho suelo decrece rápidamente con N). Adicionalmente, se muestran los resultados para el algoritmo MIMO-SOSA, el cual asume un canal MIMO de longitud $L = 4$ y reduce la mezcla convolutiva a una mezcla instantánea. En este caso, los dos canales SIMO se han limitado a sus $L = 4$ coeficientes más significativos, y la estima final de las señales se ha basado en el conocimiento previo de las entradas. Como se puede observar, la técnica propuesta ofrece mejores resultados que el algoritmo MIMO-SOSA.

El ejemplo anterior se ha repetido para el canal MIMO real, es decir, considerando todos los coeficientes. En la Figura 3.9 se muestra el MSE de las señales igualadas, donde se puede apreciar que el método propuesto obtiene los mejores resultados, mientras que el MIMO-SOSA no es capaz de extraer la segunda señal ($L_2 = 2$). Esto se debe a la suposición implícita de que los canales SIMO son de la misma longitud [Sampath02]. Además, debemos notar que el suelo de ruido para la técnica propuesta se debe al efecto de los coeficientes iniciales y finales del canal, y no al proceso de deflación (que sólo afecta a la segunda señal). De esta forma, podemos concluir que, en casos realistas, el efecto de la técnica de deflación es irrelevante. Adicionalmente, el efecto del número de observaciones y la longitud de los igualadores se muestra en las Figuras 3.10 y 3.11, respectivamente. En ambos casos, se han incluido los resultados para el algoritmo MIMO-SOSA con $N = 1000$, demostrando que la técnica propuesta obtiene mejores resultados.

En el siguiente ejemplo se ha evaluado el rendimiento del algoritmo propuesto cuando el orden del

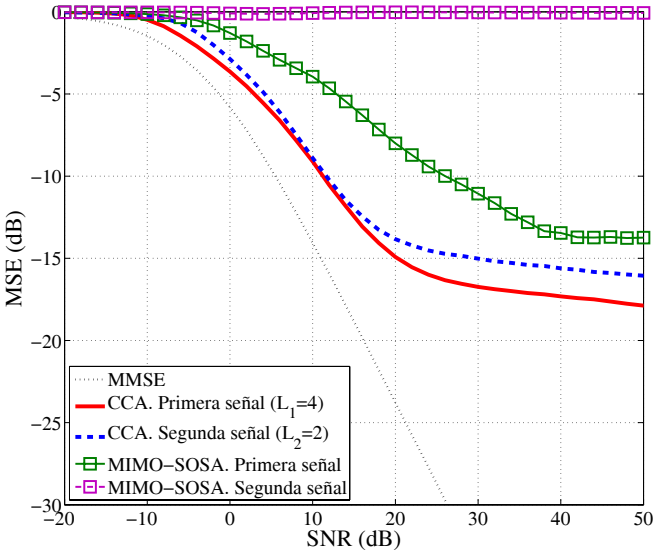

Figura 3.9: Algoritmos de igualación ciega MIMO. Canal MIMO 2×4, $N = 1000$, $K = 4$. Canal MIMO real.

canal es estimado. Concretamente, se ha empleado la técnica propuesta en [Kotoulas06], excluyendo la etapa de eliminación del ruido[3] (*denoising*). Los resultados de simulación se muestran en la Figura 3.12, donde se puede apreciar que el MSE para la primera señal es similar al obtenido con un conocimiento exacto del orden del canal, mientras que la segunda señal se ve más afectada por errores en la estima del orden.

Por último, el algoritmo CCA adaptativo se ha comparado con el algoritmo MIMO-CMA [Li98]. El factor de olvido exponencial se ha fijado a $\lambda = 0.99$, y se ha observado que el MIMO-CMA no consigue extraer la segunda señal. Las curvas de convergencia para la extracción de las fuentes se muestran en la Figura 3.13. Como se puede ver, el criterio propuesto es capaz de extraer ambas fuentes y supera a la técnica MIMO-CMA en términos de velocidad de convergencia.

3.5. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una nueva técnica de igualación ciega de canales MIMO basada en SOS. El método propuesto explota la diversidad del orden del canal MIMO para reformular el problema de igualación como un conjunto de problemas CCA anidados. La resolución de los problemas CCA mediante las técnicas presentadas en el Capítulo 2 permite la obtención, de manera directa, de algoritmos de igualación bloque y adaptativos. A diferencia de otras técnicas de igualación, el método propuesto obtiene, en un solo paso, la estima de los igualadores y la mejor combinación de sus salidas. Además, los igualadores estimados se pueden interpretar como estimas de las soluciones MMSE, y la modificación de la señal de referencia para los problemas de regresión abre las puertas a nuevas mejoras y extensiones del algoritmo. Finalmente, el rendimiento de los algoritmos propuestos se ha evaluado mediante varios ejemplos de simulación, obteniendo mejores resultados que los proporcionados por otras técnicas previamente propuestas.

[3]Por medio de simulaciones se ha comprobado que la etapa de eliminación del ruido no proporciona buenos resultados para canales con pequeños coeficientes iniciales o finales.

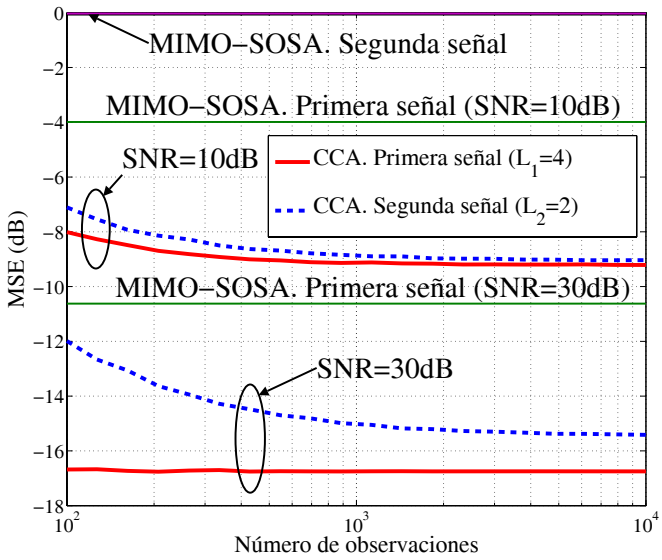

Figura 3.10: Algoritmos de igualación ciega MIMO. Canal MIMO 2×4, $K = 4$. Canal MIMO real.

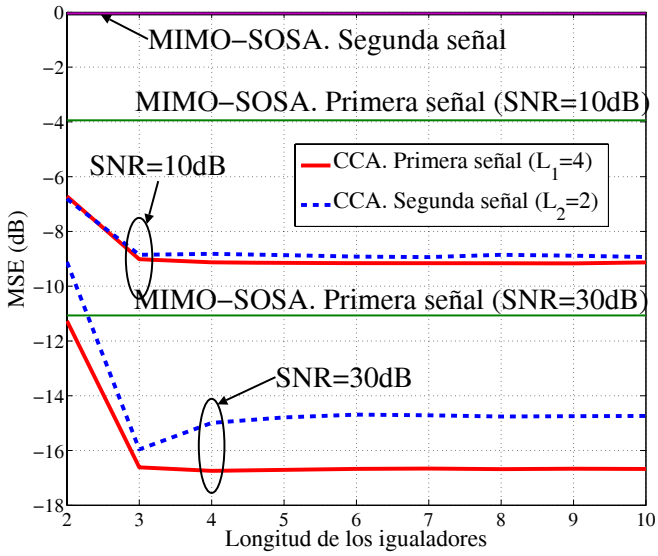

Figura 3.11: Algoritmos de igualación ciega MIMO. Canal MIMO 2×4, $N = 1000$. Canal MIMO real.

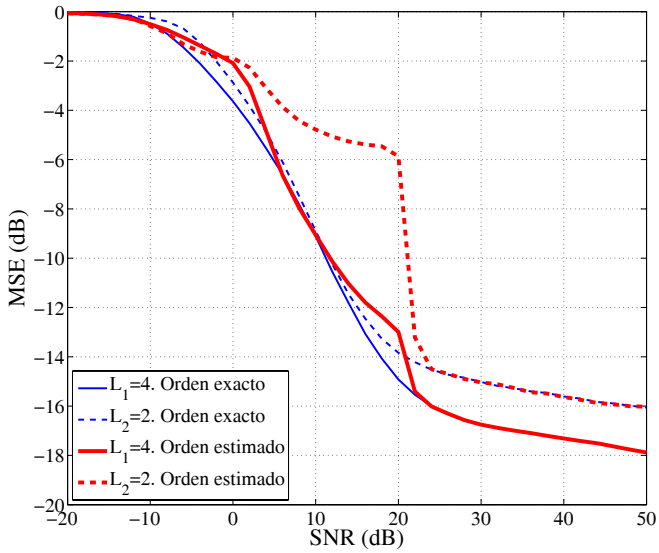

Figura 3.12: Algoritmo CCA de igualación ciega MIMO. Ejemplo incluyendo la estima del orden del canal. Canal MIMO real 2×4, $N = 1000$, $K = 4$.

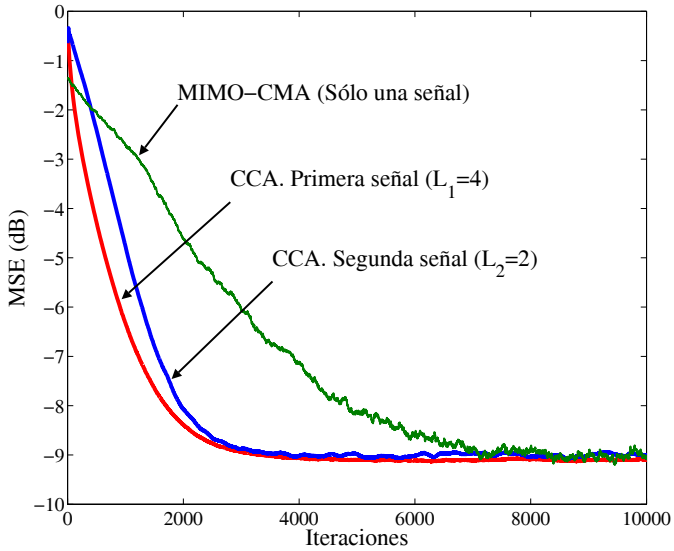

Figura 3.13: Algoritmos adaptativos de igualación ciega. Canal MIMO 2×4. $\lambda = 0.99$, $K = 4$, SNR=10dB.

Capítulo 4

Estima del Orden de Canales SIMO

4.1. Introducción

Como se ha mostrado en el Capítulo 1, gran parte de las técnicas de identificación e igualación ciega de canales SIMO/MIMO requieren el conocimiento previo del orden del canal. En este capítulo se propone una nueva técnica determinista para la estima del orden de canales SIMO. El método consiste en la combinación de una función de coste para la identificación ciega del canal (la cual decrece con la estima del orden), y una función de coste de igualación (creciente con la estima del orden). En particular, se emplea la técnica de identificación de mínimos cuadrados (LS) propuesta en [Xu95], y la técnica de igualación basada en CCA descrita en el capítulo anterior. En ausencia de ruido, y bajo condiciones sencillas, el término de identificación se hace cero cuando el orden del canal estimado es igual o mayor que el verdadero, mientras que el término de igualación se hace cero cuando el orden del canal es exacto o infraestimado. De esta manera, la suma de ambos términos tiene su mínimo en el orden correcto del canal, el cual se encuentra mediante un barrido en dicho parámetro.

La estructura de este capítulo es la siguiente: En primer lugar, en la Sección 4.2 se hace una breve revisión de las técnicas para la estima del orden existentes en la literatura. En la Sección 4.3 se presentan las funciones de coste de identificación e igualación, y en la Sección 4.4 se evalúa su comportamiento con la estima del orden del canal. El nuevo criterio para la estima del orden de canales SIMO se presenta en la Sección 4.5, y su rendimiento se evalúa por medio de simulaciones en la Sección 4.6. Finalmente, las principales conclusiones se resumen en la Sección 4.7.

4.2. Revisión de la Literatura

Como se ha comentado anteriormente, muchas de las técnicas de estima e igualación ciega de canales SIMO requieren el conocimiento previo del orden del canal (ver por ejemplo las técnicas presentadas en los Apartados 1.4.2 y 1.4.3). Estas técnicas encuentran su análogo en el caso MIMO en los métodos basados en la diversidad en el orden del canal [Gorokhov97, An05b, Fang06b, López-Valcarce01c, Vía07b]. Sin embargo, en [Liavas99b, Liavas00] se ha demostrado que cuando el orden efectivo del canal es sobreestimado o infraestimado, el rendimiento de dichas técnicas se degrada considerablemente. A continuación se enumeran las principales técnicas para la estima del orden de canales SIMO.

Criterios Basados en Teoría de la Información

La primera aproximación al problema de estima del orden de canales SIMO consiste en la aplicación de técnicas basadas en criterios de la Teoría de la Información, tales como el criterio de Akaike (AIC) [Akaike74] y el *minimum description length* (MDL) de Rissanen [Rissanen84]. Estas técnicas se aplican para determinar la dimensión de un cierto subespacio de señal [Wax85]. Sin embargo, sus principales inconvenientes vienen dados por sus fuertes suposiciones. En concreto, estas técnicas asumen que los sucesivos vectores de datos son vectores aleatorios i.i.d Gaussianos de media cero, lo

que no se satisface en el modelo de señal dado en la ecuación (1.6). Además, ambos métodos tienden a sobreestimar el orden del canal a altas SNRs y, aunque el MDL es asintóticamente consistente [Wax85], su rendimiento se ve significativamente degradado cuando la respuesta al impulso del canal tiene pequeños coeficientes al inicio o al final. Un análisis detallado del rendimiento de los métodos AIC y MDL se puede encontrar en [Liavas01]. En dicho trabajo se muestra que cuando los autovalores de ruido no son lo suficientemente cercanos, ambas técnicas tienden a sobreestimar el orden del canal.

Estima del Orden Efectivo del Canal

En [Liavas99a] los autores han propuesto un método para la estima del orden efectivo del canal, es decir, el número de coeficientes que concentran la mayor parte de la energía. Dicha técnica se basa en la relación entre los autovalores consecutivos de la matriz de correlación de las observaciones. Aunque en altas SNRs, el método resuelve el problema de sobreestima del orden que afecta a las técnicas basadas en criterios de Teoría de la Información, el rendimiento a bajas SNRs no es todo lo bueno que se podría esperar. Además, el algoritmo se basa en la suposición de señales blancas, por lo que su rendimiento se degrada en presencia de señales coloreadas.

Técnica Determinista

En [Tong99], Tong y Zhao han propuesto un algoritmo determinista para la identificación y la estima del orden del canal de manera conjunta. La técnica propuesta es capaz de obtener estimas exactas del orden del canal en ausencia de ruido. Sin embargo, el algoritmo requiere resolver tres problemas de descomposición en valores singulares (SVD) de manera secuencial, lo que implica un pobre rendimiento para bajas SNRs y para canales con pequeños coeficientes iniciales o finales.

Extensión a Canales MIMO

A diferencia del caso SIMO, el número de técnicas para la identificación del orden de canales MIMO es más bien escaso. Sin embargo, la reciente aparición de técnicas basadas en la diversidad de orden [Gorokhov97, An05b, Fang06b, López-Valcarce01c, Vía07b] ha hecho que este problema cobre un interés creciente [Gorokhov97, Kotoulas06]. Aunque en este capítulo nos centraremos en la estima del orden en canales SIMO, conviene destacar que la técnica de igualación MIMO propuesta en el capítulo anterior podría emplearse para obtener estimas del orden del canal en sistemas MIMO. Concretamente, la estima se basaría en la evaluación de la multiplicidad de la mayor correlación canónica de los problemas CCA propuestos en el Apartado 3.3.3.

4.3. Técnicas de Identificación e Igualación de Canales SIMO

En esta sección se introducen las técnicas de identificación e igualación ciega de canales SIMO que posteriormente se combinarán para obtener un nuevo criterio para la estima del orden de este tipo de canales.

4.3.1. Identificación Ciega

La técnica de identificación ciega que emplearemos es la propuesta en [Xu95], y que también se resume en el Apartado 1.4.2. Dicha técnica, conocida como LS (*least squares*), se basa en la minimización de la siguiente función de coste

$$J_{id}(\hat{L}) = \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{n_R} \left\| \mathbf{X}_k(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}_l(\hat{L}) - \mathbf{X}_l(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}_k(\hat{L}) \right\|^2, \tag{4.1}$$

donde

$$\mathbf{X}_k(\hat{L}) = \begin{bmatrix} x_k[n+\hat{L}-1] & x_k[n+\hat{L}-2] & \cdots & x_k[n] \\ x_k[n+\hat{L}] & x_k[n+\hat{L}-1] & \ddots & x_k[n+1] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_k[n+N-1] & x_k[n+N-2] & \cdots & x_k[n+N-\hat{L}] \end{bmatrix}, \qquad k = 1, \ldots, n_R,$$

$\hat{L}$ es la supuesta longitud del canal SIMO, $\hat{\mathbf{h}}_k(\hat{L})$ son las estimas de los subcanales, y N es el número de observaciones.

Normalmente, para evitar la solución trivial se impone una restricción de norma unidad en los coeficientes del canal. Sin embargo, aquí se considerará la siguiente restricción alternativa en la energía de las señales de salida (ver Figura 1.3)

$$\sum_{\substack{k,l=1 \\ k\neq l}}^{n_R} \left\| \mathbf{X}_k(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}_l(\hat{L}) \right\|^2 = 1. \tag{4.2}$$

A partir de (4.1) y la restricción (4.2), se puede demostrar fácilmente que la función de coste se puede reescribir como

$$J_{id}(\hat{L}) = 1 - \rho_{id}(\hat{L}), \tag{4.3}$$

donde

$$\rho_{id}(\hat{L}) = \sum_{\substack{k,l=1 \\ k\neq l}}^{n_R} \hat{\mathbf{h}}_l^H(\hat{L})\mathbf{R}_{kl}(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}_k(\hat{L}), \tag{4.4}$$

y $\mathbf{R}_{kl}(\hat{L}) = \mathbf{X}_k^H(\hat{L})\mathbf{X}_l(\hat{L})$.

A partir de (4.3) se puede concluir que, bajo la restricción propuesta, la minimización del error cuadrático entre pares de salidas (4.1) es equivalente a la maximización de su correlación (4.4). Desde el punto de vista de la estima del orden del canal, una ventaja de la utilización de esta restricción es que, en la solución, el valor de la función de coste está acotado entre cero y uno:

$$0 \leq \text{mín}\left\{ J_{id}(\hat{L}) \right\} \leq 1.$$

Como se verá posteriormente, la función de coste de igualación es similar a (4.3), y su mínimo también está acotado entre cero y uno; por lo tanto, ambas funciones de coste se pueden combinar sin necesidad de parámetros de ponderación. Dicho de otra manera, con la restricción elegida la función de coste es invariante con respecto a un escalado arbitrario de las señales observadas. Otra ventaja de sustituir la restricción en la energía de la estima de los canales, por la restricción en la energía de las señales, consiste en una mayor robustez frente a señales coloreadas o un pequeño número de observaciones, evitando problemas de amplificación del ruido.

Agrupando las estimas de los subcanales en el vector $\hat{\mathbf{h}}(\hat{L}) = [\hat{\mathbf{h}}_1^T(\hat{L}), \ldots, \hat{\mathbf{h}}_{n_R}^T(\hat{L})]^T$, resulta sencillo probar que la solución que minimiza (4.3) viene dada por el autovector asociado al mayor autovalor del siguiente problema GEV[1]

$$\mathbf{R}(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}(\hat{L}) = \rho_{id}(\hat{L})\mathbf{D}(\hat{L})\hat{\mathbf{h}}(\hat{L}), \tag{4.5}$$

donde

$$\mathbf{R}(\hat{L}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{R}_{21}(\hat{L}) & \cdots & \mathbf{R}_{n_R 1}(\hat{L}) \\ \mathbf{R}_{12}(\hat{L}) & \mathbf{0} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{R}_{n_R(n_R-1)}(\hat{L}) \\ \mathbf{R}_{1n_R}(\hat{L}) & \cdots & \mathbf{R}_{(n_R-1)n_R}(\hat{L}) & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

[1]La solución se puede encontrar de manera sencilla mediante la técnica de multiplicadores de Lagrange.

y $\mathbf{D}(\hat{L})$ es una matriz diagonal por bloques dada por

$$\mathbf{D}(\hat{L}) = \begin{bmatrix} \sum_{k=2}^{n_R} \mathbf{R}_{kk}(\hat{L}) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \sum_{k=1}^{n_R-1} \mathbf{R}_{kk}(\hat{L}) \end{bmatrix}.$$

Finalmente, resulta interesante notar la similitud entre el problema GEV anterior y la técnica CCA descrita en la Sección 2.3. Específicamente, para $n_R = 2$ el problema anterior es equivalente a CCA de dos conjuntos de datos, por lo que el GEV en (4.5) se puede interpretar como una nueva generalización de CCA a varios conjuntos de datos.

4.3.2. Igualación Ciega

La técnica de igualación ciega es la propuesta en el capítulo anterior, que particularizada al caso de canales SIMO consiste en la minimización de la siguiente función de coste

$$J_{eq}(\hat{L}) = \frac{1}{2\hat{M}(\hat{M}-1)} \sum_{k,l=1}^{\hat{M}} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_k(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) - \tilde{\mathbf{X}}_l(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L}) \right\|^2, \tag{4.6}$$

donde $\hat{M} = K + \hat{L} - 1$ es el número de igualadores de longitud K, $\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L})$ es el igualador de retardo $k-1$, y las matrices $\tilde{\mathbf{X}}_k(\hat{L})$ se definen de manera análoga a (3.3).

Para evitar la solución trivial se aplica la restricción

$$\frac{1}{\hat{M}} \sum_{k=1}^{\hat{M}} \left\| \tilde{\mathbf{X}}_k(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) \right\|^2 = 1, \tag{4.7}$$

lo que permite reescribir (4.6) como

$$J_{eq}(\hat{L}) = 1 - \rho_{eq}(\hat{L}),$$

donde

$$\rho_{eq}(\hat{L}) = \frac{1}{\hat{M}(\hat{M}-1)} \sum_{\substack{k,l=1 \\ k \neq l}}^{\hat{M}} \hat{\mathbf{w}}_k^H(\hat{L})\tilde{\mathbf{R}}_{kl}(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L})$$

y $\tilde{\mathbf{R}}_{kl}(\hat{L}) = \tilde{\mathbf{X}}_k^H(\hat{L})\tilde{\mathbf{X}}_l(\hat{L})$.

Al igual que en el caso de identificación, la restricción (4.7) asegura que el mínimo de la función de coste está acotado entre cero y uno, y la solución al problema de igualación ciega viene dada por el autovector asociado al mayor autovalor del siguiente problema GEV

$$\frac{1}{\hat{M}}\tilde{\mathbf{R}}(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}(\hat{L}) = \beta_{eq}(\hat{L})\tilde{\mathbf{D}}(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}(\hat{L}),$$

donde $\hat{\mathbf{w}}(\hat{L}) = [\hat{\mathbf{w}}_1^T(\hat{L}), \ldots, \hat{\mathbf{w}}_{\hat{M}}^T(\hat{L})]^T$,

$$\tilde{\mathbf{R}}(\hat{L}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11}(\hat{L}) & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{1\hat{M}}(\hat{L}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{\hat{M}1}(\hat{L}) & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{\hat{M}\hat{M}}(\hat{L}) \end{bmatrix}, \qquad \tilde{\mathbf{D}}(\hat{L}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11}(\hat{L}) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{\hat{M}\hat{M}}(\hat{L}) \end{bmatrix},$$

y

$$\beta_{eq}(\hat{L}) = \frac{1 + (\hat{M}-1)\rho_{eq}(\hat{L})}{\hat{M}}.$$

4.4. Influencia del Orden del Canal

En esta sección se evalúa el efecto de la estima del orden del canal sobre el mínimo de las funciones de coste de igualación e identificación. En particular, se demuestra que el mínimo de la función de coste de identificación es monótonamente decreciente con $\hat{L}$, mientras que el mínimo de la función de coste de igualación crece con $\hat{L}$.

4.4.1. Efecto sobre la Función de Coste de Identificación

En el Apartado 1.4.2 se han presentado las condiciones para la identificación ciega de canales SIMO asociadas al criterio propuesto. A partir de dichas condiciones, y asumiendo un sistema sin ruido, el efecto de la estima del orden del canal sobre el mínimo de la función de coste se puede analizar de manera sencilla:

- $\hat{L} < L$: En este caso no es posible la identificación. La igualdad (1.4) no se puede satisfacer y $\text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\} > 0$.
- $\hat{L} = L$: Este es el caso analizado en el Apartado 1.4.2 y en [Xu95]. La técnica de identificación ciega recupera el canal SIMO con la única ambigüedad de un factor de escalado, es decir, $\text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\} = 0$.
- $\hat{L} > L$: En este caso se viola la Condición 1.4.1 ($h_k[\hat{L}] = 0$), y las soluciones a la función de coste propuesta vienen dadas por cualquier conjunto de canales de la forma

  $$\hat{\mathbf{h}}_k(\hat{L}) = \mathbf{h}_k(L) * \mathbf{c}(\hat{L} - L) \qquad k = 1, \ldots, n_R,$$

  donde $\mathbf{c}(\hat{L} - L) = [c[0], \ldots, c[\hat{L} - L]]$ es un vector no nulo arbitrario. En otras palabras, cuando el orden del canal es sobreestimado existe un espacio lineal de posibles soluciones; y para todas ellas: $J_{id}(\hat{L}) = 0$.

Considerando ahora el efecto del ruido, es sencillo demostrar que, para $\hat{L}_1 > \hat{L}_2$, $\text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L}_1)\right\} \leq \text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L}_2)\right\}$. Por lo tanto, la función de coste de identificación es una función monótonamente decreciente con la estima del orden del canal.

4.4.2. Efecto sobre la Función de Coste de Igualación

El criterio de igualación se basa en la existencia de un conjunto de $M = K + L - 1$ igualadores ZF, que en ausencia de ruido satisfacen

$$\tilde{\mathbf{X}}_k(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_k(\hat{L}) = \tilde{\mathbf{X}}_l(\hat{L})\hat{\mathbf{w}}_l(\hat{L}), \qquad k, l = 1, \ldots, \hat{M}. \tag{4.8}$$

El efecto de la estima del orden del canal queda recogido en el siguiente lema:

Lema 4.4.1. *En ausencia de ruido, y bajo las condiciones en el Apartado 3.2.2, el criterio en (4.8) sólo es satisfecho para $\hat{L} \leq L$, y entonces*

$$\mathcal{T}^T(\mathbf{H})\mathbf{W}(\hat{L}) = \sum_{k=0}^{L-\hat{L}} a_k \mathbf{J}_k(\hat{L}),$$

donde $\mathbf{W}(\hat{L}) = \left[\mathbf{w}_1(\hat{L}) \cdots \mathbf{w}_{\hat{M}}(\hat{L})\right]$, a_k es una constante arbitraria y $\mathbf{J}_k(\hat{L})$ es una matriz de dimensiones $M \times \hat{M}$ con unos en su k-ésima diagonal inferior y ceros en el resto de posiciones.

Demostración. *Este lema se puede ver como un caso particular del Teorema 3.3.1 (ver Apéndice B.1).* □

Algoritmo 4.1 Algoritmo propuesto para la estima del orden de canales SIMO.

Seleccionar $\hat{L}_{max}$ y $K \geq (\hat{L}_{max} - n_R)/(n_R - 1)$.
for $\hat{L} = 1, \ldots, \hat{L}_{max}$ **do**
  Obtener $\text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\}$ y $\hat{\mathbf{h}}(\hat{L})$.
  Obtener $\text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\}$ y $\hat{\mathbf{w}}(\hat{L})$.
  Calcular $J(\hat{L}) = \text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\} + \text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\}$.
end for
Obtener la estima final $\hat{L}$ que minimiza $J(\hat{L})$.

Finalmente, las implicaciones del lema anterior son las siguientes:

1. $\hat{L} > L$: En este caso, el criterio en (4.8) no puede ser satisfecho y $\text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\} > 0$.

2. $\hat{L} = L$: El criterio de igualación propuesto es capaz de recuperar la señal con la única ambigüedad de un factor de escalado ($\mathcal{T}^T(\mathbf{H})\mathbf{W}(\hat{L}) = a_0\mathbf{I}$) y $\text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\} = 0$.

3. $\hat{L} < L$: Las soluciones a (4.8) definen un subespacio de dimensión $L - \hat{L} + 1$. Es decir, existe un número infinito de soluciones que no cumplen el objetivo de eliminar la ISI ($\mathcal{T}^T(\mathbf{H})\mathbf{W}(\hat{L}) = a_0\mathbf{I}$). La señal estimada será $\hat{s}[n] = \mathbf{a} * s[n]$, donde $\mathbf{a} = [a_0, \ldots, a_{L-\hat{L}}]$ y, por lo tanto, $\text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\} = 0$.

4.5. Nuevo Criterio para la Estima del Orden de Canales SIMO

El criterio propuesto para la estima del orden del canal se basa en la identificación e igualación del canal de manera conjunta. La selección de las restricciones (4.2) y (4.7) asegura que $\text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\}$ y $\text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\}$ están acotados entre cero y uno, lo que nos permite definir la función de coste total como

$$J(\hat{L}) = \text{mín}\left\{J_{id}(\hat{L})\right\} + \text{mín}\left\{J_{eq}(\hat{L})\right\}. \tag{4.9}$$

La técnica de estima del orden del canal se basa en las siguientes condiciones:

- Una longitud máxima $\hat{L}_{max}$ es previamente conocida o estimada a partir de las propiedades del canal SIMO. En la práctica, esta condición no es muy restrictiva.

- Para dicha $\hat{L}_{max}$, se satisfacen las condiciones de igualación descritas en el Apartado 3.2.2, que son más restrictivas que las condiciones de identificabilidad dadas en el Apartado 1.4.2. De manera general, las condiciones consisten en la selección de una longitud de los igualadores lo suficientemente grande, y la suposición de una señal de entrada lo suficientemente compleja (condición de excitación persistente).

Suponiendo que se satisfacen las condiciones anteriores, y teniendo en cuenta el efecto de la estima del orden del canal sobre las funciones de coste de identificación e igualación, se puede deducir que, en un caso sin ruido:

$$\begin{cases} J(\hat{L}) = 0 & \text{si} \quad \hat{L} = L, \\ J(\hat{L}) > 0 & \text{si} \quad \hat{L} \neq L. \end{cases}$$

Por lo tanto, la función de coste propuesta alcanza su mínimo en el orden del canal correcto. La técnica para la estima del orden del canal se resume en el Algoritmo 4.1. Para encontrar dicha estima, deberemos evaluar la función (4.9) para longitudes en el rango $1 \leq \hat{L} \leq \hat{L}_{max}$. Para cada posible longitud, la evaluación de la función de coste requiere la solución de los problemas GEV de identificación e igualación, de dimensiones $n_R\hat{L}$ y $n_R K\hat{M}$, respectivamente. Así, teniendo en cuenta que

n	$\mathbf{h}_1[n]$	$\mathbf{h}_2[n]$	$\mathbf{h}_3[n]$
0	$1.7491 - j0.9173$	$0.9323 - j0.7836$	$1.0488 + j0.2484$
1	$0.1326 - j1.1061$	$1.1647 + j0.2133$	$1.4886 + j0.0596$
2	$0.3252 + j0.8106$	$-2.0457 + j0.7879$	$1.2705 + j1.3766$
3	$-0.7938 + j0.6985$	$-0.6444 + j0.8967$	$-1.8561 - j1.0830$
4	$0.3149 - j0.4016$	$1.7411 - j0.1869$	$2.1343 + j1.0354$
5	$-0.5273 + j1.2688$	$0.4868 + j1.0132$	$1.4358 + j1.5854$

Tabla 4.1: Respuesta al impulso del canal SIMO 1×3.

el coste computacional de un problema GEV de tamaño n es $\mathcal{O}(n^3)$, la complejidad computacional de un paso de la técnica propuesta es $\mathcal{O}\left(n_R^3 \hat{L}^3 + n_R^3 K^3 (K + \hat{L} - 1)^3\right)$. Finalmente, considerando[2] $K \geq (\hat{L}_{max} - n_R)/(n_R - 1)$, el coste total es $\mathcal{O}\left((n_R^3 + \hat{L}_{max}^3)\hat{L}_{max}^4\right)$, lo que implica un mayor coste computacional que otras técnicas previamente propuestas [Wax85, Liavas99a, Tong99]. Sin embargo, a diferencia de otros métodos, el algoritmo propuesto proporciona la estima del canal y el conjunto de igualadores FIR para recuperar la señal fuente.

Como se muestra en la sección de simulaciones, el método propuesto es muy robusto en situaciones ruidosas y, al tratarse de un algoritmo determinista, proporciona estimas precisas incluso en los casos de señales coloreadas o con un pequeño número de observaciones N.

4.6. Resultados de Simulación

En este apartado se evalúa el método de estima del orden de canales SIMO mediante algunos ejemplos de simulación. Las señales empleadas son de longitud $N = 100$, y son enviadas a través del canal SIMO mostrado en la Tabla 4.1. Se comparará el rendimiento del método propuesto (en las figuras ID+EQ) con el método de Akaike (AIC) [Akaike74], el MDL [Rissanen84], la técnica para la estima del orden efectivo propuesta en [Liavas99a] (Liavas en las figuras), y el método *least squares smoothing* (LSS en las figuras) propuesto por Tong y Zhao en [Tong99]. Para el método propuesto se ha seleccionado la máxima longitud como $\hat{L}_{max} = 10$. Todos los ejemplos se basan en el promedio de 3000 realizaciones independientes.

En el primer ejemplo, una señal i.i.d QPSK es distorsionada por el canal SIMO y por ruido blanco y Gaussiano de media cero. La Figura 4.1 muestra las funciones de coste promediadas para SNRs altas y moderadas. Para este canal y SNRs se ha asumido que la longitud exacta y efectiva del canal coinciden y son $L = 6$. Como se puede observar, para ambas SNRs el mínimo de la función de coste global aparece en la longitud efectiva del canal.

La Figura 4.2 muestra las funciones de densidad de probabilidad (fdp) de la estima del orden SIMO para una SNR=10dB. Aunque obviamente, la estima de la fdp es discreta, para su representación se ha empleado el método de Parzen [Parzen67]. Como se puede observar, el método propuesto obtiene los mejores resultados (el orden correcto se detecta en todos los ejemplos), mientras que los métodos LSS y AIC tienden a sobreestimar el orden y el método de Liavas y el MDL tienden a infraestimarlo. Por otro lado, la probabilidad de estima correcta del orden en función de la SNR se muestra en la Figura 4.3: aquí podemos ver que el método ID+EQ ofrece mejores resultados que el resto de técnicas en un amplio margen de SNRs.

La estima del orden del canal es el primer paso para un gran número de técnicas de identificación/igualación ciega. Para todos los métodos se ha empleado el algoritmo de igualación basado en CCA propuesto en el capítulo anterior, y en la Figura 4.4 se muestra el MSE final tras la igualación, donde se puede ver que el método propuesto mejora los resultados del resto de técnicas. Además, debemos notar que para SNR=10dB los mejores resultados se obtienen con la técnica propuesta ($\hat{L} = 6$), lo que valida nuestra suposición acerca del orden efectivo del canal.

En el segundo ejemplo la señal fuente ha sido coloreada por un filtro FIR con respuesta al impulso $\mathbf{b} = [1, 1]$. El MSE final tras la estima del orden y la igualación se muestra en la Figura 4.5, donde se

[2] Aunque $K \geq (L - n_R)/(n_R - 1)$ es una condición necesaria pero no suficiente, bajo la suposición de un canal irreducible y reducido por columnas, esta condición suele proporcionar matrices $\mathcal{T}(\mathbf{H})$ completas en rango de columnas.

puede apreciar que, a diferencia de las demás técnicas, el método propuesto es robusto frente a señales fuente coloreadas.

En el tercer ejemplo, una señal blanca QPSK se envía a través del canal SIMO de la Tabla 4.1, el cual ha sido modificado para incluir coeficientes pequeños en su parte final, tal como se puede observar en la representación del valor absoluto de su respuesta al impulso (Figura 4.6). Los resultados para el MSE final tras la igualación se muestran en la Figura 4.7. Como se puede observar, el método ID+EQ ofrece mejores resultados que el resto de técnicas evaluadas.

En el último ejemplo, una señal QPSK es transmitida usando un filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* $r = 0.5$, y se ve distorsionada por un canal con respuesta al impulso $\delta(0) + 0.8\delta(T/2) + 0.2\delta(T) - 0.4\delta(3T/2) + 0.1\delta(2T)$, donde T denota el periodo de símbolo. El periodo de muestreo en el receptor es $T/2$, obteniendo un canal SIMO 1×2 equivalente. Los resultados para la MSE final tras la estima del orden y la igualación se muestran en la Figura 4.8, donde se puede apreciar el buen comportamiento de la técnica propuesta en el rango entre 15dB y 25dB, así como su robustez para altas SNRs.

4.7. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado una nueva técnica para la estima ciega del orden de canales SIMO. El método propuesto se basa en la combinación de las funciones de coste de identificación e igualación ciega. Específicamente, se ha demostrado que el mínimo de la función de coste de identificación decrece con la estima del orden del canal, mientras que el mínimo de la función de coste de igualación aumenta. Esto permite la obtención de una técnica para la estima del orden del canal basada en la minimización de la suma de ambas funciones de coste. Las principales ventajas del algoritmo propuesto son las siguientes:

- La técnica propuesta es determinista y por lo tanto, en ausencia de ruido, obtiene el orden del canal SIMO de manera exacta a partir de un número finito de observaciones.
- A diferencia de otras técnicas, el método propuesto no hace ninguna suposición acerca del espectro de la señal de entrada, lo que se traduce en una mayor robustez frente a señales coloreadas o cuando sólo se dispone de un pequeño número de observaciones.
- A diferencia de la técnica determinista en [Tong99], el método propuesto no requiere varias descomposiciones SVD sucesivas, lo que se traduce en una mayor robustez frente al ruido. Además, la combinación de las funciones de coste de identificación e igualación evita la sobreestima del orden en el caso de canales con pequeños coeficientes iniciales o finales.

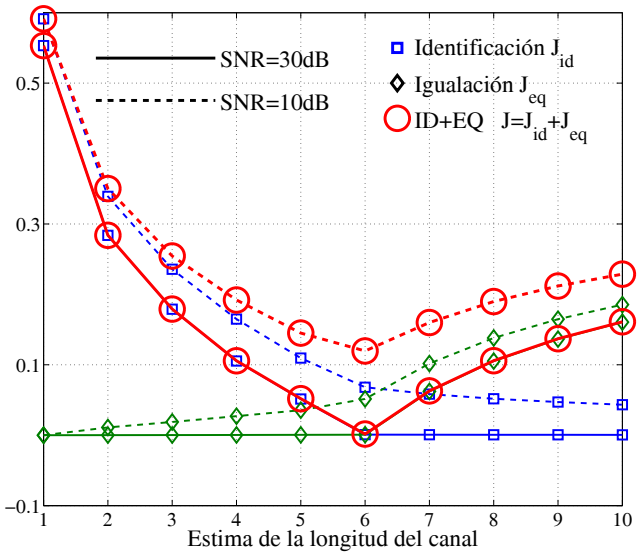

Figura 4.1: Funciones de coste: $J_{id}(\hat{L})$ (cuadrados), $J_{eq}(\hat{L})$ (rombos) y $J(\hat{L}) = J_{id}(\hat{L}) + J_{eq}(\hat{L})$ (círculos), para SNR=30dB (línea continua) y SNR=10dB (línea discontinua).

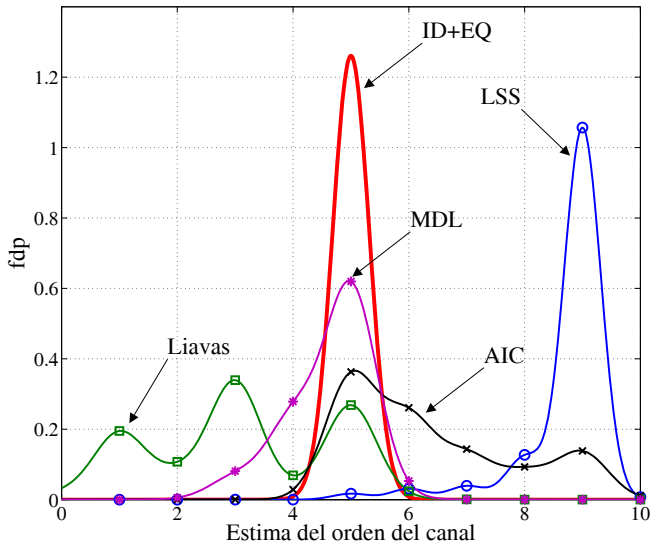

Figura 4.2: Funciones densidad de probabilidad (estimadas mediante el método de Parzen) de las estimas del orden para el método propuesto, el método de Tong y Zhao (LSS) [Tong99], el método propuesto en [Liavas99a], el AIC [Akaike74] y el MDL [Rissanen84].

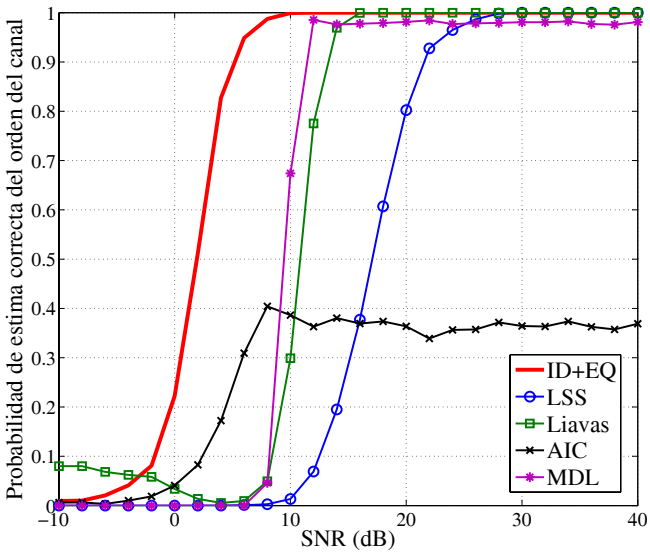

Figura 4.3: Probabilidad de estima correcta del orden del canal para ID+EQ, LSS, Liavas, AIC y MDL.

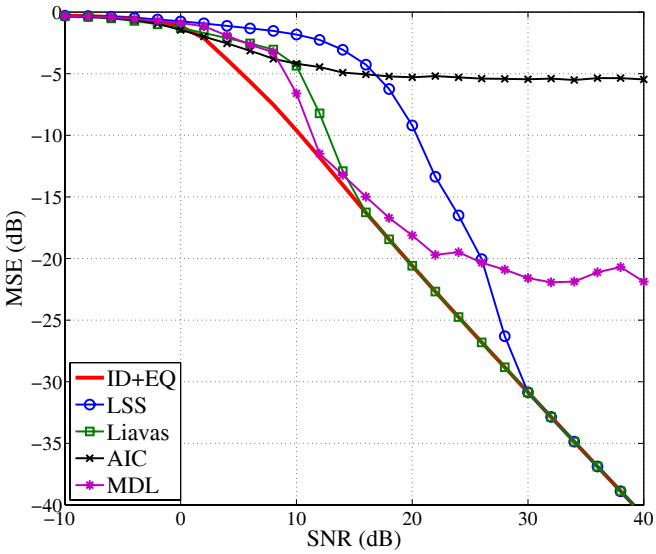

Figura 4.4: MSE final tras la igualación para ID+EQ, LSS, Liavas, AIC y MDL.

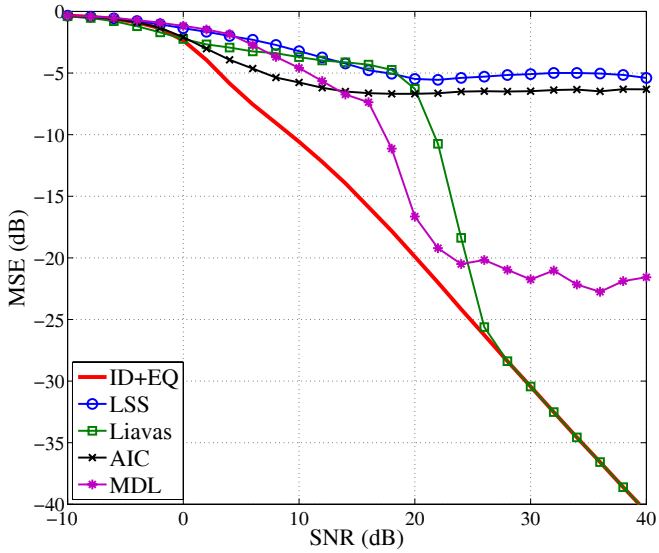

Figura 4.5: MSE final tras la igualación con señales fuente coloreadas para ID+EQ, LSS, Liavas, AIC y MDL.

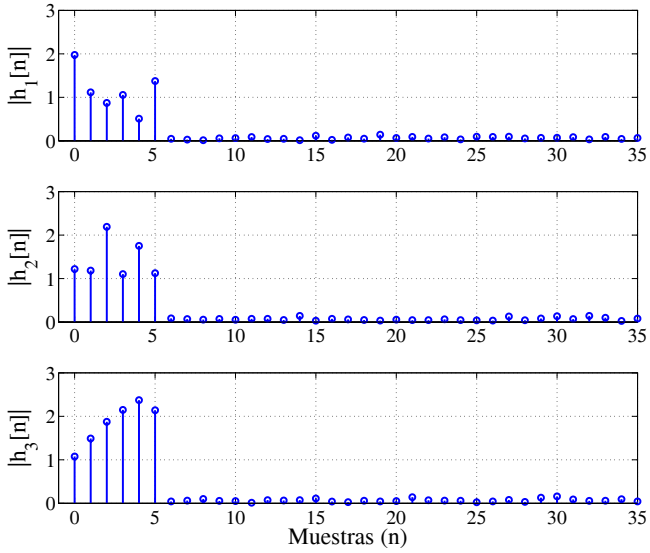

Figura 4.6: Respuesta al impulso del canal extendido con coeficientes pequeños en su parte final.

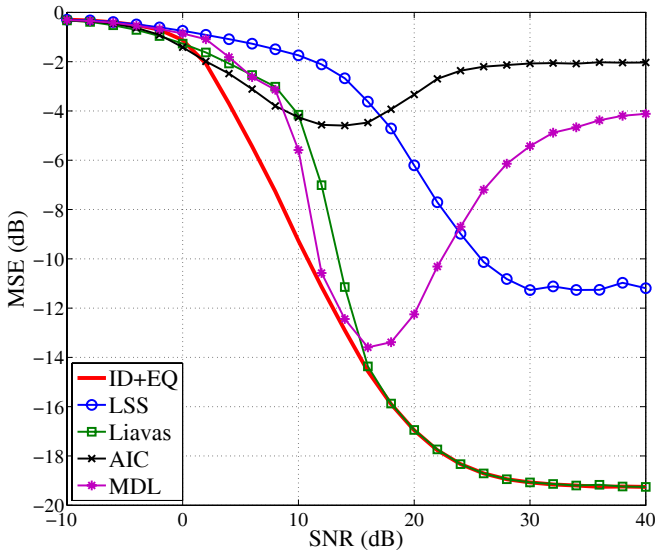

Figura 4.7: MSE final tras la igualación para el canal extendido.

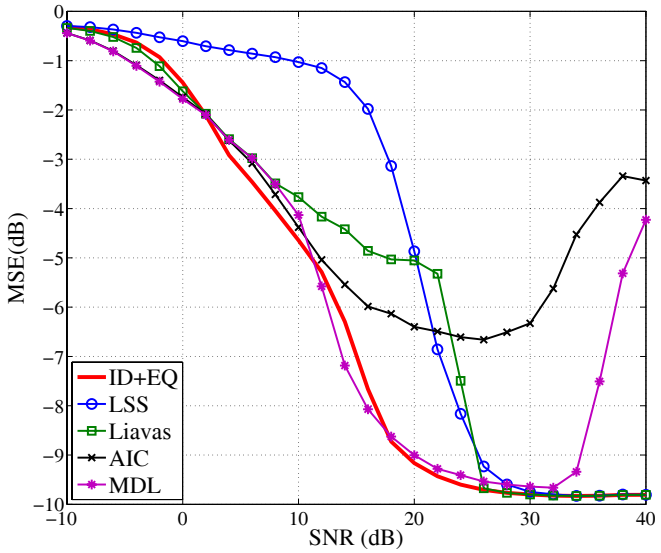

Figura 4.8: MSE final tras la igualación de una canal SISO sobremuestreado.

Capítulo 5

Conclusiones y Líneas Futuras

5.1. Conclusiones

En esta primera parte de la Tesis se ha estudiado el problema de estima e igualación ciega de canales MIMO selectivos en frecuencia. En particular, se ha propuesto un nueva técnica de igualación basada en CCA y en la diversidad en el orden de los canales SIMO que componen el sistema. El método se basa exclusivamente en SOS, y ha sido propuesto desde un punto de vista determinista, lo que en ausencia de ruido permite recuperar exactamente las fuentes a partir de un número finito de observaciones. En concreto, la técnica propuesta reduce el problema de mezcla convolutiva a un conjunto de mezclas instantáneas afectando a aquellas señales distorsionadas por canales SIMO de la misma longitud. De esta manera, si la multiplicidad de una de las longitudes SIMO es uno, la fuente asociada se puede recuperar con la única ambigüedad de un factor de escalado complejo. En otro caso, la mezcla instantánea se puede resolver por medio de alguna técnica de separación ciega de fuentes que explote los HOS de las señales, el conocimiento previo de la constelación de señal, o la diversidad en los espectros de potencia de las señales de entrada. Adicionalmente se ha demostrado que, a diferencia de otras técnicas de igualación ciega de canales SIMO o MIMO, los igualadores obtenidos se pueden interpretar como estimas de los igualadores MMSE, lo que evita los problemas de amplificación de ruido asociados a las soluciones ZF.

La reformulación del problema de igualación ciega como un conjunto de problemas CCA anidados permite la aplicación directa de cualquier técnica CCA para la obtención de los igualadores del canal MIMO. En este trabajo se ha propuesto una generalización de CCA a varios conjuntos de datos, que resulta ser equivalente a la generalización clásica MAXVAR. Sin embargo, la reformulación de CCA como un conjunto de problemas de regresión LS acoplados, se explota para obtener algoritmos bloque y adaptativos de manera sencilla. Específicamente, en cada iteración las soluciones CCA se obtienen mediante la resolución de varios problemas de regresión LS, donde la señal de referencia se obtiene a partir de las soluciones en la iteración anterior. De esta manera, la resolución de los problemas de regresión mediante el RLS permite obtener un nuevo algoritmo CCA adaptativo, el cual se puede aplicar de manera directa al problema de igualación ciega, obteniendo el que, creemos, es el primer algoritmo adaptativo para la igualación ciega de canales MIMO-FIR basado en SOS. Finalmente, la reformulación de CCA desde un punto de vista de regresiones LS, abre las puertas a modificaciones sencillas de los algoritmos. En concreto, la señal de referencia se puede modificar para obtener algoritmos robustos a espurios o ruido impulsivo, o para realizar una transición suave entre la técnica de igualación ciega y un método guiado por decisión.

Tanto la técnica de igualación MIMO propuesta, como muchas otras técnicas de estima e igualación ciega de canales SIMO/MIMO, requieren el conocimiento previo del orden del canal. En este trabajo nos hemos centrado en la estima del orden SIMO, y se ha propuesto un nuevo criterio consistente en la combinación de técnicas de estima e igualación ciega de canales SIMO. La idea principal se basa en la observación de que el mínimo de la función de coste de identificación decrece con la estima del orden del canal, miestras que el mínimo de la función de coste de igualación aumenta. Así, la combinación de ambas funciones de coste proporciona un nuevo criterio, que alcanza su mínimo para el orden correcto

del canal. La principal ventaja de este método reside en su carácter determinista y en su gran robustez frente a fuentes coloreadas, ruido, y pequeños coeficientes iniciales o finales del canal, lo cual se ha demostrado mediante varios ejemplos de simulación.

5.2. Líneas Futuras de Investigación

Los resultados obtenidos hasta el momento, tanto en igualación ciega de canales MIMO-FIR, como en el desarrollo de algoritmos CCA, sugieren las siguientes líneas futuras de investigación:

5.2.1. Estima Ciega de Canales MIMO

La propiedad de diversidad en el orden del canal MIMO se puede explotar para obtener técnicas de estima ciega de canal [Gorokhov97, An05b, Fang06b]. Sin embargo, las técnicas propuestas hasta el momento sólo consideran la resolución del problema de manera bloque, lo que sugiere el desarrollo de nuevas técnicas que, de manera análoga al caso de igualación, permitan obtener la estima del canal MIMO de manera adaptativa.

5.2.2. Estima del Orden en Canales MIMO

El método para la estima del orden de canales SIMO propuesto en este trabajo se podría extender al caso MIMO desde dos puntos de vista diferentes. En primer lugar, debemos destacar que el comportamiento de la función de coste de igualación ciega MIMO es análogo al del caso SIMO. Esto sugiere la combinación de técnicas de estima e igualación ciega de canales MIMO para obtener un método equivalente al propuesto en este trabajo. El principal inconveniente de esta aproximación radica en la necesidad de encontrar una técnica determinista para la estima ciega de canales MIMO, la cual se ha de basar en unas funciones de coste cuyo mínimo decrezca con la estima de los ordenes SIMO. Una segunda aproximación, que ya está siendo investigada, consiste en la utilización de las funciones de coste de igualación. En concreto, como consecuencia directa del Teorema 3.3.1 se puede afirmar que, una vez definidos K, $\hat{L}$, y $\hat{M} = K + \hat{L} - 1$, la mayor correlación canónica del problema CCA con los conjuntos de datos $\tilde{\mathbf{X}}_1[n], \ldots, \tilde{\mathbf{X}}_{\hat{M}}[n]$, tiene multiplicidad

$$P(\hat{L}) = \sum_{L_i \geq \hat{L}} (L_i - \hat{L} + 1),$$

por lo que la evaluación de los problemas CCA para distintos valores de $\hat{L}$ proporcionará la información necesaria para la extracción del orden de los canales SIMO que componen el sistema.

5.2.3. Mejoras en los Algoritmos para la Estima del Orden

La técnica propuesta para la extracción del orden SIMO se basa en la combinación de las funciones de coste de estima e igualación ciega, pero no explota toda la información proporcionada por las soluciones de estos problemas. Dicho de otra manera, las estimas del canal y los igualadores se podrían emplear para introducir un tercer término en la función de coste global, penalizando así la distancia entre la respuesta del canal equivalente $\mathcal{T}^T(\hat{\mathbf{H}}(\hat{L}))\hat{\mathbf{W}}(\hat{L})$ y la matriz identidad. Adicionalmente, debemos destacar que la técnica propuesta se basa en la resolución de varios problemas GEV muy similares. De esta manera, la relación entre los GEV para distintos valores de $\hat{L}$ se podría explotar para reducir significativamente el coste computacional del algoritmo propuesto. Además, la búsqueda exhaustiva en $\hat{L}$ se podría sustituir por otro criterio de búsqueda que no requiera la evaluación de todos sus posibles valores.

5.2.4. Otras Aplicaciones de CCA

A pesar de ser una técnica estándar en el análisis estadístico multivariable, CCA sigue siendo relativamente desconocido en el ámbito de las comunicaciones y el procesado de señal. Recientemente,

varios trabajos han mostrado la importancia de CCA de dos conjuntos de datos en problemas de comunicaciones y Teoría de la Información. Por ejemplo, se ha demostrado que la información mutua entre dos conjuntos de datos Gaussianos queda completamente caracterizada por las correlaciones canónicas, y por lo tanto, las coordenadas canónicas constituyen la base óptima para reducir el rango de los datos conservando la mayor información mutua posible [Scharf00]. Bajo nuestro punto de vista, la extensión de estos resultados al caso de más de dos conjuntos de datos podría ser de gran utilidad en problemas de redes de sensores o comunicaciones multiusuario cooperativas.

Por otro lado, CCA se ha aplicado recientemente a la estima del espectro de coherencia de dos señales [Santamaría07]. Las generalizaciones de CCA presentadas en esta parte de la Tesis sugieren la extensión de esta idea al caso de más de dos señales, lo que también supondría una extensión de la función de coherencia generalizada [Cochran95, Clausen97, Clausen01, Ghartey06] al caso de series temporales.

5.2.5. Extensión de los Algoritmos CCA

Aunque en esta Tesis nos hemos centrado en técnicas lineales, CCA se puede aplicar a la resolución de problemas no lineales, por ejemplo, mediante la aplicación directa del *kernel trick* [Hardoon04, Lai00]. En este tipo de problemas, resulta de especial interés la obtención de soluciones dispersas, es decir, en las que la función no lineal depende exclusivamente de un reducido número de patrones de entrada, o vectores soporte. De esta manera, se reduce el coste computacional de las operaciones de proyección de nuevos datos y, al no requerir el almacenamiento de todos los patrones de entrada, el desarrollo de algoritmos adaptativos se ve facilitado.

La reformulación de CCA como un conjunto de problemas de regresión acoplados permite la obtención de soluciones dispersas de manera relativamente sencilla. Así, una línea futura de investigación consiste en la sustitución de la función de coste LS por la función de pérdidas ϵ-insensitiva de Vapnik [Vapnik95], lo que daría lugar a algoritmos CCA estrechamente relacionados con la teoría de las máquinas de vectores soporte (*support vector machines* o SVM) o LS-SVMs [Suykens02].

Parte II

Estima Ciega de Canal MIMO en Sistemas con Redundancia

Capítulo 6

Codificación Espacio-Temporal por Bloques (STBC)

6.1. Introducción

En los últimos diez años, la codificación espacio-temporal por bloques (*space-time block coding* o STBC) ha emergido como una de las técnicas más prometedoras a la hora de explotar la diversidad espacial en sistemas MIMO. En particular, a partir del bien conocido trabajo de Alamouti [Alamouti98] y la posterior generalización en [Tarokh99], se han propuesto varias familias de códigos STBC. Dichas familias incluyen el caso de los códigos STBC ortogonales (OSTBCs) [Tarokh99], que proporcionan diversidad total (*full diversity*) con un esquema de decodificación sencillo a expensas de una pérdida en la tasa de transmisión; códigos STBC quasi-ortogonales (QOSTBC) [Jafarkhani05, Sezgin04], que alcanzan una tasa de transmisión igual a uno y establecen un compromiso entre la diversidad del sistema y la complejidad del receptor; y códigos STBC de traza ortogonal (TOSTBCs) [Zhang05, Barbarossa05, Fasano06, Zhang07], los cuales no acarrean pérdida de información, y alcanzan la tasa y diversidad total del sistema MIMO, a expensas de un gran incremento en la complejidad del receptor de máxima verosimilitud (*maximum likelihood* o ML).

En este capítulo se introduce el modelo de señal para los códigos STBC. En concreto, en la Sección 6.2 se presenta el esquema de codificación, así como el decodificador de máxima verosimilitud y otras alternativas de menor coste computacional. En la Sección 6.3 se presentan algunas de las familias de códigos STBC más importantes, incluyendo los códigos OSTBC, QOSTBC, y TOSTBC. Finalmente, en la Sección 6.4 se hace una revisión de las principales técnicas para la decodificación ciega propuestas en la literatura, con especial interés en los métodos de estima ciega de canal basados exclusivamente en estadísticos de segundo orden (*second-order statistics* o SOS).

6.2. Modelo de Señal

En esta sección se introduce el modelo de señal común para todos los códigos STBC lineales. Comenzaremos considerando el caso de un solo usuario, y asumiremos un canal MIMO plano en frecuencia con n_T antenas transmisoras y n_R antenas receptoras, que queda representado por la siguiente matriz compleja $n_T \times n_R$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \cdots \mathbf{h}_{n_R}] = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1n_R} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_T1} & \cdots & h_{n_Tn_R} \end{bmatrix},$$

donde h_{ij} denota la respuesta del canal entre la i-ésima antena transmisora y la j-ésima receptora, y $\mathbf{h}_j$ contiene la respuesta del canal MISO (*multiple-input single-output*) asociado con la j-ésima antena

receptora. El ruido complejo en las antenas receptoras se asume espacial y temporalmente blanco, Gaussiano, y con varianza σ^2.

6.2.1. Codificación STBC

Asumiremos un código STBC lineal que emplea n_T antenas transmisoras para enviar M símbolos de información durante L periodos de símbolo. La tasa de transmisión se define como $R = M/L$, y en general, el número M' de símbolos reales transmitidos en cada bloque es

$$M' = \begin{cases} M & \text{para constelaciones reales,} \\ 2M & \text{para constelaciones complejas.} \end{cases}$$

El n-ésimo bloque de datos STBC queda representado mediante la matriz

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \sum_{k=1}^{M'} \mathbf{C}_k s_k[n], \tag{6.1}$$

donde $\mathbf{s}[n] = [s_1[n], \ldots, s_{M'}[n]]^T$ contiene los M' símbolos reales de información transmitidos en el n-ésimo bloque, y $\mathbf{C}_k \in \mathbb{C}^{L \times n_T}$, $k = 1, \ldots, M'$, son las matrices de código STBC. De esta forma, cada columna de $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])$ está asociada a una antena transmisora, y cada fila representa un instante temporal. Finalmente, en el caso de STBCs reales, las matrices de código $\mathbf{C}_k$ y de transmisión $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])$ son reales.

El efecto conjunto del código STBC y el j-ésimo canal MISO viene dado por los vectores complejos de longitud L

$$\mathbf{w}_k(\mathbf{h}_j) = \mathbf{C}_k \mathbf{h}_j, \qquad k = 1, \ldots, M'.$$

De esta forma, la señal en la j-ésima antena receptora se puede escribir como

$$\mathbf{x}_j[n] = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathbf{h}_j + \mathbf{n}_j[n] = \sum_{k=1}^{M'} \mathbf{w}_k(\mathbf{h}_j) s_k[n] + \mathbf{n}_j[n],$$

donde $\mathbf{n}_j[n]$ es el ruido complejo de varianza σ^2.

Teniendo ahora en cuenta el isomorfismo entre los vectores complejos $\mathbf{w}_k(\mathbf{h}_j)$ y sus versiones reales $\tilde{\mathbf{w}}_k(\mathbf{h}_j) = \left[\Re(\mathbf{w}_k(\mathbf{h}_j))^T, \Im(\mathbf{w}_k(\mathbf{h}_j))^T\right]^T$, podemos escribir

$$\tilde{\mathbf{w}}_k(\mathbf{h}_j) = \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{h}}_j, \qquad k = 1, \ldots, M',$$

donde las matrices de código extendidas $\tilde{\mathbf{C}}_k$, con elementos reales, se definen como

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{C}_k) & -\Im(\mathbf{C}_k) \\ \Im(\mathbf{C}_k) & \Re(\mathbf{C}_k) \end{bmatrix}.$$

Así, definiendo los vectores reales $\tilde{\mathbf{x}}_j[n] = [\Re(\mathbf{x}_j[n])^T, \Im(\mathbf{x}_j[n])^T]^T$ y $\tilde{\mathbf{n}}_j[n] = [\Re(\mathbf{n}_j[n])^T, \Im(\mathbf{n}_j[n])^T]^T$, obtenemos

$$\tilde{\mathbf{x}}_j[n] = \sum_{k=1}^{M'} \tilde{\mathbf{w}}_k(\mathbf{h}_j) s_k[n] + \tilde{\mathbf{n}}_j[n] = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{h}_j)\mathbf{s}[n] + \tilde{\mathbf{n}}_j[n],$$

donde $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{h}_j) = [\tilde{\mathbf{w}}_1(\mathbf{h}_j) \cdots \tilde{\mathbf{w}}_{M'}(\mathbf{h}_j)]$. Finalmente, agrupando todas las señales recibidas en $\tilde{\mathbf{x}}[n] = \left[\tilde{\mathbf{x}}_1^T[n], \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{n_R}^T[n]\right]^T$, podemos escribir

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{s}[n] + \tilde{\mathbf{n}}[n], \tag{6.2}$$

donde $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \left[\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_1) \cdots \tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_{n_R})\right]^T$ es el canal equivalente, y $\tilde{\mathbf{n}}[n]$ se define de manera análoga a $\tilde{\mathbf{x}}[n]$.

6.2.2. Extensión Multiusuario

La extensión del modelo anterior al caso multiusuario es muy sencilla. Específicamente, se considerará el canal MIMO ascendente, y se asumirá que U usuarios transmiten de manera síncrona a una estación base equipada con múltiples antenas. Cada usuario u emplea un STBC $\mathcal{C}_u$ con $n_T(\mathcal{C}_u)$ antenas transmisoras, $M(\mathcal{C}_u)$ símbolos de información por bloque, y una longitud de bloque L común para todos los usuarios. Aquí debemos notar que la suposición de una longitud de bloque común no es restrictiva. En el caso de longitudes diferentes $L(\mathcal{C}_u)$, la concatenación de varios bloques se puede considerar como un código compuesto, y se puede definir la longitud común L como el mínimo común múltiplo de $L(\mathcal{C}_1), \ldots, L(\mathcal{C}_U)$.

El conjunto de U códigos se puede considerar como un código compuesto con $n_T = \sum_{u=1}^{U} n_T(\mathcal{C}_u)$ antenas transmisoras, $M = \sum_{u=1}^{U} M(\mathcal{C}_u)$ símbolos de información, y una tasa de transmisión $R = \sum_{u=1}^{U} R(\mathcal{C}_u)$. Así, el modelo de señal en (6.2) permanece válido, con $\mathbf{H} = \left[\mathbf{H}_1^T \cdots \mathbf{H}_U^T\right]^T$,

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \left[\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}_1, \mathcal{C}_1) \cdots \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}_U, \mathcal{C}_U)\right],$$
$$\mathbf{s}[n] = \left[\mathbf{s}_1^T[n], \ldots, \mathbf{s}_U^T[n]\right]^T,$$

y donde $\mathbf{H}_u$ y $\mathbf{s}_u[n]$ denotan, respectivamente, el canal MIMO y el vector con los $M'(\mathcal{C}_u)$ símbolos de información reales asociados al u-ésimo usuario.

6.2.3. Decodificación STBC

Si el canal $\mathbf{H}$ es conocido por el receptor, y asumiendo una distribución de ruido Gaussiana, el receptor coherente de máxima verosimilitud se basa en la minimización del siguiente criterio [Larsson03b]

$$\underset{\hat{\mathbf{s}}[n] \in \mathcal{X}}{\arg\min} \left\| \tilde{\mathbf{x}}[n] - \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\hat{\mathbf{s}}[n] \right\|^2,$$

donde los símbolos estimados $\hat{\mathbf{s}}[n]$ han de pertenecer a la constelación $\mathcal{X}$ empleada en transmisión. En general, este es un problema *NP-hard*, y algoritmos óptimos para resolverlo, tales como la decodificación esférica (*sphere decoding*), pueden ser muy costosos computacionalmente [Fincke85, Gesbert03, Damen00, Jaldén03]. Sin embargo, para ciertos códigos tales como los OSTBCs [Tarokh99] o los QOSTBCs [Jafarkhani05, Sezgin04], la matriz de canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ satisface ciertas propiedades de ortogonalidad que permiten la simplificación del decodificador ML. Finalmente, propondremos dos técnicas de decodificación sub-óptimas con un coste computacional reducido:

- **Decodificador ML Relajado**: Si relajamos la restricción consistente en que los símbolos estimados pertenezcan a una determinada constelación, y asumiendo un canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ completo en rango de columnas, el decodificador de máxima verosimilitud viene dado por

  $$\hat{\mathbf{s}}[n] = \tilde{\mathbf{W}}^{+}(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{x}}[n].$$

  Aquí debemos notar que este decodificador es el análogo a los igualadores de cero forzado (*zero forcing* o ZF) para el caso de igualación de canales MIMO selectivos en frecuencia (ver Apartado 1.3.2).

- **Decodificador MMSE**: El receptor lineal de mínimo error cuadrático medio (MMSE) obtendrá la estima de los símbolos transmitidos como

  $$\hat{\mathbf{s}}[n] = \mathbf{R}_{\mathbf{s}}\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{H}) \left(\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{R}_{\mathbf{s}}\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{H}) + \frac{\sigma^2}{2}\mathbf{I}\right)^{-1} \tilde{\mathbf{x}}[n], \tag{6.3}$$

  donde $\mathbf{R}_{\mathbf{s}} = E\left[\mathbf{s}[n]\mathbf{s}^T[n]\right]$ es la matriz de correlación de los símbolos de información.

6.3. Códigos Particulares

En esta sección se presentan algunos de los códigos STBC más populares. En concreto, en el Apartado 6.3.1 se introducen los códigos OSTBC, en el Apartado 6.3.2 los QOSTBC, y en el Apartado 6.3.3 se presentan, de manera general, los códigos de dispersión lineal (*linear dispersion codes* o LDC), con especial interés en los códigos TOSTBC.

6.3.1. Códigos Ortogonales (OSTBC)

Los códigos OSTBC [Tarokh99] representan una generalización del esquema de Alamouti [Alamouti98] al caso de más de dos antenas transmisoras. La característica principal de dichos códigos viene dada por la siguiente propiedad de ortogonalidad [Larsson03b]:

Propiedad 6.3.1. *Las matrices de transmisión y de canal equivalente de un código OSTBC satisfacen*

$$\mathcal{S}^H(\mathbf{s}[n])\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \|\mathbf{s}[n]\|^2\mathbf{I}, \quad \forall \mathbf{s}[n], \qquad \Leftrightarrow \qquad \tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \|\mathbf{H}\|^2\mathbf{I}, \quad \forall \mathbf{H}.$$

La propiedad anterior asegura que el código explote toda la diversidad del sistema, a la vez que se reduce la complejidad del receptor ML a un simple filtro adaptado seguido por un decisor símbolo a símbolo. Es decir, el detector óptimo se limita a tomar los símbolos más cercanos a

$$\hat{\mathbf{s}}[n] = \frac{1}{\|\mathbf{H}\|^2}\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{x}}[n].$$

El principal inconveniente de los códigos OSTBC es que, para $n_T > 2$ y códigos complejos, las condiciones de ortogonalidad implican una reducción en la tasa de transmisión ($R < 1$) y en la capacidad del sistema MIMO [Larsson03b]. En concreto, se ha demostrado que el único OSTBC que alcanza la capacidad del sistema MIMO es el código complejo de Alamouti[1] [Alamouti98]. Esta reducción en la tasa se debe a las condiciones impuestas por la Propiedad 6.3.1:

Propiedad 6.3.2. *La Propiedad 6.3.1 se satisface si y sólo si, para $k, l = 1, \ldots, M'$*

$$\mathbf{C}_k^H\mathbf{C}_l = \begin{cases} \mathbf{I} & k = l, \\ -\mathbf{C}_l^H\mathbf{C}_k & k \neq l, \end{cases}$$

lo que también implica

$$\tilde{\mathbf{C}}_k^T\tilde{\mathbf{C}}_l = \begin{cases} \mathbf{I} & k = l, \\ -\tilde{\mathbf{C}}_l^T\tilde{\mathbf{C}}_k & k \neq l. \end{cases}$$

A partir de las propiedades anteriores se pueden extraer algunas otras características de los códigos OSTBC, las cuales se explotarán más adelante:

Propiedad 6.3.3. *Dadas las matrices de código OSTBC $\mathbf{C}_k \in \mathbb{C}^{L\times n_T}$, $k = 1, \ldots, M'$, y un par de matrices unitarias $\mathbf{Q}_1 \in \mathbb{C}^{L\times L}$ y $\mathbf{Q}_2 \in \mathbb{C}^{n_T\times n_T}$, las matrices modificadas*

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{Q}_1\mathbf{C}_k\mathbf{Q}_2, \qquad k = 1, \ldots, M',$$

definen un nuevo OSTBC con los mismos parámetros n_T, L y M'.

Propiedad 6.3.4. *Dadas las matrices de código OSTBC $\mathbf{C}_k \in \mathbb{C}^{L\times n_T}$, $k = 1, \ldots, M'$, y una matriz ortogonal (esto es, real y unitaria) $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{M'\times M'}$ con elementos q_{kl} en su k-ésima fila y l-ésima columna, las matrices*

$$\mathbf{B}_k = \sum_{l=1}^{M'} q_{kl}\mathbf{C}_l,$$

definen un nuevo OSTBC con los mismos parámetros n_T, L y M'.

[1] El código de Alamouti sólo alcanza la capacidad del sistema en el caso MISO, o más concretamente, cuando el canal es de rango uno.

A continuación se presentan algunos de los códigos OSTBC más comunes. Sin duda, el más popular de todos ellos es el código de Alamouti [Alamouti98], que queda caracterizado por la siguiente matriz de transmisión:

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} d_1[n] & d_2[n] \\ -d_2^*[n] & d_1^*[n] \end{bmatrix},$$

donde $d_1[n]$, $d_2[n]$ representan los símbolos de información complejos[2].

Como se ha comentado anteriormente, el único OSTBC complejo con tasa de transmisión unidad es el código de Alamouti. El siguiente código representa un ejemplo con $R = 1/2$ para $n_T = 3$ antenas transmisoras

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} d_1[n] & d_2[n] & d_3[n] \\ -d_2[n] & d_1[n] & -d_4[n] \\ -d_3[n] & d_4[n] & d_1[n] \\ -d_4[n] & -d_3[n] & d_2[n] \\ d_1^*[n] & d_2^*[n] & d_3^*[n] \\ -d_2^*[n] & d_1^*[n] & -d_4^*[n] \\ -d_3^*[n] & d_4^*[n] & d_1^*[n] \\ -d_4^*[n] & -d_3^*[n] & d_2^*[n] \end{bmatrix}. \tag{6.4}$$

De manera general, la mayor tasa de transmisión alcanzable por un OSTBC complejo con n_T antenas transmisoras viene dada por [Liang03]

$$R = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\left\lceil \frac{n_T}{2} \right\rceil},$$

y en el caso de $n_T = 4$ antenas transmisoras, dicha tasa ($R = 3/4$) se puede alcanzar mediante el código

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} d_1[n] & 0 & -d_2^*[n] & d_3^*[n] \\ 0 & d_1[n] & -d_3[n] & -d_2[n] \\ d_2[n] & d_3^*[n] & d_1^*[n] & 0 \\ -d_3[n] & d_2^*[n] & 0 & d_1^*[n] \end{bmatrix}. \tag{6.5}$$

La eliminación de una columna (antena transmisora) de la matriz anterior proporciona, de manera directa, un OSTBC de tasa máxima para $n_T = 3$. Otra alternativa consiste en

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} d_1[n] & d_2[n] & d_3[n] \\ -d_2^*[n] & d_1^*[n] & 0 \\ d_3^*[n] & 0 & -d_1^*[n] \\ 0 & -d_3^*[n] & d_2^*[n] \end{bmatrix}. \tag{6.6}$$

Finalmente, en el caso de códigos reales siempre se puede encontrar un OSTBC de tasa $R = 1$. Para $n_T = M = L = 4$ un posible ejemplo es [Larsson03b]:

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} s_1[n] & s_2[n] & -s_3[n] & -s_4[n] \\ -s_2[n] & s_1[n] & s_4[n] & -s_3[n] \\ s_3[n] & -s_4[n] & s_1[n] & -s_2[n] \\ s_4[n] & s_3[n] & s_2[n] & s_1[n] \end{bmatrix}. \tag{6.7}$$

6.3.2. Códigos Quasi-Ortogonales (QOSTBC)

Los códigos quasi ortogonales (QOSTBC) [Jafarkhani05,Sezgin05,Sezgin04] representan una alternativa a los códigos OSTBC, la cual permite alcanzar una tasa de transmisión $R = 1$ para cualquier número de antenas transmisoras, estableciendo un compromiso entre la complejidad del receptor óptimo y la diversidad del sistema [Sezgin05, Sezgin04].

[2]En la versión real del código de Alamouti se tiene $d_1[n] = s_1[n]$, $d_2[n] = s_2[n]$.

Considerando un número par de antenas transmisoras, la matriz de transmisión QOSTBC se obtiene de manera recursiva como [Sezgin05, Sezgin04]

$$\mathcal{S}_{n_T}(\mathbf{s}_{n_T}[n]) = \begin{bmatrix} \mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},1}[n]) & \mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},2}[n]) \\ \mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},2}[n])\mathbf{\Psi} & -\mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},1}[n])\mathbf{\Psi} \end{bmatrix},$$

donde $\mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},1}[n])$ y $\mathcal{S}_{\frac{n_T}{2}}(\mathbf{s}_{\frac{n_T}{2},2}[n])$ son dos matrices de código QOSTBC para $n_T/2$ antenas transmisoras, y $\mathbf{\Psi}$ es una matriz diagonal cuyo k-ésimo elemento es $(-1)^{k-1}$. El bloque básico del código QOSTBC consiste en una matriz de código OSTBC, que normalmente es el código de Alamouti. De esta manera, considerando el código de Alamouti como núcleo básico, las columnas de la matriz de transmisión son ortogonales por parejas, y el canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ presenta varias propiedades que facilitan el proceso de detección [Sezgin05, Sezgin04]. Finalmente, mediante la eliminación de columnas de una determinada matriz de transmisión QOSTBC, se pueden obtener matrices de transmisión para cualquier número de antenas transmisoras.

6.3.3. Códigos de Dispersión Lineal (LDC)

De manera general, los sistemas MIMO se basan en el uso de n_T antenas transmisoras y n_R receptoras para obtener una alta fiabilidad gracias a la diversidad espacial, y/o una alta tasa de transmisión R gracias a la capacidad del canal MIMO. La diversidad total se alcanza cuando se explota el número total de grados de libertad ($n_T \times n_R$) ofrecidos por el sistema multiantena, lo que asegura una baja probabilidad de error en la detección cuando se emplea un detector ML. Por otro lado, la tasa total ($R = n_T$) se alcanza cuando se transmite un símbolo por cada antena y uso del canal, siendo el esquema V-BLAST (*Vertical Bell Labs Layered Space-Times*) [Foschini96, Golden99] uno de los más populares. Dicho sistema se basa en la división de los datos en n_T flujos independientes, los cuales se decodifican mediante una serie de etapas de cancelación. Desafortunadamente, aunque V-BLAST alcanza la tasa total y la capacidad ergódica del sistema, esto se consigue a expensas de una gran pérdida en diversidad [Barbarossa05].

Tras el esquema V-BLAST, un gran número de alternativas han sido propuestas, incluyendo los códigos OSTBC, QOSTBC, y los códigos espacio-temporales de trellis (*space-time trellis codes* o STTC) [Tarokh98], aunque de manera general, estos códigos no alcanzan la capacidad MIMO [Sandhu00]. Este problema ha dado lugar a diversos trabajos, por ejemplo, en [Hassibi02] los autores introdujeron el concepto de códigos de dispersión lineal (*linear dispersion codes* o LDCs), cuya idea básica consiste en la optimización de las matrices de código $\mathbf{C}_k$ con objeto de maximizar la capacidad ergódica del sistema. El principal inconveniente de los códigos propuestos en [Hassibi02] es que no garantizan unas buenas prestaciones en términos de probabilidad de error, por lo que en [Heath02] se propuso un nuevo criterio de diseño que proporciona buenos resultados en términos de capacidad ergódica y probabilidad de error, aunque a expensas de una pérdida en diversidad. Finalmente, en [Gamal03, Ma03, Sethuraman03] se ha demostrado que es posible diseñar códigos STBC lineales capaces de proporcionar tasa y diversidad totales sin ninguna pérdida de información, esto es, alcanzando la capacidad del canal MIMO.

Códigos de Traza Ortogonal (TOSTBC)

Un ejemplo de LDCs con tasa, diversidad y capacidad ergódica totales viene dado por los códigos de traza ortogonal (*trace orthogonal space time block codes* o TOSTBC) [Zhang05, Barbarossa05, Fasano06, Zhang07]. Uno de los principales atractivos de este tipo de códigos consiste en que son los LDCs de tasa total que minimizan la probabilidad de error del receptor lineal MMSE [Zhang05]. El modelo de señal para los TOSTBC viene dado por

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \sum_{k=1}^{M} \left(\mathbf{A}_k d_k[n] + \mathbf{B}_k d_k^*[n]\right),$$

donde $d_k[n]$ son los símbolos de información complejos, y $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$ son las matrices de código, que han de satisfacer

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_k^H \mathbf{A}_k + \mathbf{B}_k^H \mathbf{B}_k &= \mathbf{I}, \\
\mathbf{A}_k^H \mathbf{B}_k + \mathbf{B}_k^H \mathbf{A}_k &= \mathbf{0}, \\
\mathrm{Tr}\left(\mathbf{A}_k^H \mathbf{A}_l + \mathbf{B}_l^H \mathbf{B}_k\right) &= n_T \delta(k-l), \\
\mathrm{Tr}\left(\mathbf{B}_k^H \mathbf{A}_l + \mathbf{B}_l^H \mathbf{A}_k\right) &= 0.
\end{aligned}$$

Finalmente, empleando el modelo de señal presentado en (6.1), se puede demostrar que las matrices de código $\mathbf{C}_k$ han de cumplir, para $k = 1, \ldots, M'$

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k &= \mathbf{I}, \\
\Re\left(\mathrm{Tr}\left(\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_l\right)\right) &= n_T \delta(k-l).
\end{aligned}$$

6.4. Decodificación y Estima Ciega de Canal

Los métodos de decodificación presentados en el Apartado 6.2.3 requieren el conocimiento previo del canal MIMO. Una primera aproximación a este problema consiste en la transmisión de una secuencia de pilotos [Naguib98, Hassibi03, Pohl05], con la consiguiente reducción en la eficiencia espectral del sistema, e incluso estimas poco precisas debido al efecto del ruido y el limitado número de pilotos disponibles. Estos inconvenientes sugieren el uso de otras técnicas, algunas de las cuales se presentan a continuación.

6.4.1. Decodificador Ciego de Máxima Verosimilitud

El decodificador ciego de máxima verosimilitud (ML) estima, de manera conjunta, el canal MIMO y la secuencia de símbolos transmitida. Asumiendo una distribución de ruido Gaussiana y un conjunto de observaciones correspondiente a N bloques STBC (NL periodos de símbolo), el decodificador ML ciego consiste en el siguiente problema de minimización

$$\underset{\hat{\mathbf{H}}, \hat{\mathbf{s}}[n] \in \mathcal{X}}{\arg\min} \sum_{n=0}^{N-1} \left\| \tilde{\mathbf{x}}[n] - \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) \hat{\mathbf{s}}[n] \right\|^2,$$

donde $\hat{\mathbf{s}}[n] \in \mathcal{X}$ impone la restricción de que los símbolos pertenezcan a la constelación empleada. Desafortunadamente, incluso en el caso de canales equivalentes $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ con estructuras especiales, el coste computacional de este problema crece exponencialmente con el número de bloques debido a la necesidad de evaluar todas las posibles secuencias de símbolos $\hat{\mathbf{s}}[0], \ldots, \hat{\mathbf{s}}[N-1]$.

En [Ma06] se han propuesto dos aproximaciones a la solución de este problema para el caso de códigos OSTBC y constelaciones BPSK o QPSK. Específicamente, se ha propuesto un método subóptimo basado en una aproximación de relajación semidefinida (*semidefinite relaxation approach* o SDR), y un técnica óptima basada en el decodificador esférico. Sin embargo, el coste computacional de estas técnicas sigue resultando relativamente alto.

Una alternativa para la solución de este problema de manera sencilla consiste en la relajación de la restricción de alfabeto finito de la señal estimada $\hat{\mathbf{s}}[n]$. De esta manera, la función de coste anterior se puede reescribir exclusivamente en función del canal o la señal. Esta técnica se conoce como el decodificador ciego ML relajado, y en el siguiente capítulo se presentará un algoritmo para la estima del canal basado en esta idea.

6.4.2. Esquemas Diferenciales

Una forma de evitar la pérdida de eficiencia espectral consiste en el diseño de técnicas que permitan realizar la decodificación sin necesidad de conocer el canal. Entre estas técnicas se encuentran

los esquemas de codificación espacio-temporal diferencial [Tarokh00,Hughes00,Hochwald00c,Jafarkhani01,Ganesan02,Zhu05], y las modulaciones espacio-temporales unitarias [Hochwald00a,Hochwald00b].

En el caso de códigos OSTBC, la idea en la que se basan los esquemas diferenciales es muy sencilla. Asumiendo una matriz de transmisión cuadrada, es decir, con $n_T = L$, la señal a transmitir en el bloque n-ésimo viene dada por la siguiente matriz de transmisión

$$\mathcal{U}(\mathbf{s}[n]) = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathcal{U}(\mathbf{s}[n-1]),$$

donde $\mathcal{U}(\mathbf{s}[n-1])$ es la matriz transmitida en el bloque anterior, $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])$ es la matriz de transmisión del OSTBC empleado, y en el primer instante se transmite $\mathcal{U}(\mathbf{s}[0]) = \mathcal{S}(\mathbf{s}[0])$. De esta manera, las matrices $\mathcal{U}(\mathbf{s}[n])$ conservan la propiedad de ortogonalidad y, asumiendo que el canal $\mathbf{H}$ permanece constante durante la transmisión de dos bloques, la señal recibida en ausencia de ruido es

$$\mathbf{X}[n] = \mathcal{U}(\mathbf{s}[n])\mathbf{H} = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathcal{U}(\mathbf{s}[n-1])\mathbf{H} = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathbf{X}[n-1],$$

es decir, la señal recibida se puede interpretar como las observaciones asociadas a la transmisión de la matriz OSTBC $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])$ a través de un canal equivalente $\mathbf{X}[n-1]$. Obviamente, el canal equivalente se corresponde con las señales recibidas en el bloque anterior, por lo que la decodificación se puede realizar por medio de cualquier técnica coherente.

Desafortunadamente, las técnicas diferenciales se limitan al caso de códigos OSTBC [Tarokh00, Hughes00, Hochwald00c, Jafarkhani01, Ganesan02] o QOSTBC [Zhu05], y provocan una pérdida en SNR de 3dB (OSTBC) o mayor (QOSTBC) en comparación con el receptor ML coherente. Por otro lado, en el caso de los esquemas unitarios, la degradación en el rendimiento del sistema se encuentra en torno a 2–4dB, y la complejidad del receptor crece exponencialmente con el número de puntos en la constelación espacio-temporal unitaria.

6.4.3. Técnicas de Estima Ciega del Canal

Los inconvenientes asociados a las técnicas anteriores sugieren el uso de métodos ciegos o semiciegos [Budianu02,Stoica03,Larsson03a], así como esquemas basados en precodificación lineal [Liu99,Liu01b, Liu01a, Zhou01]. En este apartado se revisan las principales técnicas de estima ciega de canal en sistemas STBC. Estos métodos se basan, al menos parcialmente, en los SOS de las observaciones.

Estima Ciega de Canal en Sistemas OSTBC

La mayoría de las técnicas de estima ciega de canal han sido propuestas para el caso particular de un solo usuario transmitiendo con un código OSTBC. Las técnicas más relevantes se enumeran a continuación:

- En [Stoica03, Larsson03a] se han propuesto técnicas ciegas y semiciegas para la estima de canal bajo transmisiones OSTBC. Los métodos propuestos se basan en la relajación de la propiedad de alfabeto finito de las señales, y en la minimización, de manera alternada, sobre el canal y las estimas de la señal. El principal inconveniente de estas técnicas reside en su carácter iterativo y en sus restrictivas condiciones de identificabilidad. Específicamente, la técnica ciega propuesta en [Stoica03] sólo es capaz de estimar el canal si el número de símbolos por bloque M no es mayor que el número de antenas transmisoras n_T. Como se mostrará más adelante, esta ambigüedad está asociada a la técnica propuesta en [Stoica03], y no al problema de estima ciega de canal.

- Recientemente, en [Ammar06] se ha propuesto un método exclusivamente basado en los SOS de las observaciones. La técnica se basa en la extracción del subespacio de ruido asociado a las observaciones $\mathbf{x}[n] = \left[\mathbf{x}_1^T[n], \ldots, \mathbf{x}_{n_R}^T[n]\right]^T$, y en la minimización de la energía de la proyección de $\mathbf{W}(\hat{\mathbf{H}})$ sobre dicho subespacio, donde $\mathbf{W}(\mathbf{H}) = [\mathbf{W}^T(\mathbf{h}_1) \cdots \mathbf{W}^T(\mathbf{h}_{n_R})]$, con $\mathbf{W}(\mathbf{h}_j) = [\mathbf{w}_1(\mathbf{h}_j) \cdots \mathbf{w}_{M'}(\mathbf{h}_j)]$, es el canal complejo equivalente. Tal como se ha comentado en [Vía07d], el principal inconveniente de esta técnica consiste en la introducción de nuevas ambigüedades. Dichas ambigüedades se deben a la utilización del modelo de señal complejo, lo que equivale a permitir estimas complejas del vector de símbolos reales $\mathbf{s}[n]$.

- La técnica propuesta en [Shahbazpanahi05] considera el modelo de señal real presentado en la ecuación (6.2). Así, definiendo $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ como una estima de la matriz de correlación de las observaciones $\tilde{\mathbf{x}}[n]$, el método se basa en el siguiente problema de maximización

$$\arg\max_{\hat{\mathbf{H}}} \operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right), \tag{6.8}$$

  y teniendo en cuenta las propiedades de ortogonalidad de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$, la técnica propuesta se reduce a un simple problema de autovalores. Además, en [Vía07a, Vía06a] se ha demostrado que, a diferencia de otros métodos basados en subespacios [Ammar06, Swindlehurst02a, Swindlehurst02b], esta técnica no introduce más ambigüedades que aquellas asociadas al problema de estima ciega de canal a partir de SOS.

Estima Ciega de Canal en Situaciones Más Generales

Desafortunadamente, el número de técnicas ciegas para otro tipo de códigos STBC o entornos multiusuario es limitado. Las tres técnicas más relevantes se resumen a continuación.

- En [Swindlehurst02a, Swindlehurst02b] se propone un receptor ciego para una clase general de STBCs, que incluye el caso multiusuario. Sin embargo, el receptor propuesto introduce ambigüedades adicionales a las derivadas del problema de estima ciega de canal a partir de SOS. Por ejemplo, no es capaz de recuperar las fuentes cuando el código es cuadrado, es decir, con el mismo número de antenas transmisoras n_T y slots temporales L.

- En [Ammar07], los autores han extendido la técnica en [Ammar06] al caso de códigos STBC más generales. Nuevamente, el principal problema radica en la aparición de ambigüedades asociadas al algoritmo propuesto, las cuales se resuelven mediante la transmisión de una secuencia de pilotos, es decir, se trata de una aproximación semiciega.

- En [Shahbazpanahi06] los autores han propuesto dos algoritmos para la estima ciega de canal en el caso OSTBC multiusuario. Dichos algoritmos se basan en las técnicas MUSIC [Schmidt86] y Capon [Capon69], y consisten en la minimización de la proyección de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ sobre el subespacio de ruido asociado a las observaciones $\tilde{\mathbf{x}}[n]$. Además, la suposición de usuarios con un OSTBC común introduce una nueva ambigüedad que se ha de resolver mediante el envío de una secuencia de entrenamiento.

Capítulo 7

Estima Ciega de Canal en Sistemas STBC

7.1. Introducción

En el capítulo anterior se ha presentado el modelo de señal para los códigos STBC y se han analizado varias técnicas de decodificación, tanto para el caso de un conocimiento exacto del canal, como para situaciones en las que se carece de dicha información. En este capítulo se propone una nueva técnica para la estima ciega de canal en un conjunto muy general de sistemas STBC. El método propuesto se basa en el decodificador ciego ML relajado, y por lo tanto sólo requiere la estima de los SOS de las observaciones. La complejidad computacional de la técnica propuesta se reduce a la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada, y su reformulación como un problema de análisis de componentes principales (*principal component analysis* o PCA) permite el desarrollo de algoritmos adaptativos de manera sencilla. El método propuesto no requiere el conocimiento de la matriz de correlación de los símbolos de información, lo que hace que se pueda interpretar como una técnica determinista, esto es, en ausencia de ruido es capaz de recuperar el canal de manera exacta, y con la única ambigüedad de un factor de escalado real, a partir de un número finito de observaciones. Finalmente, la técnica propuesta generaliza el método en [Shahbazpanahi05] a una clase general de STBCs, y se puede aplicar, de manera casi directa, al caso de sistemas multiusuario.

En la Sección 7.2 se presenta el decodificador ciego ML sin restricciones. El nuevo criterio para la estima ciega de canal se presenta en la Sección 7.3, donde también se discuten los detalles relativos a su implementación. Finalmente, el rendimiento de la técnica propuesta se evalúa en la Sección 7.4 por medio de algunos ejemplos de simulación, y las principales conclusiones de este capítulo se resumen en la Sección 7.5.

7.2. Decodificador Ciego ML Relajado

En el Apartado 6.4.1 se ha presentado el decodificador ciego de máxima verosimilitud (ML), cuyo coste computacional resulta prohibitivo. Como ya se ha comentado, una simplificación de este problema consiste en la relajación de la restricción de alfabeto finito en los símbolos estimados. De esta manera, la estima del canal y los símbolos se obtiene a partir del siguiente problema

$$\arg\min_{\hat{\mathbf{H}},\hat{\mathbf{s}}[n]} \sum_{n=0}^{N-1} \left\| \tilde{\mathbf{x}}[n] - \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\hat{\mathbf{s}}[n] \right\|^2 . \tag{7.1}$$

Obviamente, el hecho de no explotar la información referente a la estructura de los vectores $\mathbf{s}[n]$ hace que éste sea un método subóptimo. Además, la relajación de la restricción introduce una ambigüedad consistente en un escalado real, es decir, si $\hat{\mathbf{H}}$ y $\hat{\mathbf{s}}[n]$ son soluciones de (7.1), la función de coste también alcanzará su mínimo para $a\hat{\mathbf{H}}$ y $a^{-1}\hat{\mathbf{s}}[n]$, donde a es un escalar real distinto de cero. Sin embargo,

el factor de escalado es un problema menor que se puede corregir de manera sencilla en una etapa posterior, por ejemplo, teniendo en cuenta la energía de la señal transmitida. Por lo tanto, a partir de ahora asumiremos $\|\mathbf{H}\| = \|\hat{\mathbf{H}}\| = 1$. Adicionalmente, la relajación de la restricción permitirá la obtención de una técnica de estima ciega de canal independiente de la modulación empleada.

Para encontrar la solución al problema anterior denotaremos la descomposición en valores singulares (*singular value decomposition* o SVD) de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ como $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{V}}^T(\hat{\mathbf{H}})$, donde $\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}}) \in \mathbb{R}^{2Ln_R \times M''(\hat{\mathbf{H}})}$ y $\tilde{\mathbf{V}}(\hat{\mathbf{H}}) \in \mathbb{R}^{M' \times M''(\hat{\mathbf{H}})}$ son matrices ortogonales, $\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}}) \in \mathbb{R}^{M''(\hat{\mathbf{H}}) \times M''(\hat{\mathbf{H}})}$ es una matriz diagonal conteniendo los autovalores no nulos, y $M''(\hat{\mathbf{H}}) \leq M'$ es el rango de columnas de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$. Así, minimizando (7.1) respecto a $\hat{\mathbf{s}}[n]$ se obtiene

$$\tilde{\mathbf{V}}^T(\hat{\mathbf{H}})\hat{\mathbf{s}}[n] = \tilde{\mathbf{\Sigma}}^{-1}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{x}}[n],$$

y sustituyendo en (7.1), el estimador ML relajado del canal MIMO consiste en el siguiente criterio de minimización

$$\arg\min_{\hat{\mathbf{H}}} \sum_{n=0}^{N-1} \left\| \tilde{\mathbf{x}}[n] - \tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{x}}[n] \right\|^2 .$$

Finalmente, definiendo $\tilde{\mathbf{X}} = [\tilde{\mathbf{x}}[0] \cdots \tilde{\mathbf{x}}[N-1]]$, el estimador ML relajado para la estima ciega del canal se puede reescribir como

$$\arg\max_{\hat{\mathbf{H}}} \operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{X}} \right), \tag{7.2}$$

y teniendo en cuenta que $\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})$ es la matriz de proyección sobre el subespacio definido por las columnas de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$, podemos reformular el estimador ML relajado como el problema de encontrar el canal $\hat{\mathbf{H}}$ que maximiza la energía de la proyección de las observaciones $\tilde{\mathbf{X}}$ sobre el subespacio definido por el canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$.

7.3. Nueva Técnica para la Estima Ciega de Canal

En esta sección se propone una nueva técnica para la estima ciega de canal en sistemas STBC con uno o varios usuarios. El método propuesto se basa en el decodificador ciego ML relajado y, si el canal es identificable, es capaz de recuperarlo con la única ambigüedad de un factor de escalado real. Adicionalmente, la técnica se puede reformular como un problema de análisis en componentes principales (*principal component analysis* o PCA), lo que hace muy sencillo el desarrollo de algoritmos adaptativos para la estima del canal. En el Apartado 7.3.1 se introducen las condiciones asumidas por la técnica propuesta, la cual se presenta en el Apartado 7.3.2. En el Apartado 7.3.3 se discuten los detalles relativos a su implementación, y en el Apartado 7.3.4 se resumen sus principales características. Finalmente, el criterio propuesto para la estima ciega de canal se reformula como un problema PCA en el Apartado 7.3.5.

7.3.1. Condiciones Principales

La técnica propuesta se basa en el siguiente conjunto de condiciones:

Condición 7.3.1 (Canal MIMO). *El canal MIMO es plano en frecuencia y permanece constante durante la transmisión de $N \geq M'$ bloques STBC.*

Condición 7.3.2 (Señales de Entrada). *La matriz $\mathbf{S} = [\mathbf{s}[0] \cdots \mathbf{s}[N-1]]$ es completa en rango de filas.*

Condición 7.3.3 (Propiedades del Código STBC). *Las matrices de código $\mathbf{C} = \left[\mathbf{C}_1^T \cdots \mathbf{C}_{M'}^T\right]^T$ satisfacen $\mathbf{C}^H\mathbf{C} = c^2\mathbf{I}$ para alguna constante c, lo cual constituye la condición necesaria y suficiente para*

$$\|\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\| = c\|\mathbf{H}\|, \qquad \forall \mathbf{H}.$$

Condición 7.3.4 (Tasa y Número de Antenas). *El número de antenas transmisoras y receptoras satisface*

$$n_T, n_R > \begin{cases} R & \textit{para códigos complejos,} \\ R/2 & \textit{para códigos reales.} \end{cases}$$

Las Condiciones 7.3.1 y 7.3.2 establecen restricciones sencillas en el tiempo de coherencia del canal y las propiedades de correlación de las fuentes. En concreto, de manera análoga al caso de canales MIMO selectivos en frecuencia (Condición 3.2.2), la Condición 7.3.2 establece la necesidad de una excitación persistente a la entrada.

La restricción en la energía dada por la Condición 7.3.3 está directamente relacionada con el objetivo de reducir el efecto de los desvanecimientos del canal, y por lo tanto, es satisfecha por la mayoría de los códigos STBC prácticos. Tal como se ha mostrado en la Sección 6.3, en el caso OSTBC las matrices de código satisfacen

$$\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}, \qquad k = 1, \ldots, M',$$

lo que para códigos de tasa total ($R = n_T$) constituye la condición necesaria y suficiente para que el decodificador MMSE seguido por un decisor símbolo a símbolo alcance la menor tasa de error en el bit (*bit error rate* o BER) posible [Zhang05]. Obviamente, esta restricción en las matrices individuales $\mathbf{C}_k$ es más restrictiva que la Condición 7.3.3, e implica $\mathbf{C}^H\mathbf{C} = M'\mathbf{I}$.

Como se mostrará posteriormente, la Condición 7.3.4 es una condición necesaria para la identificabilidad del canal a partir de SOS, e implica que el canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ sea una matriz estrictamente alta, es decir, su número de filas ($2Ln_R$) es mayor que su número de columnas (M'). Adicionalmente se asumirá, por simplicidad notacional, que $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ es completa en rango de columnas. Aquí debemos notar que si $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ no es completa en rango de columnas, entonces cualquier vector de entrada $\mathbf{s}[n] + \mathbf{z}[n]$, con $\mathbf{z}[n]$ perteneciendo al subespacio nulo de $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$, proporcionará las mismas observaciones que $\mathbf{s}[n]$. Por lo tanto, esta es un propiedad deseada para cualquier STBC y, para los más populares, si se satisface la condición $n_R \geq R$ (o $n_R \geq R/2$ para STBCs reales), los canales $\mathbf{H}$ dando lugar a matrices $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ deficientes en rango forman un conjunto de medida cero.

7.3.2. Criterio Propuesto

Comenzaremos este apartado haciendo uso de la propiedad $\mathrm{Tr}\left(\mathbf{A}^T\mathbf{B}\right) = \mathrm{Tr}\left(\mathbf{A}\mathbf{B}^T\right)$, con $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ matrices reales de dimensiones $p \times q$, para reescribir el criterio en (7.2) como

$$\arg\operatorname*{máx}_{\hat{\mathbf{H}}} \mathrm{Tr}\left(\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\right), \tag{7.3}$$

donde $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{X}}^T/N$ se puede interpretar como la estima de la matriz de correlación de $\tilde{\mathbf{x}}[n]$. Desafortunadamente, en general la dependencia de $\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})$ con $\hat{\mathbf{H}}$ no es trivial[1], y (7.3) no se puede resolver de manera sencilla. Sin embargo, (7.3) se puede interpretar como el problema de encontrar el canal $\hat{\mathbf{H}}$ que maximice la correlación entre las observaciones $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ y la versión blanqueada $\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})$ del canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$. Así, definiendo $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ como la versión preblanqueada y reducida en rango (con rango M') de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$, aquí proponemos el siguiente criterio alternativo

$$\arg\operatorname*{máx}_{\hat{\mathbf{H}}} \mathrm{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right), \qquad \text{sujeto a} \qquad \|\hat{\mathbf{H}}\| = 1, \tag{7.4}$$

esto es, se propone maximizar la correlación entre el canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ y la versión preblanqueada y reducida en rango de las observaciones.

Teniendo en cuenta la Condición 7.3.2, el valor teórico de $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ es[2]

$$\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{H})\tilde{\mathbf{U}}^T(\mathbf{H}),$$

[1] Una excepción viene dada por el caso OSTBC, en donde $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \|\hat{\mathbf{H}}\|\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})$ y (7.3) equivale a (6.8), que se puede resolver de manera directa [Shahbazpanahi05].

[2] Este es el valor de $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ en ausencia de ruido y en el caso asintótico en que $N \to \infty$.

es decir, $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ es la matriz de proyección sobre el subespacio definido por las columnas de $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{H})$. Así, mientras el criterio original (7.3) se puede interpretar como el problema de maximizar la proyección de $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ sobre el subespacio definido por $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$, el criterio propuesto consiste en la obtención del canal MIMO $\hat{\mathbf{H}}$ que maximiza la energía de la proyección de $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ sobre el subespacio definido por el canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$. El siguiente lema establece las propiedades de las soluciones teóricas del criterio propuesto.

Lema 7.3.1. *Las soluciones teóricas al problema de optimización (7.4) satisfacen*

$$\operatorname{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) \subseteq \operatorname{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\right). \tag{7.5}$$

Demostración. *Teniendo en cuenta la SVD* $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{V}}^T(\hat{\mathbf{H}})$*, podemos escribir*

$$\begin{aligned}\operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) &= \operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{V}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{V}}^T(\hat{\mathbf{H}})\right) = \\ &= \operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{\Sigma}}(\hat{\mathbf{H}})\right) = \sum_{k=1}^{M''(\hat{\mathbf{H}})} \lambda_k^2(\hat{\mathbf{H}})\nu_k^2,\end{aligned}$$

donde $\lambda_k(\hat{\mathbf{H}})$ *son los valores singulares no nulos de* $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$*, y* $\nu_k^2 \leq 1$ *son los elementos en la diagonal de* $\tilde{\mathbf{U}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})$*. De esta manera, se obtiene*

$$\operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) \leq \sum_{k=1}^{M''(\hat{\mathbf{H}})} \lambda_k^2(\hat{\mathbf{H}}),$$

donde la igualdad es satisfecha si y sólo si $\nu_k^2 = 1$*, para* $k = 1, \ldots, M''(\hat{\mathbf{H}})$*, esto es, si las columnas de* $\tilde{\mathbf{U}}(\hat{\mathbf{H}})$ *pertenecen al subespacio definido por* $\tilde{\mathbf{U}}(\mathbf{H})$*. Finalmente, la Condición 7.3.3 y la restricción* $\|\hat{\mathbf{H}}\| = 1$ *implican* $\sum_{k=1}^{M''(\hat{\mathbf{H}})} \lambda_k^2(\hat{\mathbf{H}}) = c^2$*, y entonces*

$$\operatorname{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) \leq c^2,$$

donde la igualdad es satisfecha si y sólo si $\operatorname{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) \subseteq \operatorname{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\right)$. □

7.3.3. Implementación Práctica

A diferencia del criterio en (7.2), la maximización de (7.4) respecto a $\hat{\mathbf{H}}$ resulta sencilla. En concreto, definiendo las M' matrices diagonales por bloques $\tilde{\mathbf{D}}_k \in \mathbb{R}^{2Ln_R \times 2n_T n_R}$ como

$$\tilde{\mathbf{D}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_k & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{C}}_k \end{bmatrix}, \qquad k = 1, \ldots, M', \tag{7.6}$$

y la versión vectorizada y real del canal MIMO $\tilde{\mathbf{h}} = \left[\tilde{\mathbf{h}}_1^T, \ldots, \tilde{\mathbf{h}}_{n_R}^T\right]^T$, resulta sencillo ver que la k-ésima columna de $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ viene dada por $\tilde{\mathbf{D}}_k\tilde{\mathbf{h}}$, y (7.4) se puede reescribir como

$$\arg\operatorname*{máx}_{\hat{\tilde{\mathbf{h}}}} \hat{\tilde{\mathbf{h}}}^T\mathbf{\Theta}\hat{\tilde{\mathbf{h}}}, \qquad \text{sujeto a} \qquad \|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\| = 1, \tag{7.7}$$

donde $\mathbf{\Theta} \in \mathbb{R}^{2n_T n_R \times 2n_T n_R}$ es una matriz de correlación modificada dada por

$$\mathbf{\Theta} = \sum_{k=1}^{M'} \tilde{\mathbf{D}}_k^T \mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{D}}_k.$$

De esta manera, la estima del canal $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ se obtiene a partir del autovector asociado al mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$.

Estima del Canal Multiusuario

La formulación anterior se puede aplicar directamente al caso multiusuario, lo que nos llevaría a un problema de autovalores de dimensiones $2n_T n_R$, donde $n_T = \sum_{u=1}^{U} n_T(\mathcal{C}_u)$. Sin embargo, la estructura del problema se puede explotar para obtener la estima del canal de cada usuario de manera independiente. Específicamente, la versión real y vectorizada del canal MIMO asociado al u-ésimo usuario ($\tilde{\mathbf{h}}_u$) se obtiene a partir de

$$\arg\max_{\hat{\tilde{\mathbf{h}}}_u} \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_u^T \mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_u) \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_u, \qquad \text{sujeto a} \qquad \|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}_u\| = 1,$$

donde

$$\mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_u) = \sum_{k=1}^{M'(\mathcal{C}_u)} \tilde{\mathbf{D}}_k^T(\mathcal{C}_u) \mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{D}}_k(\mathcal{C}_u),$$

y $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ y $\tilde{\mathbf{D}}_k(\mathcal{C}_u)$ se definen de manera análoga al caso de un solo usuario. Finalmente, la estima del canal MIMO asociado al usuario u se obtiene a partir del autovector asociado al mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_u)$, lo cual introduce una ambigüedad consistente en un escalado real para cada usuario. Sin embargo, debemos tener en cuenta que dicha indeterminación es una consecuencia directa del modelo de señal presentado en el Apartado 6.2.2, y no del criterio de estima de canal que aquí se propone.

7.3.4. Propiedades del Algoritmo y Discusión Adicional

En este apartado se discuten varios detalles de la técnica propuesta:

- Resulta sencillo demostrar que las soluciones teóricas a (7.3) satisfacen

$$\text{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) = \text{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\right),$$

  es decir, la transición de (7.3) a (7.4) introduce soluciones espurias asociadas a canales MIMO $\hat{\mathbf{H}}$ que proporcionan matrices $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ deficientes en rango. Sin embargo, si tales matrices existen, podremos obtener un tercer canal MIMO, combinación lineal de $\mathbf{H}$ y $\hat{\mathbf{H}}$, que maximice (7.3). Esto se traduce en una indeterminación asociada al problema de estima ciega del canal, pero no al criterio propuesto. Las condiciones de identificabilidad se analizan en más detalle en el Capítulo 8.

- El criterio propuesto para la estima ciega del canal sólo depende de la matriz de correlación de las observaciones, y no de la distribución del ruido. Así, aunque el decodificador ciego ML asume una distribución de ruido Gaussiana, el criterio propuesto únicamente necesita un ruido espacial y temporalmente blanco. Este hecho ya ha sido comentado, para el caso de OSTBCs, en [Shahbazpanahi05].

- Aunque en el Apartado 7.3.1 se ha asumido que $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ es completa en rango de columnas, el criterio propuesto se puede reformular de manera sencilla para un caso más general. En concreto, la principal diferencia radica en la obtención de $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$, la cual se ha de obtener a partir de los $M''(\mathbf{H})$ autovectores principales de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$, y donde el rango $M''(\mathbf{H})$ de $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ se puede deducir del análisis de los autovalores de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$. Una aproximación alternativa consiste en la utilización de los M' autovectores principales de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$. Sin embargo, esta elección podría introducir soluciones espurias.

- En el caso de un solo usuario y códigos OSTBC, el criterio propuesto es equivalente a la técnica en [Shahbazpanahi05]. Además, en este caso la etapa de preblanqueo no es necesaria, es decir, $\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ se puede reemplazar por $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$ [Shahbazpanahi05].

- Resulta evidente que, en el caso de varios usuarios empleando un código STBC común, existe una ambigüedad adicional dada por las combinaciones lineales de los canales MIMO de dichos

usuarios. De manera especifica, si V usuarios emplean el mismo STBC, la multiplicidad del mayor autovalor asociado al problema de autovalores para dichos usuarios será $P \geq V$, y el subespacio asociado contendrá los V canales MIMO. Este problema de identificabilidad se ha observado previamente en [Swindlehurst02b] y [Shahbazpanahi06], donde la ambigüedad es resuelta por medio de un número reducido de pilotos (técnicas semiciegas).

- Desde un punto de vista teórico, la técnica propuesta es equivalente al método basado en el algoritmo MUSIC propuesto en [Shahbazpanahi06] para sistemas OSTBC multiusuario. Sin embargo, aquí se ha demostrado que esta técnica se puede aplicar a cualquier STBC satisfaciendo la Condición 7.3.3. Además, nuestro método se basa en la extracción del subespacio de señal, de dimensión constante e igual a M', y no en el subespacio de ruido [Shahbazpanahi06], cuya dimensión crece con el número de antenas receptoras n_R. Esto permite la reformulación de la técnica propuesta como un problema PCA y la obtención, de manera sencilla, de algoritmos adaptativos para la estima ciega de canal.

7.3.5. Reformulación como un Problema PCA

En este apartado se demuestra que la técnica propuesta se puede reformular como un problema de análisis en componentes principales (*principal component analysis* o PCA). Esto permite la obtención de algoritmos adaptativos para la estima ciega de canal mediante la aplicación directa de la regla de Oja [Oja92], el algoritmo APEX (*adaptive principal component extraction*), o cualquier otra técnica PCA adaptativa [Diamantaras96].

La primera etapa de la técnica propuesta consiste en el preblanqueo y reducción de rango de la matriz de correlación $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$. Dicha etapa se puede resolver de manera adaptativa mediante el algoritmo APEX [Diamantaras96], que se encargará del preblanqueo y reducción en rango de $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ a partir de la extracción de sus M' componentes principales.

En la segunda etapa se obtendrá una serie de observaciones intermedias. Específicamente, denotando la versión preblanqueada y reducida en rango de $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ como $\tilde{\mathbf{y}}[n]$, formaremos los vectores de datos

$$\tilde{\mathbf{z}}[nM' + k] = \tilde{\mathbf{D}}_k^T \tilde{\mathbf{y}}[n], \qquad k = 1, \ldots, M'.$$

Aunque estos vectores no son independientes, resulta sencillo comprobar que el autovector principal de $\mathbf{\Theta}$ se puede obtener mediante la aplicación directa de la regla de Oja [Oja92] a la secuencia $\tilde{\mathbf{z}}[1], \ldots, \tilde{\mathbf{z}}[NM']$.

Como se ha comentado anteriormente, en el caso de un solo usuario empleando un código OSTBC no es necesaria la etapa de preblanqueo, por lo que $\tilde{\mathbf{y}}[n]$ se puede reemplazar por $\tilde{\mathbf{x}}[n]$. Además, en este caso la proyección de máxima varianza de $\mathbf{\Theta}$ proporciona, de manera directa, la estima ML (en base al canal estimado) de la secuencia de información $s_k[n]$ ($k = 1, \ldots, M'$) [Vía06f, Vía06b].

7.4. Resultados Numéricos

Aunque el algoritmo propuesto se analizará en más detalle en el Capítulo 9, en esta sección se evalúa su rendimiento en un caso sencillo mediante algunos ejemplos de simulación. En concreto, se considera el caso de un solo usuario transmitiendo con el OSTBC complejo de tasa $R = 1/2$ ($M = 4$, $L = 8$) y $n_T = 3$ antenas transmisoras presentado en la ecuación (6.4).

La técnica propuesta, que en este caso es equivalente al método en [Shahbazpanahi05] (denotado como PCA), se compara con el algoritmo propuesto en [Ammar06] (denotado como SS) y resumido brevemente en el Apartado 6.4.3. En todos los ejemplos, las señales fuente i.i.d pertenecen a una constelación QPSK, y las observaciones se ven afectadas por ruido temporal y espacialmente blanco y Gaussiano de media cero. El canal MIMO sigue una distribución Rayleigh. El MSE normalizado en la estima del canal, y la BER tras la decodificación se han obtenido tras corregir el factor de escalado en la estima del canal, que resulta ser complejo en el caso del algoritmo SS, y real para el método propuesto. Por último, todos los resultados se han obtenido a partir de 1000 realizaciones independientes.

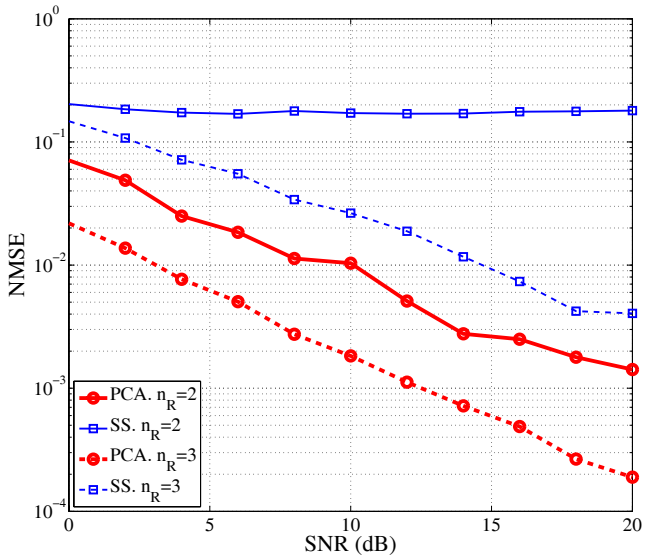

Figura 7.1: NMSE en la estima del canal. $N = 50$.

En el primer ejemplo se han evaluado los algoritmos de estima ciega de canal para $n_R = 2$ y $n_R = 3$ antenas receptoras. Tal como se comenta en [Ammar06], el método SS no es capaz de extraer el canal para $n_R = 2$. Sin embargo, esto no significa que el canal no sea identificable a partir de los SOS. De hecho, la técnica propuesta recupera el canal con la única ambigüedad de un factor de escalado real. La estima del canal se ha obtenido a partir de $N = 50$ bloques, y su MSE se muestra en la Figura 7.1, donde se puede apreciar que la técnica PCA proporciona mejores resultados que el método SS.

En la Figura 7.2 se muestra la BER para los algoritmos evaluados y el receptor ML (con conocimiento exacto del canal) en el caso de $n_R = 3$ antenas receptoras y distintos números de bloques disponibles en el receptor. Como se puede observar, la técnica PCA proporciona los mejores resultados, y para $N \geq 50$ se encuentra muy cerca del rendimiento del receptor ML óptimo.

En la Figura 7.3 se muestra la BER frente al número de bloques N para $n_R = 3$ antenas receptoras y una SNR de 5dB. Como se puede apreciar, el método propuesto es más robusto que la técnica SS frente a un número reducido de observaciones.

Finalmente, se ha evaluado el MSE normalizado en la estima del canal frente al número de antenas receptoras. Los resultados para tres SNRs diferentes y $N = 50$ se muestran en la Figura 7.4, donde se vuelve a apreciar que la técnica SS no consigue extraer el canal en el caso de $n_R = 2$, y es superada por el método propuesto.

7.5. Conclusiones

En este capítulo se ha propuesto una nueva técnica para la estima ciega del canal en sistemas STBC. El método propuesto se basa exclusivamente en los SOS de las observaciones, y se puede aplicar a una amplia clase de códigos STBC y a entornos multiusuario. Si el canal es identificable, y en ausencia de ruido, la técnica propuesta es capaz de obtener una estima exacta del canal, con la única ambigüedad de un factor de escalado real, a partir de un número finito de observaciones. El coste computacional del método propuesto es relativamente bajo, ya que consiste en la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada. Además, su reformulación como un problema PCA permite obtener algoritmos adaptativos de una manera sencilla. Finalmente, el rendimiento del método propuesto se ha evaluado mediante algunos ejemplos numéricos.

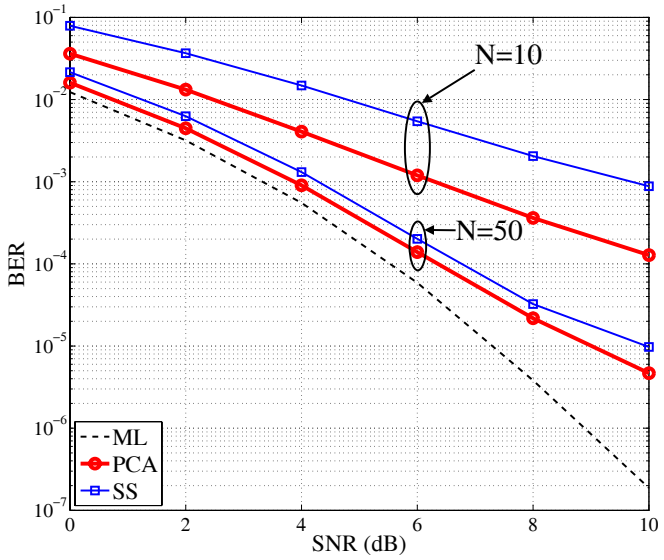

Figura 7.2: BER frente a SNR. $n_T = n_R = 3$.

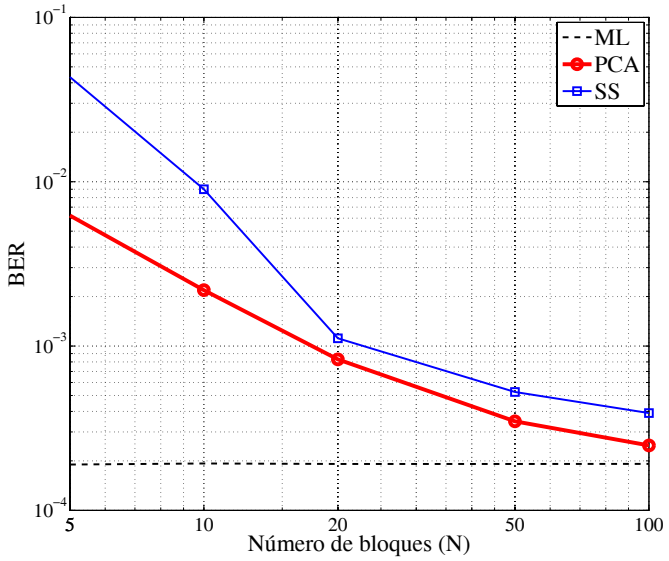

Figura 7.3: BER frente a N. $n_T = n_R = 3$. SNR=5dB.

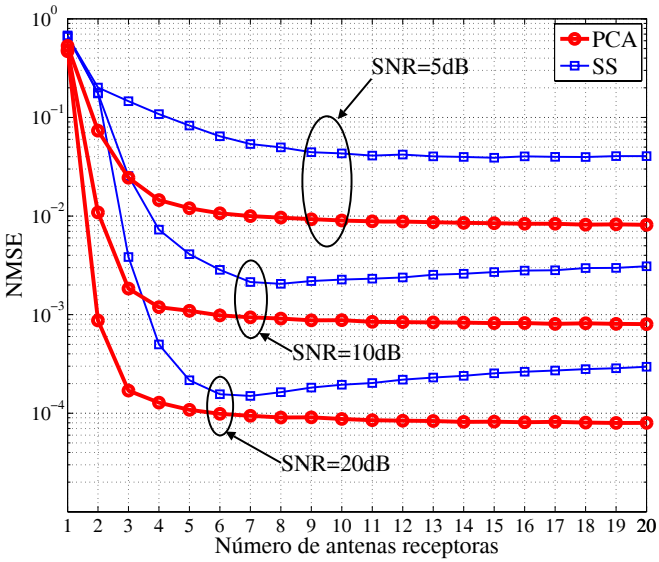

Figura 7.4: NMSE en la estima del canal frente a n_R. $N = 50$.

Capítulo 8

Condiciones de Identificabilidad

8.1. Introducción

En este capítulo se estudian las condiciones de identificabilidad asociadas al problema de estima ciega de canal, en sistemas con codificación STBC, a partir de los SOS de las observaciones. De manera general, el análisis de identificabilidad es un problema bastante complicado y, aunque recientemente se han presentado algunos resultados [Ammar06, Ammar07, Ma04, Ma07], aún no se ha conseguido encontrar una relación directa entre las condiciones de identificabilidad y la estructura del código. En concreto, el problema de identificabilidad de canal a partir de SOS se ha estudiado en [Ammar06] para el caso de OSTBCs, y se ha generalizado en [Ammar07] a una clase general de códigos STBC. Sin embargo, en estos trabajos el análisis se basa en la técnica de estima ciega propuesta en [Ammar06] que, como se ha demostrado en la Sección 7.4, introduce ambigüedades adicionales a las del problema de estima ciega de canal. Por otro lado, en [Ma04, Ma07] se ha analizado el problema de identificabilidad para el caso particular de modulaciones BPSK o QPSK y códigos OSTBC. Sin embargo, aunque se introducen las definiciones de códigos *rotatables*, *no rotatables* y *estrictamente no rotatables*, la relación entre estas propiedades y la estructura del código no resulta sencilla.

Este capítulo se estructura de la siguiente manera: En la Sección 8.2 se introducen los problemas de ambigüedad y se hace un análisis general para cualquier código STBC. En la Sección 8.3 nos centramos en el caso de códigos OSTBC, obteniendo nuevas condiciones suficientes para la identificación ciega del canal. En concreto, se demuestra que, para un número de antenas receptoras $n_R > 1$ y un código OSTBC con una tasa de transmisión superior a un determinado umbral (el cual es inversamente proporcional al número de antenas transmisoras), el canal MIMO se puede identificar, con la única ambigüedad de un factor de escalado real, a partir de los SOS de las observaciones. Finalmente, las principales conclusiones de este capítulo se resumen en la Sección 8.4

8.2. Formulación General

En esta sección se analizan las condiciones para la identificación ciega del canal MIMO-STBC a partir de los SOS. Concretamente, se demuestra que para identificar el canal sin más ambigüedad que un escalado real, el número de antenas transmisoras y receptoras ha de ser mayor que la tasa de transmisión. Desafortunadamente, esta es sólo una condición necesaria, es decir, su cumplimiento no garantiza la recuperación del canal de manera ciega, lo cual se demuestra por medio de algunos resultados numéricos.

8.2.1. Problemas de Ambigüedad y Condiciones Generales

Aunque en el caso de códigos OSTBC se han obtenido algunas condiciones suficientes para la identificación ciega del canal [Vía07a, Vía06a, Ammar06, Ma07], el análisis de las condiciones de identificabilidad para una clase general de STBCs no es en absoluto trivial. En este apartado se formula

el problema de ambigüedad y se obtienen algunos resultados intuitivos, los cuales se explotarán en el Apartado 9.3.1 para presentar una técnica de transmisión capaz de evitar gran parte de las indeterminaciones.

Como se ha comentado en el capítulo anterior, el problema de ambigüedad viene dado por la existencia de un canal $\hat{\mathbf{H}} \neq a\mathbf{H}$, donde a es un escalar real, tal que se pueda encontrar una matriz de datos $\hat{\mathbf{S}} \neq a^{-1}\mathbf{S}$ que satisfaga

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\hat{\mathbf{S}}.$$

Teniendo en cuenta la Condición 7.3.2, la igualdad anterior equivale a

$$\text{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\right) = \text{range}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\right),$$

o lo que es lo mismo

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{A} = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}), \tag{8.1}$$

donde $\mathbf{A} \neq a\mathbf{I}$ es una matriz real de dimensiones $M' \times M'$. Desde un punto de vista práctico, la existencia de estas soluciones espurias se traduce en una multiplicidad $P > 1$ del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$. Por lo tanto, los P autovectores principales de $\mathbf{\Theta}$ constituyen una base $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{2n_T n_R \times P}$ para el subespacio en el que residen todas las soluciones $\hat{\hat{\mathbf{h}}}$ al criterio propuesto para la estima ciega de canal.

En general, las propiedades de la matriz $\mathbf{A}$ dependen del STBC específico, por lo que para realizar un análisis general, se considerará que cualquier matriz $\mathbf{A}$ es posible. Así, reescribiremos (8.1) como

$$\tilde{\mathcal{W}}(\mathbf{H})\mathbf{a} = \tilde{\mathbf{D}}\hat{\hat{\mathbf{h}}},$$

donde $\mathbf{a} = \text{vec}(\mathbf{A})$, $\tilde{\mathbf{D}} = \left[\tilde{\mathbf{D}}_1^T \cdots \tilde{\mathbf{D}}_{M'}^T\right]^T$, y $\tilde{\mathcal{W}}(\mathbf{H})$ es una matriz real de dimensiones $2Ln_RM' \times M'^2$ definida como

$$\tilde{\mathcal{W}}(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) \end{bmatrix}.$$

Reescribiendo el problema de ambigüedad como

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathcal{W}}(\mathbf{H}) & -\tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \hat{\hat{\mathbf{h}}} \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

y teniendo en cuenta que éste es un sistema lineal con $M'^2 + 2n_Tn_R$ incógnitas y $2Ln_RM'$ ecuaciones, podemos deducir que el número P de soluciones linealmente independientes al problema de estima ciega de canal en (7.7), está acotado por

$$\chi(P') \leq P \leq 2n_Tn_R,$$

donde $P' = M'^2 + 2n_Tn_R - 2Ln_RM'$ y

$$\chi(P') = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad P' \leq 1, \\ P' & \text{si} \quad 1 \leq P' \leq 2n_Tn_R, \\ 2n_Tn_R & \text{si} \quad P' \geq 2n_Tn_R. \end{cases}$$

Para simplificar la desigualdad anterior se introduce el siguiente lema:

Lema 8.2.1. *Supongamos que una matriz de canal* $\mathbf{H}$ *completa en rango de filas* ($n_R \geq n_T$) *no se puede identificar de manera ciega, hasta un escalar real, a partir de SOS. Entonces, el STBC no permite la recuperación ciega del canal en base a SOS, independientemente del número de antenas receptoras* n_R.

Demostración. *Si el canal* $\mathbf{H}$ *no se puede identificar sin ambigüedad, podemos encontrar otro canal* $\hat{\mathbf{H}} \neq a\mathbf{H}$ *y señales* $\hat{\mathbf{s}}[n] \neq a^{-1}\mathbf{s}[n]$*, tales que*

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathbf{H} = \mathcal{S}(\hat{\mathbf{s}}[n])\hat{\mathbf{H}}, \qquad \forall \mathbf{s}[n],$$

y teniendo en cuenta que cualquier otro canal $\bar{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{n_T \times \bar{n}_R}$ *se puede escribir como* $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{B}$*, con* $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n_R \times \bar{n}_R}$*, tenemos*

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\bar{\mathbf{H}} = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n])\mathbf{H}\mathbf{B} = \mathcal{S}(\hat{\mathbf{s}}[n])\hat{\mathbf{H}}\mathbf{B} = \mathcal{S}(\hat{\mathbf{s}}[n])\hat{\bar{\mathbf{H}}}, \qquad \forall \mathbf{s}[n],$$

con $\hat{\bar{\mathbf{H}}} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{B}$*, es decir, el canal no se puede identificar sin ambigüedad.* □

El Lema 8.2.1 implica que, asumiendo que el número de antenas receptoras es $n_R = n_T$, y que los n_R canales MISO son linealmente independientes, la adición de más antenas receptoras no proporciona ninguna información desde el punto de vista de la identificabilidad del canal. Por lo tanto, de ahora en adelante, reduciremos nuestro estudio al caso de $n_R \leq n_T$.

Considerando STBCs complejos[1], y teniendo en cuenta la definición de la tasa de transmisión $R = M/L$, el parámetro P' se puede reescribir como

$$P' = 2n_T n_R - 4L^2 R\,(n_R - R)\,.$$

Por lo tanto, si el número de antenas receptoras no es mayor que la tasa de transmisión ($n_R \leq R$), entonces $P = 2n_T n_R$ y todos los canales MIMO $\hat{\mathbf{H}}$ satisfacen la condición de ambigüedad. En otras palabras, en este caso los SOS no proporcionan ninguna información sobre el canal MIMO. Esta condición de identificabilidad justifica la suposición en la Condición 7.3.4, y sus implicaciones principales son:

- Para códigos de tasa total ($R = n_T$), tales como los TOSTBC [Zhang05, Barbarossa05], y asumiendo $n_R \leq n_T$, los SOS de las observaciones no proporcionan ninguna información acerca del canal MIMO.
- Para códigos de tasa uno $R = 1$, tales como los QOSTBC [Jafarkhani05, Sezgin04] y una sola antena receptora ($n_R = 1$), los SOS de las observaciones no aportan ninguna información sobre el canal.

8.2.2. Ejemplos Prácticos

En el apartado anterior se ha obtenido una condición necesaria para la identificación ciega del canal MIMO a partir de los SOS de las observaciones. Desafortunadamente, en un gran número de casos prácticos esta no es una condición suficiente, lo cual se ilustra en esta sección por medio de algunos ejemplos numéricos. Todos los ejemplos se han repetido para distintas realizaciones de canales $\mathbf{H}$ con distribución Rayleigh, observando, tal como se cita en [Shahbazpanahi05] para el caso de OSTBCs, que la multiplicidad P del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$ depende del STBC específico y del número de antenas receptoras n_R, pero no de la realización específica del canal MIMO[2].

El primer conjunto de ejemplos se muestra en la Tabla 8.1, que es una reproducción parcial de la tabla presentada en [Shahbazpanahi05]. Como se puede apreciar, para la mayoría de los OSTBCs y $n_R > 1$, la multiplicidad del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$ es $P = 1$, es decir, el canal MIMO se puede recuperar, hasta un escalar real, por medio de la técnica propuesta. En la Sección 8.3 se presenta un análisis más detallado de las condiciones de identificabilidad de los códigos OSTBC.

En el segundo conjunto de ejemplos se han analizado los códigos QOSTBC [Jafarkhani05,Sezgin04] descritos en el Apartado 6.3.2. Los códigos se han generado de manera recursiva tomando el código de Alamouti como bloque básico, lo que proporciona diseños para un número de antenas transmisoras potencia de dos. Para valores de n_T distintos, los códigos se han obtenido eliminando columnas de la

[1] El mismo resultado se mantiene para STBCs reales sustituyendo R por $R/2$.

[2] En realidad, para ciertos canales MIMO degenerados (como $\mathbf{H} = \mathbf{0}$) aparecen nuevas ambigüedades. Sin embargo, estos canales forman un conjunto de medida cero.

Constelación	n_T	M	L	$R = M/L$	Diseño	$P_{n_R=1}$	$P_{n_R>1}$
real	2	2	2	1	Alamouti	2	2
real	3	4	4	1	gen. ort	2	1
real	4	4	4	1	gen. ort	4	4
real	5	8	8	1	gen. ort	2	1
real	6	8	8	1	gen. ort	2	1
real	7	8	8	1	gen. ort	2	1
real	8	8	8	1	gen. ort	2	1
complex	2	2	2	1	Alamouti	4	4
compleja	3	4	8	1/2	gen. ort	2	1
compleja	4	4	8	1/2	gen. ort	4	4
compleja	5	8	16	1/2	gen. ort	2	1
compleja	6	8	16	1/2	gen. ort	2	1
compleja	7	8	16	1/2	gen. ort	2	1
compleja	8	8	16	1/2	gen. ort	2	1
compleja	3	3	4	3/4	amicable	2	1
compleja	4	3	4	3/4	amicable	2	1
compleja	5	4	8	1/2	amicable	1	1
compleja	6	4	8	1/2	amicable	1	1
compleja	7	4	8	1/2	amicable	1	1
compleja	8	4	8	1/2	amicable	1	1

Tabla 8.1: Características de identificabilidad para algunos de los OSTBCs más comunes.

matriz de transmisión $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n])$ asociada al diseño para la menor potencia de 2 mayor que n_T. En la Tabla 8.2 se muestra la multiplicidad P, que en general decrece con el número de antenas receptoras n_R hasta un determinado valor, que es el que se muestra más a la derecha en la tabla. De esta manera, podemos concluir que los códigos QOSTBC no permiten la identificación ciega del canal a partir de SOS, y como se ha predicho en el apartado anterior, en el caso de $n_R = 1$ la multiplicidad es $P = 2n_T$. Finalmente, en el Apartado 9.3.1 se presenta una técnica de transmisión que, sin reducir la tasa ni la capacidad del sistema, permite la identificación ciega del canal en muchos casos prácticos, incluyendo los códigos QOSTBC.

8.3. Condiciones de Identificabilidad en Sistemas OSTBC

En esta sección, el análisis de las condiciones de identificabilidad se particulariza al caso de OSTBCs, lo que permite explotar la estructura de la matriz de ambigüedad $\mathbf{A}$ definida en la sección anterior. Concretamente, en el Apartado 8.3.1 se presentan los principales resultados del análisis de identificabilidad, y en el Apartado 8.3.2 se discuten sus implicaciones y se señalan ciertos problemas aún abiertos. Por comodidad para el lector, las demostraciones de los teoremas presentados en el Apartado 8.3.1 se han relegado al Apéndice C.

En [Ammar06, Ma04, Ma07] se han presentado algunos resultados previos sobre las condiciones de identificabilidad bajo transmisiones OSTBC. Específicamente, en [Ammar06] se analizan las condiciones de identificabilidad en base a SOS y se demuestra lo siguiente: primero, si el código es real y transmite un número impar de símbolos de información, el canal se puede identificar con una ambigüedad escalar compleja; y segundo, en el caso de un código real con un número impar de antenas transmisoras, el canal es identificable si $n_R \geq n_T$. En [Ma07] el estudio se lleva a cabo considerando la restricción de alfabeto finito en las señales fuente, lo que se explota para introducir las definiciones de códigos *rotatables*, *no rotatables* y *estrictamente no rotatables*. Así, se demuestra la identificabilidad ciega del canal para cualquier número de observaciones N y antenas receptoras n_R en los casos de OSTBCs transmitiendo un número impar de símbolos reales (*non-intersecting subspace* o NIS OSTBCs), y OSTBCs reales con un número impar de antenas transmisoras n_T.

La contribución principal de esta sección se basa en la definición de códigos OSTBC identificables y no-identificables, y consiste en la demostración de que cualquier OSTBC transmitiendo a una tasa superior a un determinado umbral, que es inversamente proporcional al número de antenas transmisoras, permite la identificación ciega del canal para cualquier número de antenas receptoras $n_R > 1$. Adicionalmente, se ha encontrado que cualquier OSTBC transmitiendo un número impar de símbolos reales permite la identificación ciega del canal independientemente del número de antenas receptoras, lo que extiende al caso de códigos complejos el primer resultado en [Ammar06, Ammar02], y

n_T	$P_{n_R=1}$	$P_{n_R=2}$	$P_{n_R=3}$	$P_{n_R=4}$	$P_{n_R=5}$	$P_{n_R=6}$	$P_{n_R=7}$	$\cdots$	$P_{n_R=15}$
2	4								
3	6	4	2						
4	8								
5	10	4	2						
6	12	8	4						
7	14	12	10	8	6	4	2		
8	16								
9	18	4	2						
10	20	8	4						
11	22	12	2						
12	24	16	8						
13	26	20	14	8	2				
14	28	24	20	16	12	8	4		
15	30	28	26	24	22	20	18	$32-2n_R$	2
16	32								

Tabla 8.2: Características de identificabilidad para códigos QOSTBC.

evita la restricción de alfabeto finito en [Ma07]. Además, se demuestra que cualquier OSTBC real con un número impar de antenas n_T es identificable, lo que explica algunos de los ejemplos numéricos en [Ma04, Ma07] evitando la restricción de alfabeto finito. Las implicaciones de estos resultados incluyen la explicación de los ejemplos de simulación en [Shahbazpanahi05]; la generalización de las condiciones de identificabilidad en [Ammar06, Ammar02] y [Ma04, Ma07], y finalmente, la conclusión de que los únicos OSTBCs no identificables con interés práctico son el código de Alamouti y el OSTBC real de tasa $R = 1$ y $n_T = 4$ antenas transmisoras.

8.3.1. Resultados Principales

En este apartado se presentan varias condiciones suficientes para la identificabilidad ciega de canales MIMO bajo transmisiones OSTBC. En primer lugar se introducen las definiciones de OSTBCs identificables y no identificables. Posteriormente, se generaliza el primer resultado en [Ammar06, Ammar02], el cual asegura que cualquier OSTBC real transmitiendo un número impar de símbolos permite la identificación ciega del canal por medio de SOS. Tras esto, se presentan condiciones suficientes para asegurar que un OSTBC es identificable. Dichas condiciones incluyen, como caso particular, los resultados en [Ammar06, Ammar02], y relacionan las propiedades de identificabilidad de un OSTBC con su tasa de transmisión. Finalmente se muestra que en el caso de OSTBCs identificables y un número de antenas receptoras $n_R > 1$, el canal se puede recuperar con probabilidad uno, lo que valida los resultados numéricos presentados en la sección anterior. La demostración de los teoremas presentados en este apartado se incluye en el Apéndice C.

Comenzaremos reformulando la condición de ambigüedad en (8.1) como

$$\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}(\mathbf{H}), \tag{8.2}$$

donde, debido a las propiedades de ortogonalidad de las matrices de canal equivalente $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$ y $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ (ver Propiedad 6.3.1), $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ es una matriz ortogonal (es decir, real y unitaria). Así, podemos introducir las siguientes definiciones:

Definición 8.3.1 (OSTBCs Identificables). *Un OSTBC es identificable si y sólo si existe al menos un canal* $\mathbf{H}$ *tal que la igualdad*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}(\mathbf{H}),$$

con $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *una matriz ortogonal, es sólo satisfecha por* $\hat{\mathbf{H}} = \pm\mathbf{H}$ *y* $\mathbf{Q}(\mathbf{H}) = \pm\mathbf{I}$.

Definición 8.3.2 (OSTBCs No Identificables). *Un OSTBC es no identificable si y sólo si para todo* $\mathbf{H}$ *existe al menos una matriz de canal* $\hat{\mathbf{H}} \neq \pm\mathbf{H}$ *y una matriz ortogonal* $\mathbf{Q}(\mathbf{H}) \neq \pm\mathbf{I}$*, tales que* $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}(\mathbf{H})$.

El siguiente teorema asegura la identificabilidad del canal de manera ciega para cualquier número de antenas receptoras:

Teorema 8.3.1. *Si un OSTBC transmite un número impar de símbolos reales (M' impar), entonces el canal se puede identificar independientemente del número de antenas receptoras.*

Desde un punto de vista práctico, el valor del teorema anterior es limitado, lo cual se debe a que la mayoría de los OSTBCs transmiten un número par de símbolos de información reales [Shahbazpanahi05, Larsson03b]. Sin embargo, el teorema sugiere que cualquier OSTBC no identificable se puede hacer identificable dejando de transmitir un símbolo de información real. Esta idea se explota en el Apartado 9.4.3 para resolver los problemas de ambigüedad.

Los siguientes teoremas establecen condiciones suficientes para que un OSTBC sea identificable:

Teorema 8.3.2. *Todos los OSTBCs reales con un número impar de antenas transmisoras n_T son identificables.*

Teorema 8.3.3. *Si un OSTBC con n_T antenas transmisoras, y transmitiendo M' símbolos reales en L slots temporales, es no identificable, su tasa de transmisión ha de cumplir*

$$\frac{M'}{L} \leq \frac{2}{\lceil \frac{n_T}{2} \rceil}.$$

Por lo tanto, si la tasa de un OSTBC satisface

$$\frac{M'}{L} > \frac{2}{\lceil \frac{n_T}{2} \rceil},$$

el código es identificable.

El teorema anterior relaciona la estructura del código OSTBC con sus propiedades de identificabilidad y, a modo de ejemplo, asegura que el OSTBC real con $n_T = M = L = 8$ [Larsson03b] es identificable, lo que contradice la hipótesis en [Stoica03] y valida los resultados empíricos en [Shahbazpanahi05, Ma04, Ma07]. Además, resulta sencillo demostrar que los códigos identificables son *no rotatables*, por lo que teniendo en cuenta los resultados en [Ma07] se puede concluir que, si se explotan las propiedades de alfabeto finito de las fuentes, y se dispone de un número N de observaciones lo suficientemente elevado, los códigos identificables permiten, con probabilidad uno, la recuperación del canal independientemente del número de antenas receptoras[3] [Ma07].

Dado que es de esperar que los códigos más redundantes, esto es, los de menor tasa, permitan la identificación del canal con mayor facilidad, el Teorema 8.3.3 puede resultar poco intuitivo. No obstante, debemos notar que el teorema anterior no implica que el canal no sea identificable con códigos de tasas bajas, sino que, a la hora de diseñar el código, se dispone de tanta libertad que resultará sencillo encontrar un código cumpliendo los requisitos de no identificabilidad (ver Apéndice C). Sin embargo, parece lógico pensar que esta libertad a la hora del diseño se pueda explotar también para obtener OSTBCs identificables.

A partir de la Definición 8.3.1 sabemos que, para un OSTBC identificable, existe al menos un canal $\mathbf{H}$ tal que el criterio propuesto en el capítulo anterior es capaz de recuperar el canal con la única ambigüedad de un factor de escala real. Además, como consecuencia directa de las Definiciones 8.3.1 y 8.3.2, y el Lema 8.2.1, se obtiene el siguiente teorema:

Teorema 8.3.4. *Para un sistema MIMO transmitiendo con un OSTBC identificable y una matriz de canal $\mathbf{H}$ completa en rango de filas ($n_R \geq n_T$), el canal se puede recuperar, hasta un escalado real, a partir de los SOS de las observaciones.*

El Teorema 8.3.4 establece una condición suficiente para la identificación del canal MIMO a partir de SOS. Aunque está basado en la restricción $n_R \geq n_T$, la cual puede ser muy restrictiva, en combinación con los Teoremas 8.3.2 y 8.3.3, asegura que la mayoría de los OSTBCs prácticos permiten la identificación ciega del canal sin explotar los HOS de las señales. En particular, la combinación de los Teoremas 8.3.2 y 8.3.4 es equivalente al segundo resultado en [Ammar02, Ammar06], mientras que la

[3] En el caso de OSTBCs reales y n_T impar el código es *estrictamente no rotatable*, por lo que la condición en el número de observaciones no es necesaria.

combinación de los Teoremas 8.3.3 y 8.3.4 extiende este resultado a OSTBCs complejos y con altas tasas de transmisión. Sin embargo, por medio de resultados empíricos sabemos que la condición en el rango de filas de $\mathbf{H}$ no es necesaria (ver Tabla 8.1 y [Shahbazpanahi05]). A continuación se presentan algunos resultados adicionales, que permiten arrojar algo de luz sobre las propiedades de identificabilidad en el caso $n_R < n_T$. Estos resultados se basan en la siguiente condición en la distribución del canal:

Condición 8.3.1. *El canal MIMO* $\mathbf{H}$ *sigue una distribución compleja circular y Gaussiana, y la matriz de correlación* $E[\tilde{\mathbf{h}}_k\tilde{\mathbf{h}}_k^T]$ *asociada a un canal MISO* $\tilde{\mathbf{h}}_k$ *es completa en rango, independientemente del valor de los demás canales MISO.*

La condición anterior incluye, como caso particular, el popular modelo de canal i.i.d Rayleigh. Esta es una condición suficiente (ver Apéndice C.2.3), pero no necesaria, para la demostración de los resultados que se presentan a continuación. El primero de ellos queda recogido en el siguiente teorema:

Teorema 8.3.5. *Para un sistema MIMO transmitiendo con un OSTBC identificable, y un canal* $\mathbf{H}$ *dando lugar a una multiplicidad* $P > 1$ *del mayor autovalor de* $\mathbf{\Theta}$*, la adición de una nueva antena receptora hace que, con probabilidad uno, la multiplicidad* P *del nuevo problema de identificación ciega decrezca.*

El siguiente corolario es una consecuencia directa del teorema anterior:

Corolario 8.3.1. *Supongamos un OSTBC identificable tal que, para* $n_R = 1$*, la multiplicidad de las ambigüedades sea* P *con probabilidad uno. Entonces, para* $n_R \geq P$ *el canal se puede recuperar, con probabilidad uno, con la única ambigüedad de un factor de escalado real.*

La relevancia del resultado anterior viene dada por la observación de que la multiplicidad asociada a un OSTBC identificable y un canal MISO es *casi siempre* $P \leq 2$ (ver Tabla 8.1). Esta observación queda formulada en la siguiente conjetura:

Conjetura 8.3.1. *Asumamos un OSTBC identificable y un canal MISO* $\mathbf{h}_1$*, entonces, con probabilidad uno, la multiplicidad del mayor autovalor de* $\mathbf{\Theta}$ *es* $P \leq 2$*.*

En base a esta conjetura se obtiene el siguiente resultado:

Corolario 8.3.2. *Para un sistema MIMO transmitiendo con un OSTBC identificable y* $n_R > 1$ *antenas receptoras, la probabilidad de extraer el canal a partir de SOS, y hasta un escalado real, es uno.*

La combinación del resultado anterior con los Teoremas 8.3.2 y 8.3.3 establece una condición suficiente para la identificación ciega de canales MIMO en sistemas OSTBC, y es capaz de explicar la mayoría de los resultados numéricos en [Shahbazpanahi05]. Concretamente, la combinación con el Teorema 8.3.2 se puede interpretar como una extensión, a casi cualquier canal con $n_R > 1$, del segundo resultado en [Ammar02, Ammar06]. Adicionalmente, en [Ma07] se ha demostrado que los OSTBCs reales con un número impar de antenas transmisoras son *estrictamente no rotatables*. La combinación del resultado anterior con el Teorema 8.3.2 demuestra una propiedad análoga para el caso $n_R > 1$, evitando la restricción de alfabeto finito. Finalmente, debemos notar que el último resultado se basa en la Conjetura 8.3.1, la cual aún no ha podido ser demostrada teóricamente. Además, la identificación del canal se asegura con probabilidad uno, es decir, existe un conjunto de medida cero de canales con $n_R > 1$, para los que la propiedad de identificabilidad del OSTBC no garantiza la recuperación del canal.

8.3.2. Implicaciones y Discusión Adicional

En este apartado se analizan los resultados obtenidos, arrojando algo de luz sobre los ejemplos numéricos presentados en [Shahbazpanahi05]. Además, se señalan algunos de los problemas aún por resolver en el análisis de las condiciones de identificabilidad.

Constelación	n_T	M	L	$R = M/L$	R_{th}	Identificable	Diseño	$P_{n_R=1}$	$P_{n_R>1}$
real	2	2	2	1	2	No	Alamouti	2	2
real	3	4	4	1	1	Sí	gen. ort	2	1
real	4	4	4	1	1	No	gen. ort	4	4
real	5	8	8	1	2/3	Sí	gen. ort	2	1
real	6	8	8	1	2/3	Sí	gen. ort	2	1
real	7	8	8	1	1/2	Sí	gen. ort	2	1
real	8	8	8	1	1/2	Sí	gen. ort	2	1
complejo	2	2	2	1	1	No	Alamouti	4	4
complejo	3	4	8	1/2	1/2	Sí	gen. ort	2	1
complejo	4	4	8	1/2	1/2	No	gen. ort	4	4
complejo	5	8	16	1/2	1/3	Sí	gen. ort	2	1
complejo	6	8	16	1/2	1/3	Sí	gen. ort	2	1
complejo	7	8	16	1/2	1/4	Sí	gen. ort	2	1
complejo	8	8	16	1/2	1/4	Sí	gen. ort	2	1
complejo	3	3	4	3/4	1/2	Sí	amicable	2	1
complejo	4	3	4	3/4	1/2	Sí	amicable	2	1
complejo	5	4	8	1/2	1/3	Sí	amicable	1	1
complejo	6	4	8	1/2	1/3	Sí	amicable	1	1
complejo	7	4	8	1/2	1/4	Sí	amicable	1	1
complejo	8	4	8	1/2	1/4	Sí	amicable	1	1

Tabla 8.3: Características de identificabilidad para algunos de los OSTBCs más comunes. Análisis de los resultados empíricos.

Interpretación de los Resultados en [Shahbazpanahi05]

El análisis de identificabilidad presentado en esta sección permite la explicación de resultados previos obtenidos por otros autores. En la Tabla 8.3 se muestran los principales resultados en [Shahbazpanahi05], donde se ha añadido una columna con la tasa de transmisión $R = M/L$ y el umbral derivado del Teorema 8.3.3,

$$R_{th} = \begin{cases} \frac{2}{\lceil n_T/2 \rceil} & \text{para OSTBCs reales,} \\ \frac{1}{\lceil n_T/2 \rceil} & \text{para OSTBCs complejos,} \end{cases}$$

el cual asegura que cualquier OSTBC transmitiendo a una tasa mayor es identificable. Los resultados en la Tabla 8.3 se han obtenido empleando los OSTBCs más comunes, basados en la técnica de diseño ortogonal generalizado (*generalized orthogonal design*) [Tarokh99] y en diseños *amicables* [Larsson03b]. Los elementos h_{ij} de las matrices de canal $\mathbf{H}$ se han generado como variables aleatorias complejas e independientes, de media cero y distribución Gaussiana. Como se puede observar, cualquier OSTBC transmitiendo a una tasa $R > R_{th}$ permite la identificación del canal con $n_R > 1$ antenas receptoras, tal como se deriva del Teorema 8.3.3 y el Corolario 8.3.2. Además, debemos notar que la condición en la tasa de transmisión es muy restrictiva y sólo hay seis ejemplos de OSTBC con $R \leq R_{th}$, que son los siguientes:

- **Códigos de Alamouti**: Como ya se ha observado [Swindlehurst02b], es imposible conseguir la identificación ciega en el caso de Alamouti sin emplear algún tipo de precodificación o asumir una matriz de correlación $\mathbf{R_s} = E\left[\mathbf{s}[n]\mathbf{s}^T[n]\right]$ con autovalores diferentes.

- **OSTBC real ($n_T = M = L = 4$)**: Al igual que en el caso de Alamouti, éste es un código no identificable con interés práctico.

- **OSTBC real ($n_T = 3$, $M = L = 4$)**: En este caso, el Teorema 8.3.2 implica que el código sea identificable, y el Corolario 8.3.2 explica la identificabilidad del canal con $n_R > 1$.

- **OSTBC complejo ($n_T = 4$, $M = 4$, $L = 8$)**: Éste es un código no identificable sin interés práctico debido a que se puede emplear el diseño *amicable* para transmitir con el mismo número de antenas transmisoras $n_T = 4$, pero con una tasa de transmisión mayor, $M = 3$ y $L = 4$, y con un retardo de decodificación (L) menor.

- **OSTBC complejo ($n_T = 3$, $M = 4$, $L = 8$)**: Análogamente al caso anterior, este es un código OSTBC sin interés práctico porque podemos transmitir con tasa $R = 3/4$ empleando el diseño

n_T	M	L	$R = M/L$	Diseño	$P_{n_R=1}$	$P_{n_R=2}$	$P_{n_R\geq 2}$
2	2	2	1	Alamouti	2	2	2
3	4	4	1	gen. ort	3	2	1
4	4	4	1	gen. ort	4	4	4
5	8	8	1	gen. ort	5	2	1
6	8	8	1	gen. ort	6	2	1
7	8	8	1	gen. ort	7	2	1
8	8	8	1	gen. ort	8	2	1

Tabla 8.4: Características de identificabilidad para OSTBCs reales bajo canales MIMO reales.

amicable. Además, en el caso de transmitir con tasa $R = 1/2$, podríamos emplear el OSTBC real con $n_T = 3$, $M = L = 4$ para transmitir $M = 2$ símbolos complejos ($M' = 4$) en $L = 4$ periodos de símbolo. Como consecuencia del Teorema 8.3.2, éste es un código identificable con la misma tasa $R = 1/2$ y un menor retardo $L = 4$.

Finalmente, teniendo en cuenta los diseños de máxima tasa de transmisión propuestos en [Liang03], que aseguran que para cualquier número de antenas transmisoras existe un OSTBC real con tasa $R = 1$ y un OSTBC complejo con $R > 1/2$, podemos concluir que los únicos OSTBCs no identificables con interés práctico[4] son los códigos (real y complejo) de Alamouti, y el OSTBC real con $n_T = M = L = 4$. Adicionalmente, en el Apartado 9.4.3 se presentará una técnica de transmisión que, mediante una modificación muy sencilla del código real con $n_T = M = L = 4$, permite la identificación del canal de manera ciega.

Algunos Problemas Abiertos

En este apartado se presentan algunas discusiones adicionales sobre los resultados obtenidos, haciendo notar aquellas cuestiones del estudio de las condiciones de identificabilidad que todavía permanecen como un problema abierto.

- **Demostración de la Conjetura 8.3.1**

  El Corolario 8.3.2 se basa en la Conjetura 8.3.1, la cual se ha validado por medio de ejemplos numéricos (ver Tabla 8.3). Sin embargo, aún no se ha encontrado una demostración teórica de esta conjetura. Por una parte, la suposición de OSTBCs identificables no implica multiplicidad $P \leq 2$ para todos los canales MISO. Además, aunque en [Shahbazpanahi05] los autores concluyen que la multiplicidad depende del OSTBC y el número de antenas receptoras n_R, pero no de la realización específica de $\mathbf{H}$ (tal como se podría deducir de la Tabla 8.3), nosotros hemos encontrado, por medio de ejemplos numéricos, que existe una dependencia no trivial entre el canal $\mathbf{H}$ y la multiplicidad P del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$.

  En particular, se han repetido los experimentos empleados en la obtención de la Tabla 8.3 para OSTBCs reales, pero en este caso se ha forzado al canal $\mathbf{H}$ a ser real. Los resultados se resumen en la Tabla 8.4, donde se puede ver que, en el caso de OSTBCs identificables y $n_R = 1$ la multiplicidad es igual a n_T, mientras que para $n_R = 2$ la multiplicidad es $P = 2$, y tenemos $P = 1$ para $n_R > 2$. Afortunadamente, en una situación práctica la probabilidad de un canal MIMO real es cero, y la multiplicidad en un sistema MISO con un OSTBC identificable es $P \leq 2$ con probabilidad uno, lo que verifica la Conjetura 8.3.1 y permite obtener el resultado en el Corolario 8.3.2.

- **Obtención de Umbrales más Estrictos en la Tasa de Transmisión de OSTBCs Reales**

  El Teorema 8.3.3 establece una condición necesaria en la tasa de transmisión de un OSTBC no identificable. Una cuestión lógica es: ¿Existen OSTBCs no identificables con tasa de transmisión igual al umbral? En el caso de OSTBCs complejos, y siguiendo en orden inverso la derivación

[4] Aunque podríamos encontrar OSTBCs no identificables con un retardo mucho menor, la penalización en tasa de transmisión impuesta por el Teorema 8.3.3 es tan grande que, en la práctica, dichos códigos carecen de interés.

en el Apéndice C.2.2, se puede demostrar de manera sencilla que es posible diseñar OSTBCs complejos no identificables con tasa de transmisión

$$R = \frac{M}{L} = \frac{1}{\lceil \frac{n_T}{2} \rceil},$$

y retardo $L = n_T$ para n_T par, y $L = n_T + 1$ para un número impar de antenas transmisoras n_T.

En el caso de OSTBCs reales, y considerando n_T par, el umbral en la tasa de transmisión es

$$R_{th} = \frac{4}{n_T},$$

y resulta obvio que, para $n_T = 2$ no se puede alcanzar. Por lo tanto, esto sugiere que en el caso de OSTBCs reales, el umbral obtenido no es lo suficientemente estricto. Además, siguiendo un procedimiento similar al del caso de OSTBCs complejos, y teniendo en cuenta las propiedades de las familias de matrices Hurwitz-Radon (ver [Larsson03b, Ganesan00, Geramita79]), podemos construir OSTBCs reales no identificables con tasa de transmisión

$$R = \frac{M}{L} = \frac{1}{\lceil \frac{n_T}{4} \rceil},$$

y retardo $L = n_T$ para n_T múltiplo de cuatro, y $L = n_T + 2$ en otro caso. Por lo tanto, es evidente que dichas construcciones sólo alcanzan el umbral en el caso de n_T múltiplo de cuatro, lo que deja la siguiente pregunta abierta: ¿Cuál es el umbral estricto en la tasa de transmisión de OSTBCs reales y no identificables?

- **Condiciones Necesarias para la Identificabilidad**

Todos los resultados teóricos presentados en esta sección constituyen condiciones suficientes para la identificación ciega de canales MIMO, bajo transmisiones OSTBC, a partir de los SOS. Sin embargo, la obtención de condiciones necesarias permanece como un problema abierto. Para ilustrar la complejidad de este problema nos basaremos en un ejemplo: Teniendo en cuenta la Tabla 8.3, podemos considerar tres OSTBCs complejos diferentes con $n_T = 8$ antenas transmisoras y tasa de transmisión $R = 1/2$:

- OSTBC real con $R = 1$: Considerando las partes real e imaginaria de $M = 4$ símbolos complejos, resulta sencillo ver que podemos construir un OSTBC complejo con $M = 4$ y $n_T = L = 8$. La multiplicidad asociada a este OSTBC para $n_R = 1$ es $P = 2$.
- Diseño Ortogonal Generalizado: Éste es un OSTBC identificable con $n_T = M = 8$ y $L = 16$. La multiplicidad para $n_R = 1$ es $P = 2$.
- Diseño *Amicable*: En este caso el OSTBC transmite $M = 4$ símbolos complejos con $n_T = L = 8$, y la multiplicidad para $n_R = 1$ es $P = 1$.

Como se puede ver, tres OSTBCs diferentes con el mismo número de antenas transmisoras ($n_T = 8$) y la misma tasa de transmisión ($R = 1/2$) dan lugar a diferentes propiedades de identificabilidad. Además, mientras el diseño *amicable* permite la identificación ciega del canal con una sola antena receptora, el OSTBC obtenido a partir del diseño real, el cual tiene los mismos parámetros (M, L y n_T) que el diseño *amicable*, da lugar a una ambigüedad para $n_R = 1$. Estos resultados sugieren que la derivación de condiciones necesarias para la identificabilidad, y su relación con la estructura de los OSTBCs, es una tarea difícil aún por resolver.

8.4. Conclusiones

En este capítulo se han analizado las condiciones de identificabilidad asociadas al problema de estima ciega de canal, en sistemas STBC, a partir de SOS. En primer lugar se ha analizado el caso general, demostrando que la identificación ciega del canal sólo es posible si el número de antenas transmisoras y receptoras es estrictamente mayor que la tasa de transmisión. Como consecuencia directa de este resultado, se demuestra que los códigos de tasa total ($R = n_T$) no permiten la recuperación del canal a partir de SOS. Posteriormente se ha analizado el caso de codificaciones OSTBC, presentando varios nuevos teoremas que permiten generalizar resultados previos, explicar los resultados empíricos, y relacionar las condiciones de identificabilidad con la estructura de los códigos. En concreto, el principal resultado en este capítulo consiste en la demostración de que, para $n_R > 1$ antenas receptoras, cualquier OSTBC con una tasa de transmisión superior a un determinado umbral, proporciona la información necesaria para extraer el canal, a partir de los SOS, con la única ambigüedad de un factor de escalado real. Además, el umbral en la tasa de transmisión es inversamente proporcional al número de antenas transmisoras, por lo que se puede concluir que los únicos OSTBCs no identificables con interés práctico son los códigos de Alamouti y el OSTBC real con $n_T = 4$ antenas transmisoras y tasa $R = 1$. Finalmente, se ha presentado una discusión adicional sobre los resultados obtenidos, incluyendo algunas cuestiones aún por resolver en el estudio de las condiciones de identificabilidad.

Capítulo 9

Técnicas para la Eliminación de las Ambigüedades

9.1. Introducción

En los capítulos anteriores se ha presentado una técnica para la estima ciega de canal en sistemas STBC y se han analizado las condiciones de identificabilidad asociadas al problema de estima ciega a partir de SOS. En este capítulo se presentan varias técnicas para resolver los problemas de ambigüedad. De manera general, la información obtenida a partir de los SOS permite reducir la búsqueda de los parámetros, esto es, los coeficientes del canal MIMO, a un subespacio de dimensión $P \leq 2n_T n_R$, donde P es la multiplicidad del mayor autovalor asociado a la matriz $\mathbf{\Theta}$ para la estima del canal. Para encontrar el canal MIMO en el subespacio de dimensión P se puede recurrir a diversas técnicas, incluyendo la transmisión de una pequeña secuencia de símbolos piloto (técnicas semiciegas), la aplicación de criterios basados en HOS, o la precodificación de los símbolos de información.

En la Sección 9.2 se resumen, de manera general, los principales criterios para la resolución de las ambigüedades. En la Sección 9.3 se propone una nueva técnica basada en la idea de diversidad de código, que consiste en la combinación de distintos STBCs en transmisión. A diferencia de otros criterios, esta técnica permite resolver las ambigüedades, en un gran número de casos, a partir de los SOS de las observaciones, y sin reducir la tasa de transmisión o la capacidad del sistema. Como caso particular, la técnica basada en diversidad de código se puede reducir a una precodificación no redundante, consistente en la rotación, o permutación, de las antenas transmisoras. En la Sección 9.4 se presentan varios métodos para el caso particular de codificaciones OSTBC. En concreto, se presentan técnicas basadas en la utilización de los HOS, la precodificación de los símbolos de información, o una ligera reducción de la tasa de transmisión. Finalmente, las principales conclusiones se resumen en la Sección 9.5.

9.2. Técnicas Generales

En esta sección se presentan varios criterios para la resolución de las ambigüedades en un caso general. Concretamente, en el Apartado 9.2.1 se presentan las técnicas semiciegas, en el Apartado 9.2.2 los métodos basados en HOS, y en el Apartado 9.2.3 una aproximación basada en precodificación lineal y ajuste de la correlación.

9.2.1. Técnicas Semiciegas

Recientemente se han propuesto dos técnicas semiciegas para los casos OSTBC multiusuario [Shahbazpanahi06] y STBCs genérico [Ammar07]. Aunque los métodos difieren en la formulación del problema, la idea general radica en la extracción, de manera ciega, de los P autovectores correspondientes al subespacio en el que reside el canal MIMO. En ambos métodos, la estima final del canal se obtiene

mediante la resolución, en ese subespacio reducido, de un problema de regresión asociado a una pequeña secuencia de símbolos piloto. De este modo, asumiendo que la técnica ciega es capaz de extraer el subespacio de manera exacta, el MSE asociado a las técnicas semiciegas se ve reducido en un factor $P/(2n_T n_R)$ respecto al MSE asociado a la estima únicamente basada en pilotos [Ammar07]. Una alternativa a las técnicas en dos etapas presentadas en [Shahbazpanahi06, Ammar07] consiste en la combinación, en una sola función de coste, de los errores asociados a la técnica ciega y a la secuencia de entrenamiento. En cualquier caso, el principal inconveniente de este tipo de técnicas consiste en la reducción en la tasa de transmisión asociada al envío de una secuencia de símbolos piloto.

9.2.2. Técnicas Basadas en HOS

Hasta ahora se ha analizado el caso de la estima ciega de canal basada exclusivamente en SOS, lo que presenta ventajas computacionales frente a los métodos basados en HOS [Liu03, Pérez06], y permite obtener algoritmos independientes de la constelación de señal empleada. Sin embargo, cuando las técnicas basadas en SOS presentan ambigüedades, es muy probable que éstas se puedan resolver mediante los HOS de las observaciones. Resumiendo; la combinación en dos etapas de técnicas basadas en SOS y HOS se puede interpretar desde dos puntos de vista: En primer lugar, podemos afirmar que los métodos basados en HOS se aplican para resolver las ambigüedades asociadas a las técnicas basadas en SOS; por otro lado, los algoritmos basados en SOS se pueden aplicar como una etapa de preprocesado para reducir la complejidad del problema a resolver mediante HOS. Estos dos puntos de vista se ilustran en el Apartado 9.4.1 mediante algunos ejemplos de simulación.

9.2.3. Precodificación Lineal

Hasta ahora hemos asumido que los datos $\mathbf{s}[n]$ no presentan ninguna estructura particular. Sin embargo, si los símbolos de información presentan alguna estructura o correlación, ya sea temporal o espacial, dicha información puede ser explotada para resolver los problemas de ambigüedad asociados al problema de estima ciega de canal [Liu99, Liu01b, Liu01a, Zhou01, Pérez07]. A modo de ejemplo, podemos suponer que las señales de información son temporalmente incorreladas, pero que conocemos su matriz de correlación espacial $\mathbf{R_s} = E\left[\mathbf{s}[n]\mathbf{s}^T[n]\right]$. En base a esta información, y asumiendo un ruido temporal y espacialmente blanco de varianza σ^2, podemos plantear el siguiente problema de ajuste de la correlación (*correlation matching*)

$$\arg\min_{\hat{\mathbf{H}}} \left\| \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) - \frac{\sigma^2}{2}\mathbf{I} \right\|^2, \tag{9.1}$$

es decir, se busca el canal que mejor ajuste la estima de la matriz de correlación $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{X}}^T/N$ asociada a las observaciones. Las principales características de esta técnica se enumeran a continuación:

- Desde un punto de vista teórico, resulta sencillo demostrar que todas las soluciones ($\hat{\mathbf{H}}$ y los datos asociados $\hat{\mathbf{s}}[n]$) a (9.1) satisfacen $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\hat{\mathbf{s}}[n] = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{s}[n]$, y por lo tanto también son soluciones al criterio propuesto en la Sección 7.3. Sin embargo, el converso no es necesariamente cierto, es decir, no todas las estimas $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\hat{\mathbf{s}}[n] = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{s}[n]$ han de ser soluciones a (9.1), ya que la matriz de correlación $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{s}}}$ asociada a $\hat{\mathbf{s}}[n]$ puede diferir de la matriz teórica $\mathbf{R_s}$. Esto demuestra que la técnica basada en ajuste de la correlación puede evitar los problemas de ambigüedad comentados en el capítulo anterior. Además, el conocimiento de la energía de los datos $\mathbf{s}[n]$ permite reducir la ambigüedad del escalado real a un simple cambio de signo.

- La técnica de ajuste de la correlación ha sido empleada en problemas de igualación/identificación ciega de canal [Giannakis97a,Zeng97a,Zeng97b,Gazzah02] y separación ciega de fuentes [Choi01]. Además, se ha demostrado que, bajo ciertas condiciones, la técnica de ajuste de la correlación proporciona, al menos de manera asintótica, el estimador insesgado y basado en SOS de mínima varianza [Giannakis97a]. Sin embargo, en un caso general este criterio conduce a sistemas de ecuaciones no lineales, que han de ser resueltos de manera iterativa, pudiendo dar lugar a problemas de mínimos locales. Afortunadamente, en el caso de un solo usuario y códigos ortogonales,

el criterio de ajuste de la correlación conduce a un problema de autovalores similar al presentado en la Sección 7.3. Este caso particular se ilustra en más detalle en el Apartado 9.4.2.

- A diferencia de la técnica propuesta en la Sección 7.3, el método de ajuste de la correlación no es determinista, lo que hace que la estima del canal se vea afectada por un suelo de ruido debido a la diferencia entre la matriz de correlación teórica $\mathbf{R_s}$ y su estima a partir de los datos $\mathbf{S}\mathbf{S}^T/N$.

- Desafortunadamente, la utilización de secuencias de información correladas o con distintas energías se traduce en una reducción de la capacidad del sistema, por lo que, a pesar de mantener la tasa de transmisión original, el efecto de la precodificación lineal es el de añadir redundancia en el sistema, y por lo tanto, reducir la eficiencia espectral del mismo.

9.3. Diversidad de Código

En esta sección se presenta una nueva técnica de transmisión para la resolución de las ambigüedades, a partir de SOS, y sin implicar una reducción en la tasa de transmisión o la capacidad del sistema. La idea general se introduce en el Apartado 9.3.1, y en el Apartado 9.3.2 se presenta un caso particular en el que la técnica propuesta se reduce a una precodificación no redundante consistente en la rotación o permutación de las antenas transmisoras. Finalmente, el rendimiento del método propuesto se ilustra en el Apartado 9.3.3 por medio de varios ejemplos numéricos.

9.3.1. Formulación General

En este apartado se introduce la idea de diversidad de código para la estima ciega de canal. De manera análoga al caso de diversidad temporal, espacial o frecuencial, donde una o varias señales son observadas a través de diferentes canales, la técnica propuesta se basa en la observación del canal MIMO *a través de diferentes códigos*, lo que proporciona la información suficiente para extraer el canal sin ambigüedad.

A partir del análisis de las condiciones de identificabilidad presentado en el Apartado 8.2.1, sabemos que el canal $\tilde{\mathbf{h}}$ pertenece al subespacio definido por los P autovectores principales de $\mathbf{\Theta}$. Este subespacio queda representado por la base ortogonal $\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C}) \in \mathbb{R}^{2n_T n_R \times P(\mathcal{C})}$, donde se ha incluido la dependencia respecto al canal $\mathbf{H}$ y el código $\mathcal{C}$, esto es,

$$\tilde{\mathbf{h}} \in \text{range}\left(\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C})\right).$$

Consideremos ahora K códigos diferentes $\mathcal{C}_k$, $k = 1, \ldots, K$, con n_T antenas transmisoras y enviando $M(\mathcal{C}_k)$ símbolos de información en $L(\mathcal{C}_k)$ usos del canal. Entonces, resulta obvio que

$$\tilde{\mathbf{h}} \in \left\{\text{range}\left(\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C}_1)\right) \cap \cdots \cap \text{range}\left(\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C}_K)\right)\right\},$$

es decir, el canal verdadero pertenece a la intersección de los K subespacios, de dimensión $P(\mathcal{C}_k)$, definidos por las matrices $\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C}_k)$. Sin embargo, en un caso general no hay razón para pensar que el rango de dicha intersección sea mayor que uno, es decir, las soluciones espurias al problema de estima ciega de canal para el código $\mathcal{C}_k$ no tienen porqué satisfacer el criterio de estima de canal cuando se emplea un código diferente $\mathcal{C}_l$ $(l \neq k)$.

La técnica propuesta se basa en la idea anterior. Asumiendo que el canal MIMO permanece constante durante un periodo de tiempo lo suficientemente largo, los $M(\mathcal{C}_1)$ símbolos de información iniciales se transmiten durante los $L(\mathcal{C}_1)$ primeros usos del canal. En los siguientes $L(\mathcal{C}_2)$ periodos de símbolo se transmiten $M(\mathcal{C}_2)$ nuevos símbolos de información por medio del código $\mathcal{C}_2$, y el mismo procedimiento se aplica con los K STBCs. Así, con definiciones obvias de $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H},\mathcal{C}_k)$, $\tilde{\mathbf{x}}[n,k]$, $\tilde{\mathbf{n}}[n,k]$ y

$\mathbf{s}[n,k]$, el modelo de señal en (6.2) permanece válido, donde ahora

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H},\mathcal{C}_1) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H},\mathcal{C}_K) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{x}}[n] = \left[\tilde{\mathbf{x}}^T[n,1],\ldots,\tilde{\mathbf{x}}^T[n,K]\right]^T,$$

$$\tilde{\mathbf{n}}[n] = \left[\tilde{\mathbf{n}}^T[n,1],\ldots,\tilde{\mathbf{n}}^T[n,K]\right]^T,$$

$$\mathbf{s}[n] = \left[\mathbf{s}^T[n,1],\ldots,\mathbf{s}^T[n,K]\right]^T.$$

Siguiendo un desarrollo similar al de la Sección 7.3, el criterio final para la estima de canal se reduce a maximizar

$$\arg\max_{\hat{\tilde{\mathbf{h}}}} \sum_{k=1}^{K} \hat{\tilde{\mathbf{h}}}^T \mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_k)\hat{\tilde{\mathbf{h}}}, \qquad \text{sujeto a} \qquad \|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\| = 1, \tag{9.2}$$

donde

$$\mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_k) = \sum_{l=1}^{M'(\mathcal{C}_k)} \tilde{\mathbf{D}}_l^T(\mathcal{C}_k)\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathcal{C}_k)\tilde{\mathbf{D}}_l(\mathcal{C}_k),$$

$\mathbf{\Phi}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathcal{C}_k)$ es la versión blanqueada y reducida en rango de la estima

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathcal{C}_k) = \frac{K}{N}\sum_{n=0}^{N/K-1} \tilde{\mathbf{x}}[n,k]\tilde{\mathbf{x}}^T[n,k],$$

y $\tilde{\mathbf{D}}_l(\mathcal{C}_k)$ son las matrices diagonales por bloques para el código $\mathcal{C}_k$, que se definen de manera análoga a (7.6).

A partir de (9.2) resulta obvio que la estima de canal se obtiene como el autovector asociado al mayor autovalor de

$$\hat{\mathbf{\Theta}} = \sum_{k=1}^{K} \hat{\mathbf{\Theta}}(\mathcal{C}_k).$$

Además, como $\tilde{\mathbf{h}}$ maximiza los K factores $\tilde{\mathbf{h}}^T\mathbf{\Theta}(\mathcal{C}_k)\tilde{\mathbf{h}}$ independientemente, resulta sencillo ver que todas las soluciones a (9.2) pertenecen a la intersección de los subespacios expandidos por $\mathbf{G}(\mathbf{H},\mathcal{C}_k)$, para $k = 1,\ldots,K$.

Aquí es interesante mencionar que el conjunto de K matrices de código se puede interpretar como un código compuesto con un retardo mayor $L = \sum_{k=1}^{K} L(\mathcal{C}_k)$, lo que recuerda la idea del diseño de códigos con $L \gg n_T$ para mejorar la tasa de error en el bit (*bit error rate* o BER) [Henkel05,Fasano06]. Finalmente, debemos tener en cuenta que el número total de periodos de símbolo en el proceso de estima de canal se debe distribuir entre los K STBCs diferentes. Esto implica una reducción en el número de bloques efectivos para la obtención de las K estimas $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathcal{C}_k)$. Por lo tanto, existe un compromiso entre las propiedades de identificabilidad del código compuesto, que mejoran al aumentar K, y la precisión de las estimas $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathcal{C}_k)$, que decrece con K.

9.3.2. Precodificación No Redundante

La técnica propuesta en el apartado anterior se basa en la idea general de diversidad en el código, lo que sugiere un gran número de preguntas relacionadas con el análisis de las condiciones de identificabilidad o la mejor combinación de códigos. En este apartado se propone una estrategia basada en un solo STBC y que alcanza la diversidad por medio de una precodificación no redundante consistente en la *rotación* de las antenas transmisoras.

Consideremos K matrices unitarias diferentes $\mathbf{Q}_k$, $k = 1,\ldots,K$, y un código STBC con matriz de transmisión $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n],\mathcal{C})$. Así, podemos definir las siguientes matrices de transmisión

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n],\mathcal{C}_k) = \mathcal{S}(\mathbf{s}[n],\mathcal{C})\mathbf{Q}_k, \qquad k = 1,\ldots,K,$$

n_T	$P_{n_R=1}$	$P_{n_R>1}$
2	4	4
3	6	1
4	8	1
5	10	1
6	12	1
7	14	1
8	16	1
9	18	1
10	20	1
11	22	1
12	24	1
13	26	1
14	28	1
15	30	1
16	32	1

Tabla 9.1: Aplicación de la técnica de precodificación no redundante. Códigos QOSTBC y $K = 4$ rotaciones aleatorias.

las cuales están asociadas a K códigos diferentes $\mathcal{C}_k$. Por lo tanto, la diversidad de código se obtiene por medio de rotaciones de la matriz de transmisión de un STBC y, dado que el efecto de las rotaciones se puede considerar como parte del canal, la estrategia propuesta conserva las propiedades del código[1]. Como ya se ha comentado, la idea de rotar las matrices de transmisión se puede considerar como una precodificación no redundante, que a diferencia de las técnicas de precodificación lineal propuestas en [Liu01b, Liu01a, Shahbazpanahi05, Pérez07], no introduce ninguna reducción en la capacidad del sistema. Además, debemos notar que la rotación de las señales transmitidas ha sido previamente propuesta en [Larsson04b, Larsson04a] como una técnica para mejorar la tasa de error en la trama (*frame error rate* o FER) de sistemas basados en multiplexado espacial (*spatial multiplexing* o SM). Finalmente, para no incrementar la complejidad del transmisor, y preservar las propiedades de potencia asociadas a cada antena, las matrices $\mathbf{Q}_k$ se pueden elegir como simples matrices de permutación.

Ejemplos Prácticos

Ilustraremos el rendimiento de la técnica basada en precodificación no redundante por medio de un ejemplo numérico. En la Tabla 9.1 se muestran las propiedades de identificabilidad de los códigos QOSTBC, basados en el código de Alamouti, cuando se aplica la técnica propuesta. Los resultados se han obtenido por medio de generaciones aleatorias de $K = 4$ matrices unitarias, y canales MIMO con distribución Rayleigh. Como se puede observar, la mayoría de las ambigüedades en la Tabla 8.2 han sido resueltas, con las únicas excepciones del caso MISO ($n_R = 1$) y el código de Alamouti ($n_T = 2$) [Alamouti98]. La ambigüedad en los casos MISO se explica a partir del resultado en el Apartado 8.2.1, esto es, la condición $n_R > R$ no es satisfecha y por lo tanto, el código compuesto no permite la obtención del canal a partir de los SOS. En el caso del código de Alamouti, la matriz de transmisión es

$$\mathcal{S}(\mathbf{s}[n]) = \begin{bmatrix} d_1[n] & d_2[n] \\ -d_2^*[n] & d_1^*[n] \end{bmatrix},$$

donde $d_1[n]$ y $d_2[n]$ son los símbolos de información complejos. Así, teniendo en cuenta las K matrices de precodificación $\mathbf{Q}_k$, y cualquier matriz unitaria de la forma

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ -q_2^* & q_1^* \end{bmatrix},$$

se puede comprobar que $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n], \mathcal{C}_k)\mathbf{Q}$ conserva la estructura de $\mathcal{S}(\mathbf{s}[n], \mathcal{C}_k)$, para $k = 1, \ldots, K$, haciendo así imposible la identificación del canal sin ambigüedad.

[1] Estamos asumiendo, implícitamente, que los coeficientes h_{kl} del canal son independientes entre sí.

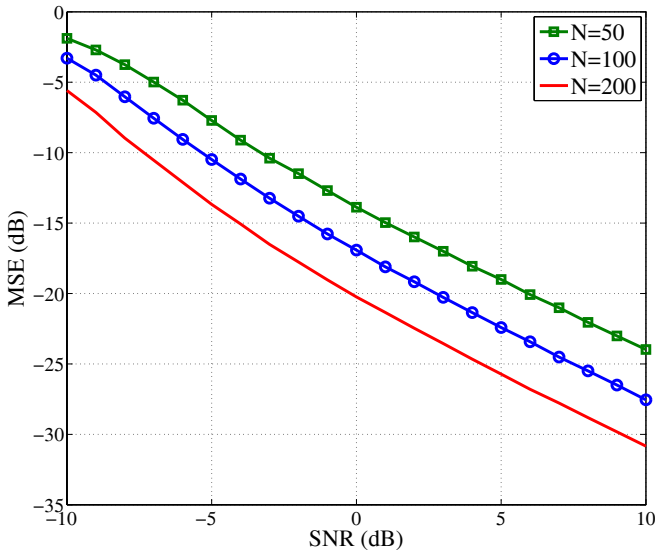

Figura 9.1: MSE en la estima del canal para la técnica propuesta con $K = 4$ permutaciones. OSTBC real con $n_T = n_R = M = L = 4$.

9.3.3. Resultados Numéricos

En este apartado se evalúa el rendimiento de la técnica propuesta por medio de varios ejemplos de simulación. Todos los resultados se han obtenido promediando 5000 experimentos independientes, donde el canal MIMO $\mathbf{H}_u$ para cada usuario se ha generado como un canal Rayleigh con elementos de varianza unidad. La relación señal a ruido para el u-ésimo usuario se define como

$$\mathrm{SNR}_u = 10 \log_{10} \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2},$$

donde σ^2 es la varianza del ruido blanco y Gaussiano, y σ_u^2 es la energía por periodo de símbolo transmitida por las $n_T(\mathcal{C}_u)$ antenas del u-ésimo usuario. Los símbolos i.i.d de información pertenecen a una constelación QPSK y los receptores se han diseñado en base al criterio MMSE (6.3) seguido de un decisor símbolo a símbolo, lo que en el caso de transmisiones OSTBC con un solo usuario, es equivalente al receptor ML[2].

Para evitar los problemas de indeterminación se ha aplicado la técnica de precodificación no redundante con $K = 4$ permutaciones. En concreto, las permutaciones en las antenas transmisoras se basan en las siguientes matrices:

$$\mathbf{Q}_1^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_2^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_3^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_4^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Simulaciones para un Solo Usuario

En el primer conjunto de ejemplos se ha evaluado el OSTBC real con $n_T = M = L = 4$ presentado en (6.7), y se han utilizado $n_R = 4$ antenas receptoras. Como se puede observar en la Tabla 8.1 (ver también [Shahbazpanahi05]), este código no permite la obtención del canal de manera directa para

[2]Hay que notar que $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \left[\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}_1, \mathcal{C}_1) \cdots \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}_U, \mathcal{C}_U)\right]$, es decir, todos los usuarios se decodifican simultáneamente.

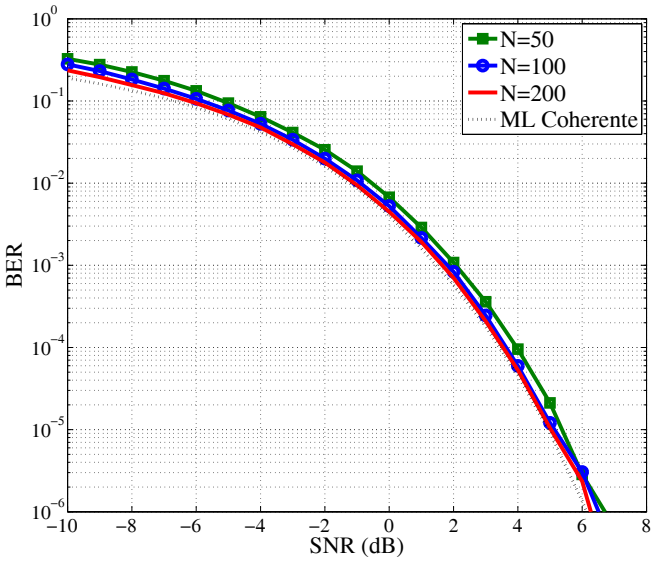

Figura 9.2: BER para el receptor ML con conocimiento del canal de manera exacta y estimada. OSTBC real con $n_T = n_R = M = L = 4$. $K = 4$ permutaciones.

ningún número de antenas receptoras. La técnica de precodificación no redundante se ha aplicado con las matrices de permutación $\mathbf{Q}_1^{(4)}, \ldots, \mathbf{Q}_4^{(4)}$, es decir, el método de precodificación se limita a un simple conjunto de permutaciones de las antenas transmisoras, por lo que apenas se incrementa la complejidad del transmisor. En las Figuras 9.1 y 9.2 se muestra el MSE en la estima del canal, y la BER tras la decodificación, para diferentes números N de bloques disponibles en el receptor. Como se puede observar, la técnica propuesta proporciona estimas muy precisas del canal, y la pérdida con respecto al receptor coherente es mucho menor que la penalización de 3dB asociada a los receptores diferenciales [Tarokh00, Hughes00, Hochwald00c, Jafarkhani01, Ganesan02]. En la Figura 9.3 el método propuesto se compara con una técnica basada en pilotos, y con el receptor coherente, para tres valores de SNR diferentes. En concreto, la técnica basada en pilotos consiste en la transmisión, durante $N_{tr}L$ periodos de símbolo, de n_T señales de entrenamiento ortogonales, las cuales se emplean en el receptor para obtener la estima del canal por medio de la técnica de mínimos cuadrados (LS). Como se puede apreciar, la BER alcanzada por el método propuesto es equivalente a la obtenida con una técnica no ciega y un cierto número $N_{tr} < N$ de bloques de entrenamiento. Sin embargo, la técnica de estima ciega de canal evita la reducción en eficiencia espectral. Además, podemos ver que para $N = 100$ bloques en el receptor, el método propuesto obtiene mejores resultados que la técnica basada en pilotos con $N_{tr} = 10$, no sólo en eficiencia espectral, sino también en términos de BER.

En el segundo conjunto de ejemplos se ha evaluado el diseño QOSTBC para $n_T = M = L = 8$ [Sezgin04] y $n_R = 4$. De manera análoga a los ejemplos anteriores, este código no permite la identificación del canal, en base a SOS, de manera directa (ver Tabla 8.2). Las $K = 4$ matrices de permutación se han definido como

$$\mathbf{Q}_1^{(8)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^{(4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_2^{(8)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_3^{(4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_4^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_3^{(8)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^{(4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_3^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_4^{(8)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_2^{(4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_4^{(4)} \end{bmatrix},$$

y los resultados de simulación se muestran en las Figuras 9.4-9.6. Como se puede apreciar, los resultados no son tan precisos como en los ejemplos OSTBC, lo cual se debe a que nos encontramos ante un problema más complicado (transmisiones no ortogonales, mayores n_T y tasa de transmisión). Sin embargo, para un N suficientemente grande, la técnica propuesta supera al método basado en pilotos, y la degradación de su rendimiento con respecto al receptor coherente es menor que la pérdida mínima (3dB) asociada a la técnica QOSTBC diferencial propuesta en [Zhu05].

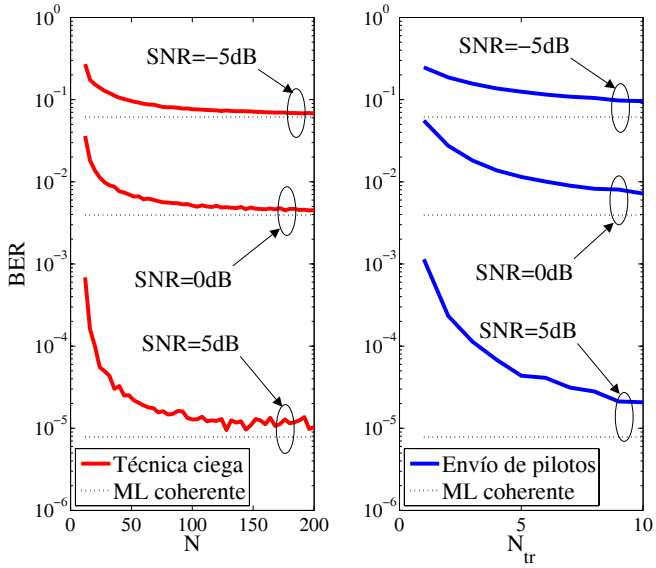

Figura 9.3: BER frente a número N de bloques en el receptor para la técnica propuesta (izquierda) o número N_{tr} de bloques de entrenamiento (derecha). OSTBC real con $n_T = n_R = M = L = 4$. $K = 4$ permutaciones.

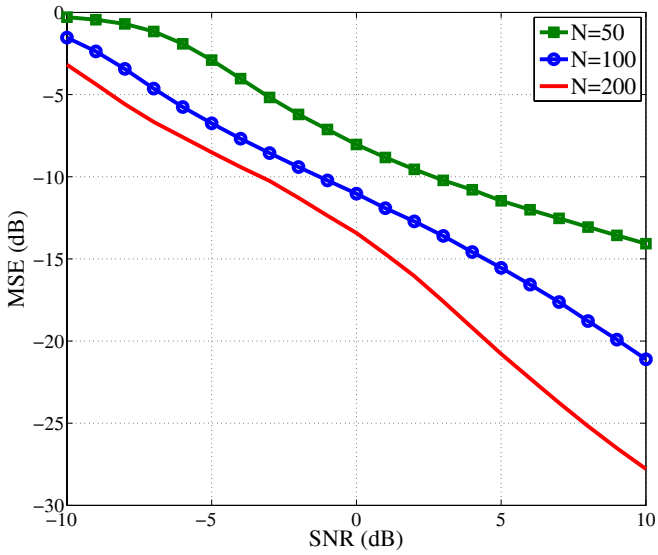

Figura 9.4: MSE en la estima del canal para la técnica propuesta con $K = 4$ permutaciones. QOSTBC con $n_T = M = L = 8$ y $n_R = 4$.

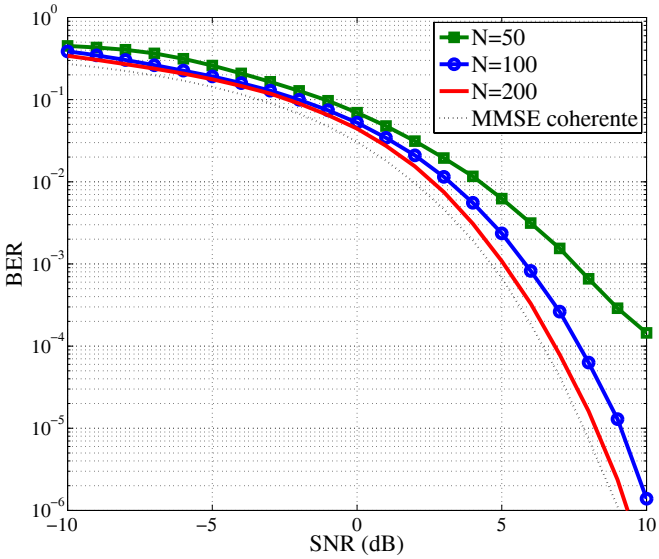

Figura 9.5: BER para el receptor MMSE con conocimiento del canal perfecto y estimado. QOSTBC con $n_T = M = L = 8$ y $n_R = 4$. $K = 4$ permutaciones.

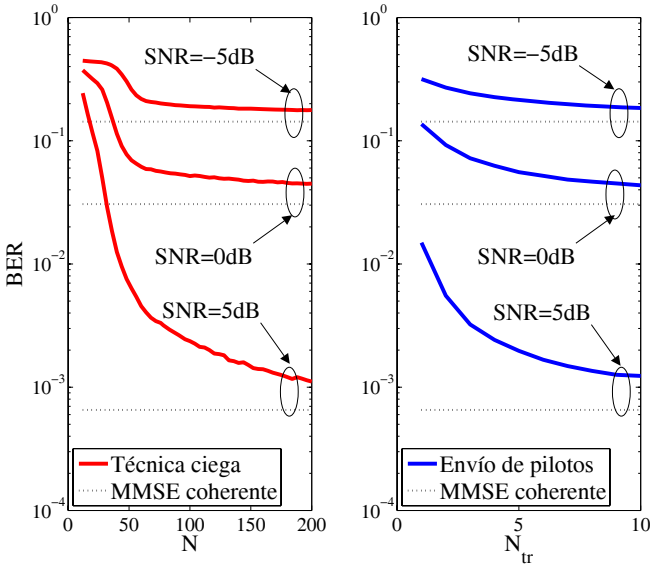

Figura 9.6: BER frente a número N de bloques en el receptor para la técnica propuesta (izquierda) o número N_{tr} de bloques de entrenamiento (derecha). QOSTBC con $n_T = M = L = 8$ y $n_R = 4$. $K = 4$ permutaciones.

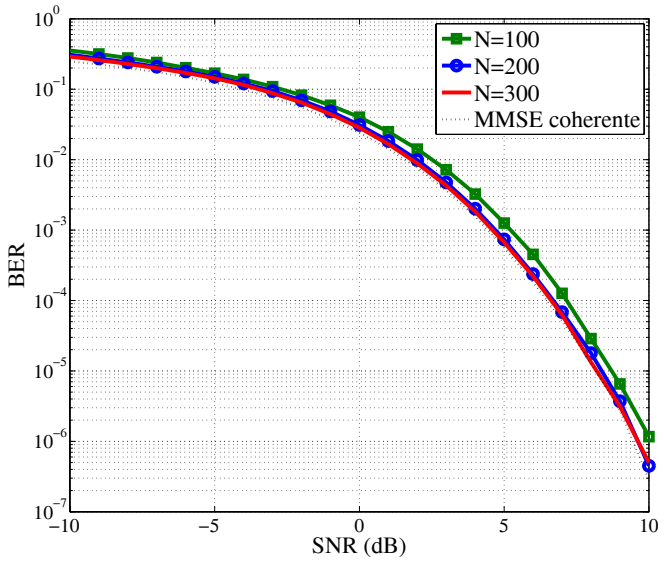

Figura 9.7: BER frente a SNR. Ejemplo con $U = 2$ usuarios y un OSTBC de tasa $R = 3/4$. $n_T = L = 4$, $M = 3$, $n_R = 4$.

Simulaciones Multiusuario

En este apartado se presentan tres ejemplos multiusuario. En todos los casos los usuarios transmiten con la misma potencia, es decir, la SNR es la misma para todos ellos, y comparten un STBC común con $n_T = 4$ antenas transmisoras, el cual se modifica mediante la técnica de precodificación no redundante. En particular, las matrices de transmisión para los 4 primeros bloques de $U = 4$ usuarios diferentes vienen dadas por

$$\mathcal{S}_1 = \begin{bmatrix} \mathcal{S}(\mathbf{s}_1[0])\mathbf{Q}_1^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_1[1])\mathbf{Q}_2^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_1[2])\mathbf{Q}_3^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_1[3])\mathbf{Q}_4^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{S}_2 = \begin{bmatrix} \mathcal{S}(\mathbf{s}_2[0])\mathbf{Q}_2^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_2[1])\mathbf{Q}_3^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_2[2])\mathbf{Q}_4^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_2[3])\mathbf{Q}_1^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{S}_3 = \begin{bmatrix} \mathcal{S}(\mathbf{s}_3[0])\mathbf{Q}_3^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_3[1])\mathbf{Q}_4^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_3[2])\mathbf{Q}_1^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_3[3])\mathbf{Q}_2^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{S}_4 = \begin{bmatrix} \mathcal{S}(\mathbf{s}_4[0])\mathbf{Q}_4^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_4[1])\mathbf{Q}_1^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_4[2])\mathbf{Q}_2^{(4)} \\ \mathcal{S}(\mathbf{s}_4[3])\mathbf{Q}_3^{(4)} \end{bmatrix},$$

es decir, todos los usuarios emplean el mismo STBC y las mismas matrices de permutación, pero las permutaciones están desplazadas en el tiempo. Con este esquema, cada usuario tiene un STBC virtualmente diferente y los problemas de ambigüedad quedan resueltos.

En el primer ejemplo, $U = 2$ usuarios transmiten con el OSTBC de tasa $R = 3/4$ ($n_T = L = 4$, $M = 3$) presentado en la ecuación (6.5) (ver también la Tabla 8.1), y el receptor está equipado con $n_R = 4$ antenas receptoras. Aquí debemos notar que este código es el empleado en los ejemplos de simulación en [Shahbazpanahi06], donde la ambigüedad en la estima del canal es resuelta por medio de algunos símbolos piloto. En la Figura 9.7 se muestra la BER en función de la SNR para distintos valores de N. Como se puede apreciar, para $N \geq 100$, la pérdida respecto al receptor coherente es inferior a 1dB.

En el segundo ejemplo se considera un escenario similar, donde $U = 2$ usuarios transmiten con el QOSTBC basado en Alamouti y con $n_T = L = M = 4$ [Sezgin04]. El número de antenas receptoras es $n_R = 4$, y en la Figura 9.8 se muestra la BER tras la decodificación. Como se puede observar, para obtener estimas precisas del canal se necesita un mayor número N de bloques que en el caso OSTBC. Esta diferencia se puede atribuir a la mayor complejidad del código.

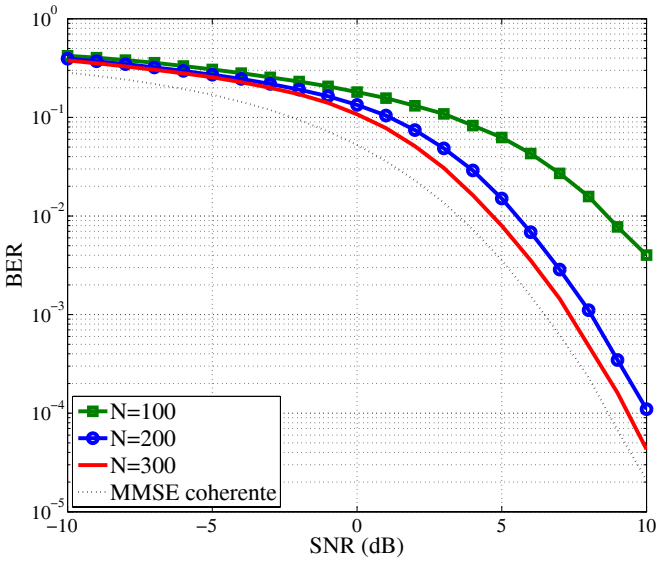

Figura 9.8: BER frente a SNR. Ejemplo con $U = 2$ usuarios y un QOSTBC de tasa $R = 1$. $n_T = L = M = 4$, $n_R = 4$.

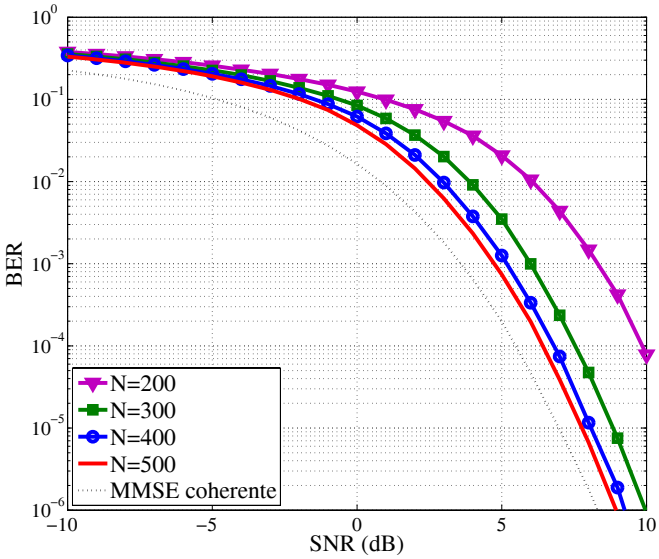

Figura 9.9: BER frente a SNR. Ejemplo con $U = 4$ usuarios y un QOSTBC de tasa $R = 1$. $n_T = L = M = 4$, $n_R = 8$.

En el último ejemplo, el QOSTBC con $n_T = L = M = 4$ es compartido por $U = 4$ usuarios, y el receptor está equipado con $n_R = 8$ antenas receptoras. Los resultados se muestran en la Figura 9.9, que nos permite concluir que, para un número de bloques lo suficientemente alto (este número depende de la complejidad del problema), el rendimiento de la técnica propuesta es similar al del receptor coherente.

9.4. Técnicas Específicas para Códigos OSTBC

En esta sección se presentan varias técnicas para el caso particular de transmisiones OSTBC con un solo usuario. En concreto, en el Apartado 9.4.1 se propone una técnica basada en HOS, en el Apartado 9.4.2 se describe una técnica basada en precodificación lineal y ajuste de la correlación, y en el Apartado 9.4.3 se explota uno de los resultados del análisis de identificabilidad en el caso OSTBC, para proponer una técnica basada en una ligera reducción de la tasa de transmisión.

9.4.1. Técnica Basada en HOS

En [Vía06b] se ha propuesto una técnica adaptativa de estima ciega de canal que combina el algoritmo basado en SOS, presentado en la Sección 7.3, con el popular algoritmo de módulo constante (*constant modulus algorithm* o CMA) [Godard80]. La técnica propuesta asume una constelación QAM, y por simplicidad notacional[3] supondremos que la multiplicidad del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$ es $P = 2$. Así, la base ortogonal para el subespacio definido por los dos autovectores principales de $\mathbf{\Theta}$ se puede escribir como

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix}\mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{h}} & \tilde{\mathbf{h}}^{\perp}\end{bmatrix}\mathbf{V}^T,$$

donde $\tilde{\mathbf{h}}$ denota los coeficientes del canal MIMO, $\tilde{\mathbf{h}}^{\perp}$ es la solución espuria y ortogonal a $\tilde{\mathbf{h}}$, y $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ es una matriz ortogonal de mezcla arbitraria.

El algoritmo propuesto consiste en dos etapas entrelazadas. En la primera de ellas se extrae la base $\mathbf{G}$ por medio del algoritmo APEX [Diamantaras96], cuya aplicación directa proporciona

$$\hat{u}_1[m] = \tilde{\mathbf{z}}^T[m]\hat{\mathbf{g}}_1, \tag{9.3}$$

$$\hat{u}_2[m] = \tilde{\mathbf{z}}^T[m]\hat{\mathbf{g}}_2 - a\hat{u}_1[m], \tag{9.4}$$

$$\hat{\mathbf{g}}_l = \hat{\mathbf{g}}_l + \mu_{\text{APEX}}\left(\hat{u}_l[m]\tilde{\mathbf{z}}[m] - \hat{u}_l^2[n]\hat{\mathbf{g}}_l\right), \qquad l = 1, 2, \tag{9.5}$$

$$a = a + \mu_{\text{APEX}}\left(\hat{u}_1[m] - a\hat{u}_2[m]\right)\hat{u}_2[m], \tag{9.6}$$

donde la señal de entrada

$$\tilde{\mathbf{z}}[nM' + k] = \tilde{\mathbf{D}}_k^T\tilde{\mathbf{x}}[n], \qquad k = 1, \ldots, M',$$

proviene de la reformulación PCA presentada en el Apartado 7.3.5, $\hat{u}_1[m]$, $\hat{u}_2[m]$ son las componentes principales, a es el peso de deflación APEX, y μ_{APEX} es el factor de aprendizaje.

La ambigüedad representada por la matriz $\mathbf{V}$ se resuelve en la segunda etapa. Así, asumiendo señales de entrada independientes y teniendo en cuenta las propiedades de los códigos OSTBC y la ortogonalidad entre $\tilde{\mathbf{h}}$ y $\tilde{\mathbf{h}}^{\perp}$, resulta sencillo comprobar que las señales $s_k[n] = \tilde{\mathbf{z}}^T[nM' + k]\tilde{\mathbf{h}}$ y $s_k^{\perp}[n] = \tilde{\mathbf{z}}^T[nM' + k]\tilde{\mathbf{h}}^{\perp}$ son independientes, lo que permite su extracción mediante el algoritmo CMA, cuya función de coste es

$$J_{\text{CMA}}(\hat{\mathbf{f}}) = E\left[\left(\left|\tilde{\mathbf{z}}^T[m]\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\right|^2 - \gamma\right)^2\right],$$

y donde la estima de canal se obtiene como combinación lineal de los dos autovectores principales, esto es, $\hat{\tilde{\mathbf{h}}} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{f}}$, y $\gamma = E[|s_k[n]|^4]/E[|s_k[n]|^2]$ es la constante de dispersión del CMA. Aquí debemos notar que, dado que $\mathbf{V}$ es una matriz ortogonal, los mínimos locales de la función de coste CMA vienen dados por las columnas de $\mathbf{V}$ [Xu04]. La existencia de dos mínimos locales representa un nuevo problema de ambigüedad, que está asociado al algoritmo CMA y no a la estructura OSTBC. Sin embargo, este problema se puede resolver de manera sencilla mediante la evaluación de las señales estimadas por medio de $\hat{\tilde{\mathbf{h}}} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{f}}$ y su complemento ortogonal $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^{\perp} = \mathbf{G}\hat{\mathbf{f}}^{\perp}$, donde $\hat{\mathbf{f}}^{\perp}$ se obtiene directamente como

$$\hat{\mathbf{f}}^{\perp} = \begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\hat{\mathbf{f}}. \tag{9.7}$$

[3] Aunque los resultados en la Tabla 8.1 validan la suposición $P = 2$, el método es fácilmente generalizable al caso $P > 2$.

Algoritmo 9.1 Algoritmo para la estima ciega de canal basado en APEX y CMA.

Inicializar $\hat{\mathbf{g}}_1 \neq \hat{\mathbf{g}}_2 \neq \mathbf{0}$ ($\hat{\mathbf{g}}_1^T \hat{\mathbf{g}}_2 = 0$), $\hat{\mathbf{f}} \neq \mathbf{0}$, y $\hat{\mathbf{f}}^\perp$ con (9.7).
Inicializar $a = e = e^\perp = 0$, y seleccionar μ_{APEX}, μ_{CMA}, μ_e.
for n=1,2,... **do**
  for k=1,...,M' **do**
    Algoritmo APEX
    Obtener $\hat{u}_1[nM'+k]$ y $\hat{u}_2[nM'+k]$ con (9.3) y (9.4).
    Actualizar $\hat{\mathbf{g}}_1$, $\hat{\mathbf{g}}_2$ y a con (9.5) y (9.6).
    Algoritmo CMA
    Obtener la salida CMA $\hat{s}_k[n] = [\hat{u}_1[nM'+k], \hat{u}_2[nM'+k]]\,\hat{\mathbf{f}}$.
    Obtener la salida ortogonal $\hat{s}_k^\perp[n] = [\hat{u}_1[nM'+k], \hat{u}_2[nM'+k]]\,\hat{\mathbf{f}}^\perp$.
    Obtener $\hat{e}$ y $\hat{e}^\perp$ con (9.8) y (9.9).
    if $\hat{e} > \hat{e}^\perp$ **then**
      Intercambiar $\hat{e} \rightleftarrows \hat{e}^\perp$, $\hat{s}_k[n] \rightleftarrows \hat{s}_k^\perp[n]$ y actualizar $\hat{\mathbf{f}} = \hat{\mathbf{f}}^\perp$.
    end if
    Actualizar $\hat{\mathbf{f}}$ con (9.10) y obtener $\hat{\mathbf{f}}^\perp$ con (9.7).
    Obtener la estima de canal $\hat{\tilde{\mathbf{h}}} = \hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{f}}$.
  end for
end for

Específicamente, formaremos las siguientes medidas de error

$$e = E\left[\left(f\left(\hat{s}_k[n]\right) - \hat{s}_k[n]\right)^2\right], \qquad e^\perp = E\left[\left(f\left(\hat{s}_k^\perp[n]\right) - \hat{s}_k^\perp[n]\right)^2\right],$$

las cuales se actualizan de manera adaptativa como

$$\hat{e} = (1-\mu_e)\hat{e} + \mu_e\left(f\left(\hat{s}_k[n]\right) - \hat{s}_k[n]\right)^2, \tag{9.8}$$

$$\hat{e}^\perp = (1-\mu_e)\hat{e}^\perp + \mu_e\left(f\left(\hat{s}_k^\perp[n]\right) - \hat{s}_k^\perp[n]\right)^2, \tag{9.9}$$

donde $\hat{s}_k[n] = \tilde{\mathbf{z}}^T[nM'+k]\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ y $\hat{s}_k^\perp[n] = \tilde{\mathbf{z}}^T[nM'+k]\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^\perp$ son las señales estimadas a la salida del CMA, $f(\cdot)$ denota la función de decisión sobre los símbolos de la constelación empleada, y μ_e es un parámetro de suavizado. De esta manera, si la medida del error $\hat{e}$ es mayor que $\hat{e}^\perp$ podemos deducir que el CMA está convergiendo al mínimo local espurio, por lo que $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$, $\hat{\mathbf{f}}$, $\hat{s}_k[n]$ y $\hat{e}$ son intercambiados con $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^\perp$, $\hat{\mathbf{f}}^\perp$, $\hat{s}_k^\perp[n]$ y $\hat{e}^\perp$. Finalmente, considerando un paso μ_{CMA}, la regla de aprendizaje CMA es

$$\hat{\mathbf{f}} = \hat{\mathbf{f}} + \mu_{\text{CMA}}\left(\gamma - \hat{s}_k^2[n]\right)\left[\hat{u}_1[nM'+k], \hat{u}_2[nM'+k]\right]^T \hat{s}_k[n], \tag{9.10}$$

y la técnica adaptativa se resume en el Algoritmo 9.1.

Las principales características del método propuesto son:

- Aunque se ha asumido que la multiplicidad del mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$ es $P = 2$, el algoritmo propuesto es fácilmente generalizable al caso $P > 2$. En una situación general, las P componentes principales se extraerán mediante el algoritmo APEX, y la ambigüedad se resolverá mediante $P-1$ algoritmos CMA, los cuales obtendrán vectores ortogonales mediante una técnica de deflación.

- En este apartado se ha propuesto un ejemplo de la combinación de algoritmos de SOS y HOS en el que se combinan los algoritmos APEX y CMA. Sin embargo, debemos notar que la misma idea se puede aplicar con otros algoritmos. Por ejemplo, un algoritmo bloque se podría obtener a partir de la combinación de cualquier técnica PCA para la extracción de los P autovectores principales, y el algoritmo analítico de módulo constante (*analytical constant modulus algorithm* o ACMA) [Van der Veen96].

- Como se ha comentado anteriormente, la combinación de técnicas basadas en SOS y HOS se puede interpretar desde dos puntos de vista. Por un lado, las ambigüedades asociadas a la estima basada en SOS se pueden resolver mediante técnicas basadas en HOS. Por otra parte, la información extraída de los SOS permite reducir la complejidad del problema a resolver mediante técnicas basadas en HOS, es decir, el método basado en SOS se puede interpretar como una etapa de preprocesado. Este punto de vista se ilustra a continuación mediante la comparación del algoritmo propuesto con la aplicación directa del CMA.

Ejemplos Numéricos

En este apartado se evalúa el rendimiento de la técnica propuesta mediante dos ejemplos de simulación. En todas las simulaciones, las señales fuente i.i.d pertenecen a una constelación 16-QAM. Las observaciones están contaminadas por ruido complejo, circular, y Gaussiano de media cero y varianza σ^2. Se ha empleado el OSTBC presentado en la ecuación (6.5), de tasa $R = 3/4$ ($M = 3$, $L = 4$) y con $n_T = 4$ antenas transmisoras. El número de antenas receptoras es $n_R = 1$, lo que provoca una ambigüedad si la estima del canal se basa exclusivamente en SOS (ver Tabla 8.1). En particular, la multiplicidad del mayor autovalor de la matriz $\mathbf{\Theta}$ es $P = 2$.

En el primer ejemplo se ha evaluado el rendimiento del algoritmo propuesto en una situación determinista. Se han transmitido bloques OSTBC a través del canal $\tilde{\mathbf{h}} = [-0.16, -0.62, 0.05, 0.43, 0.44, 0.44]$, con una SNR en recepción de 30dB. Las tasas de aprendizaje son $\mu_{\text{APEX}} = 0.02$, $\mu_{\text{CMA}} = 0.02$ y $\mu_e = 0.01$. En la Figura 9.10 se muestra la evolución, tanto del MSE en la estima del canal, como de las medidas de error $\hat{e}$ y $\hat{e}^{\perp}$. La Figura 9.11 muestra la evolución de las estimas de los coeficientes del canal, y de las partes real e imaginaria de los símbolos de información, es decir $\hat{s}_k[n]$. Las curvas de la medida del error muestran que, tras 500 iteraciones, el algoritmo CMA converge al vector $\mathbf{f}$ correcto. Por otra parte, en la evolución de las estimas de los coeficientes del canal se aprecia el efecto de las transiciones entre $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ y $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^{\perp}$ durante las 500 primeras iteraciones. El gran número de transiciones se podría reducir eligiendo un menor μ_e.

En el segundo ejemplo se ha simulado una situación más realista, donde los elementos del canal MIMO plano en frecuencia son variables aleatorias i.i.d complejas y Gaussianas de media cero y varianza $\sigma^2_{\mathbf{H}}$, la energía media transmitida por antena y periodo de símbolo es $1/n_T$, y la SNR en transmisión se define como $10\log_{10}(\sigma^2_{\mathbf{H}}/\sigma^2)$. El algoritmo propuesto se ha comparado con la aplicación directa del CMA sobre las observaciones $\tilde{\mathbf{x}}[n]$, que es la primera aproximación propuesta en [Xu04]. Los parámetros del algoritmo se han seleccionado como $\mu_{\text{APEX}} = 0.2$, $\mu_{\text{CMA}} = 0.05$ y $\mu_e = 0.001$. En el caso de la aplicación directa del CMA, el factor de aprendizaje es $\mu = 0.005$, y para comparar con la técnica propuesta, la ambigüedad en el vector estimado $\hat{\tilde{\mathbf{w}}}_k(\mathbf{h})$ se ha resuelto empleando 50 símbolos de entrenamiento. En la Figura 9.12 se muestra el promedio de 300 realizaciones independientes para dos SNRs distintas. Como se puede apreciar, el método propuesto (denotado como APEX+CMA) obtiene mejores resultados que la técnica propuesta en [Xu04] (denotada como CMA).

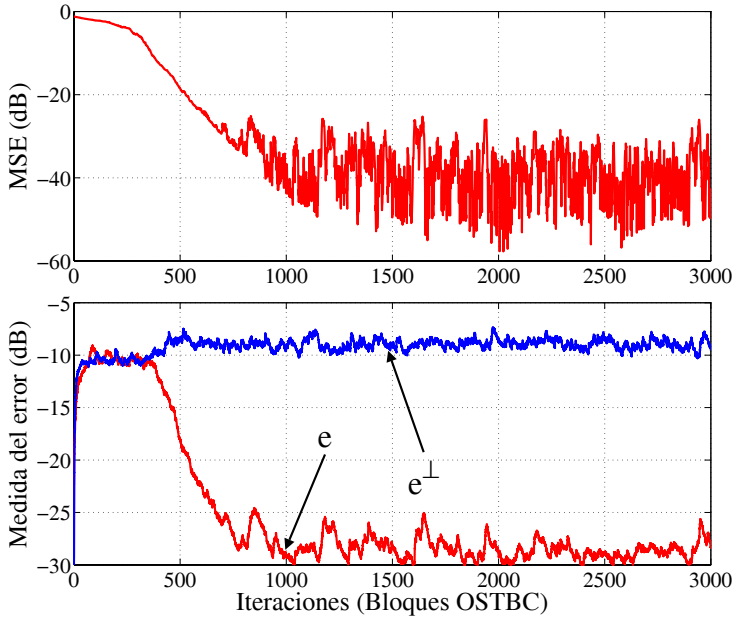

Figura 9.10: MSE en la estima del canal y medidas del error. SNR=30dB.

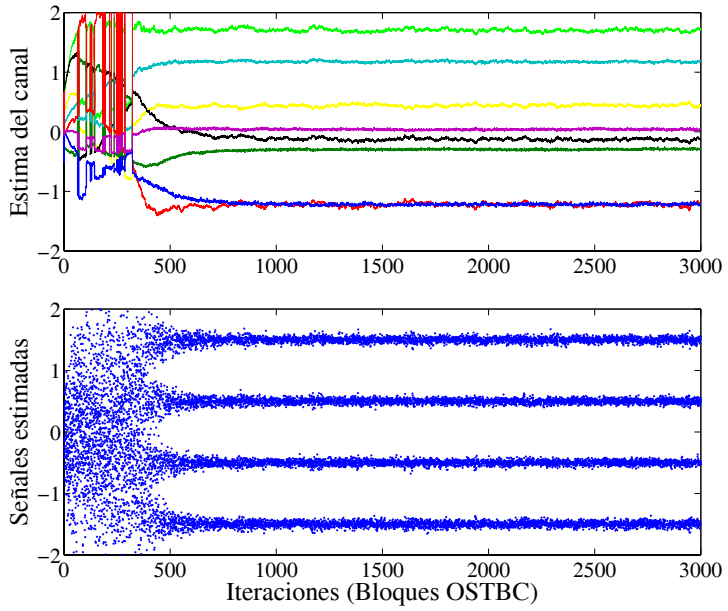

Figura 9.11: Evolución de las estimas de los coeficientes del canal y de la señal. SNR=30dB.

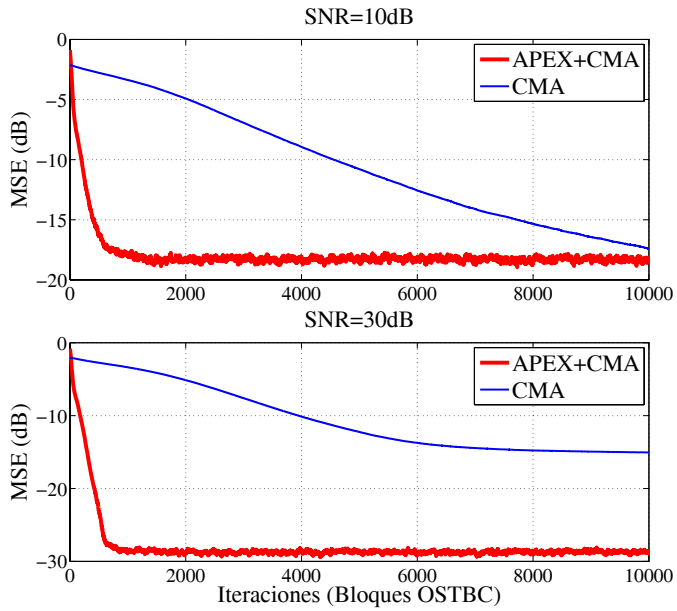

Figura 9.12: Rendimiento del algoritmo propuesto con un canal Rayleigh para dos SNRs diferentes.

9.4.2. Precodificación Lineal y Ajuste de la Correlación

En el Apartado 9.2.3 se ha presentado la técnica de ajuste de la correlación, que trata de encontrar estimas ($\hat{\mathbf{H}}$ y $\hat{\mathbf{s}}[n]$) coherentes con la información a priori sobre la correlación de las fuentes $\mathbf{R_s}$. Uno de los principales problemas de este procedimiento consiste en que, en general, la función de coste a minimizar no es cuadrática, por lo que se debe recurrir a técnicas iterativas y pueden aparecer problemas de mínimos locales. En este apartado se demuestra que, en el caso de transmisiones OSTBC y un solo usuario, la solución al problema de ajuste de la correlación se obtiene a partir de un problema de autovalores similar al presentado en la ecuación (7.7). Concretamente, asumiremos ruido blanco con varianza desconocida σ^2, y una matriz de correlación de las fuentes $\mathbf{R_s} = E\left[\mathbf{s}[n]\mathbf{s}^T[n]\right]$ con descomposición en autovalores $\mathbf{Q_s}\mathbf{\Sigma_s^2}\mathbf{Q_s}^T$, donde $\mathbf{Q_s} \in \mathbb{R}^{M'\times M'}$ es una matriz ortogonal y $\mathbf{\Sigma_s^2} = \text{diag}([\lambda_1^2, \ldots, \lambda_{M'}^2])$ contiene los autovalores. Así, el problema de ajuste de la correlación para la estima conjunta del canal y la varianza del ruido es

$$\underset{\hat{\mathbf{H}},\hat{\sigma}^2}{\arg\,\text{mín}} \left\| \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I} \right\|^2,$$

donde $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{X}}^T/N$ es la estima de la matriz de correlación de $\tilde{\mathbf{x}}[n]$. El problema anterior se puede reescribir como

$$\underset{\hat{\mathbf{H}},\hat{\sigma}^2}{\arg\,\text{mín}} \left\{ \left\| \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) \right\|^2 + \left\| \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I} \right\|^2 - 2\text{Tr}\left(\left(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) \right) \right\}, \quad (9.11)$$

y para resolverlo evaluaremos sus términos por separado. En primer lugar, aplicando dos veces la propiedad $\|\mathbf{A}\|^2 = \text{Tr}\left(\mathbf{A}^T\mathbf{A}\right) = \text{Tr}\left(\mathbf{A}\mathbf{A}^T\right)$, el término $\left\| \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) \right\|^2$ en (9.11) se puede escribir como

$$\begin{aligned} \text{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}^T\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) \right) &= \|\hat{\mathbf{H}}\|^2 \text{Tr}\left(\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}^T\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}}) \right) = \\ &= \|\hat{\mathbf{H}}\|^2 \text{Tr}\left(\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}^T \right) = \|\hat{\mathbf{H}}\|^4 \|\mathbf{R_s}\|^2. \quad (9.12) \end{aligned}$$

De manera análoga, teniendo en cuenta la descomposición en autovalores $\mathbf{R_s} = \mathbf{Q_s}{\mathbf{\Sigma_s}}^2\mathbf{Q_s}^T$, y aplicando la propiedad $\mathrm{Tr}\left(\mathbf{A}^T\mathbf{B}\right) = \mathrm{Tr}\left(\mathbf{B}\mathbf{A}^T\right)$ (con $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ matrices de las mismas dimensiones), se obtiene

$$\mathrm{Tr}\left(\left(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I}\right)\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{R_s}\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\right) = \mathrm{Tr}\left(\mathbf{\Sigma_s}\mathbf{Q_s}^T\tilde{\mathbf{W}}^T(\hat{\mathbf{H}})\left(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I}\right)\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{Q_s}\mathbf{\Sigma_s}\right). \quad (9.13)$$

Teniendo ahora en cuenta la Propiedad 6.3.4, $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})\mathbf{Q_s}$ se puede ver como la matriz de canal equivalente asociada a $\hat{\mathbf{H}}$ y a un nuevo OSTBC, cuyas matrices de código se obtienen a partir de combinaciones lineales (definidas por $\mathbf{Q_s}$) de las matrices de código originales. Por lo tanto, de ahora en adelante asumiremos, sin pérdida de generalidad, $\mathbf{Q_s} = \mathbf{I}$. Así, (9.13) se puede reescribir como

$$\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^T\mathbf{\Theta}\hat{\tilde{\mathbf{h}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^2\mathrm{Tr}(\mathbf{R_s}), \quad (9.14)$$

donde

$$\mathbf{\Theta} = \sum_{k=1}^{M'}\lambda_k^2\tilde{\mathbf{D}}_k^T\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}\tilde{\mathbf{D}}_k, \quad (9.15)$$

$\tilde{\mathbf{D}}_k$ son las matrices definidas en la ecuación (7.6), y λ_k^2 es el k-ésimo autovalor en la diagonal de $\mathbf{\Sigma_s^2}$.

Combinando (9.11), (9.12) y (9.14), el problema de optimización consiste en

$$\underset{\hat{\tilde{\mathbf{h}}},\hat{\sigma}^2}{\arg\max}\left(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}^T\mathbf{\Theta}\hat{\tilde{\mathbf{h}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^2\mathrm{Tr}(\mathbf{R_s}) - \frac{1}{2}\|\mathbf{R_s}\|^2\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^4 - \frac{1}{2}\left\|\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathbf{I}\right\|^2\right), \quad (9.16)$$

y resolviendo respecto a $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ se obtiene

$$\mathbf{\Theta}\hat{\tilde{\mathbf{h}}} = \beta\hat{\tilde{\mathbf{h}}},$$

donde β es el mayor autovalor de la matriz $\mathbf{\Theta}$, que viene dado por

$$\beta = \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\mathrm{Tr}(\mathbf{R_s}) + \|\mathbf{R_s}\|^2\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^2.$$

Por otro lado, la maximización de (9.16) respecto a $\hat{\sigma}^2$ proporciona

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{2}{M'}\left(\mathrm{Tr}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}) - \mathrm{Tr}(\mathbf{R_s})\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^2\right), \quad (9.17)$$

por lo que, combinando las dos ecuaciones anteriores obtenemos

$$\|\hat{\tilde{\mathbf{h}}}\|^2 = \frac{\beta - \frac{1}{M'}\mathrm{Tr}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}})\mathrm{Tr}(\mathbf{R_s})}{\|\mathbf{R_s}\|^2 - \frac{1}{M'}\mathrm{Tr}^2(\mathbf{R_s})}. \quad (9.18)$$

Propiedades de la Técnica de Ajuste de la Correlación

A continuación se enumeran las principales características de la técnica propuesta:

- La estima de canal $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ viene dada por el autovector asociado al mayor autovalor de $\mathbf{\Theta}$. A partir de (9.15) resulta evidente que la técnica de ajuste de la correlación conduce a una solución similar a la propuesta en la Sección 7.3, con la única diferencia de una ponderación, dada por los autovalores de $\mathbf{R_s}$, a la hora de formar la matriz $\mathbf{\Theta}$. Finalmente, la varianza de ruido se obtiene a partir de (9.17), y la ambigüedad en la escala de $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ se resuelve mediante (9.18), reduciendo la indeterminación a un simple cambio de signo.

- En el caso de fuentes incorreladas ($\mathbf{R_s} \propto \mathbf{I}$), la técnica basada en ajuste de la correlación conduce exactamente a la misma solución que el método determinista propuesto en la Sección 7.3, y por lo tanto se ve afectado por las mismas ambigüedades.

- Una condición suficiente para la resolución de las ambigüedades consiste en que la matriz de correlación $\mathbf{R_s}$ tenga al menos un autovalor con multiplicidad uno. En dicho caso, resulta sencillo demostrar, a partir del valor teórico de $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}}$, que el canal se puede recuperar con la única ambigüedad de un cambio de signo.

- Al igual que en el Apartado 7.3.5, la técnica propuesta se puede reformular como un problema PCA, y la solución se puede extraer de manera adaptativa mediante la aplicación directa de la regla de Oja [Oja92], a la siguiente secuencia de datos:

$$\tilde{\mathbf{z}}[nM' + k] = \lambda_k \tilde{\mathbf{D}}_k^T \tilde{\mathbf{x}}[n], \qquad k = 1, \ldots, M'.$$

- A diferencia de la técnica propuesta en la Sección 7.3, y asumiendo fuentes correladas, el método basado en ajuste de la correlación no es una técnica determinista, lo que se traduce en la aparición de un suelo de ruido cuando las matrices de correlación se estiman a partir de un número finito de datos. De manera general, el suelo de ruido decrecerá con el número de bloques N disponibles en el receptor, y se verá incrementado con la dispersión de los autovalores de $\mathbf{R_s}$[4].

- El método propuesto generaliza la técnica en [Shahbazpanahi05] al caso de matrices de correlación $\mathbf{R_s}$ genéricas. Además, el ajuste de la correlación proporciona un criterio para la selección de los pesos (λ_k) para la formación de la matriz $\mathbf{\Theta}$ en (9.15). Dicho criterio recuerda la idea del filtro adaptado, y contrasta con el método en [Shahbazpanahi05], que sólo requiere que los pesos conserven el mismo orden que los autovalores λ_k.

- La técnica propuesta explota la redundancia existente en las señales transmitidas para obtener estimas del canal y la varianza de ruido. El principal inconveniente de este método consiste en el hecho de que, la transmisión de señales correladas (o con distintas energías) da lugar a una reducción en la capacidad del sistema. Sin embargo, la estructura en $\mathbf{R_s}$ no siempre proviene de una etapa de precodificación. Por ejemplo, en [Tran06] se ha propuesto una familia de códigos OSTBC con el objetivo de minimizar la relación entre la potencia de pico y la potencia media. Dichos códigos se basan en la transmisión de señales fuente con distintas energías.

Ejemplos Numéricos

Aquí se ilustra el rendimiento de la técnica de ajuste de la correlación por medio de algunos ejemplos de simulación. En todas las simulaciones se han promediado los resultados de 5000 realizaciones independientes. Se ha empleado el código OSTBC presentado en la ecuación (6.6), de tasa $R = 3/4$ ($M = 3$, $L = 4$) y con $n_T = 3$ antenas transmisoras. Los experimentos se han realizado con canales MISO ($n_R = 1$), lo que implica que no se pueda extraer el canal sin explotar la información estadística de las señales de información (ver Tabla 8.1). Los elementos del canal son variables aleatorias complejas i.i.d con distribución Gaussiana, media cero y varianza unidad. La relación señal a ruido (SNR) se define como $10\log_{10}(\sigma_s^2/\sigma^2)$, donde σ_s^2 es la energía total transmitida y σ^2 es la varianza del ruido blanco y Gaussiano.

Las señales fuente son señales binarias i.i.d precodificadas por un filtro con respuesta $H(z) = 1 + z^{-1}$, que es el filtro empleado en la modulación duobinaria, por lo que a su salida se tiene una secuencia de símbolos pertenecientes al alfabeto $\{-2, 0, +2\}$ con probabilidades 1/4, 1/2 y 1/4 respectivamente. Estas señales forman la parte real e imaginaria de los símbolos complejos a la entrada del codificador OSTBC. De este modo, los elementos de la matriz $\mathbf{R_s} = E[\mathbf{s}[n]\mathbf{s}^T[n]]$ son 2 en la diagonal principal, 1 en las primeras diagonales por encima y debajo de ésta, y cero en el resto de posiciones. Finalmente, los autovalores en $\mathbf{\Sigma_s}$ son $[1.95, 1.80, 1.56, 1.25, 0.87, 0.45]$.

En el primer ejemplo se ha comparado la versión bloque de la técnica propuesta con el receptor coherente y la técnica diferencial propuesta en [Larsson03b]. El error cuadrático medio (MSE) en la estima de la señal para $N = 50$ y $N = 100$ bloques recibidos se muestra en la Figura 9.13. Como se puede observar, el método propuesto proporciona mejores resultados que el esquema diferencial para SNRs bajas y moderadas. El suelo de ruido en la técnica propuesta se debe a la diferencia entre el valor

[4] Hay que notar que en el caso límite de señales incorreladas, la técnica es determinista y no aparece el suelo de ruido.

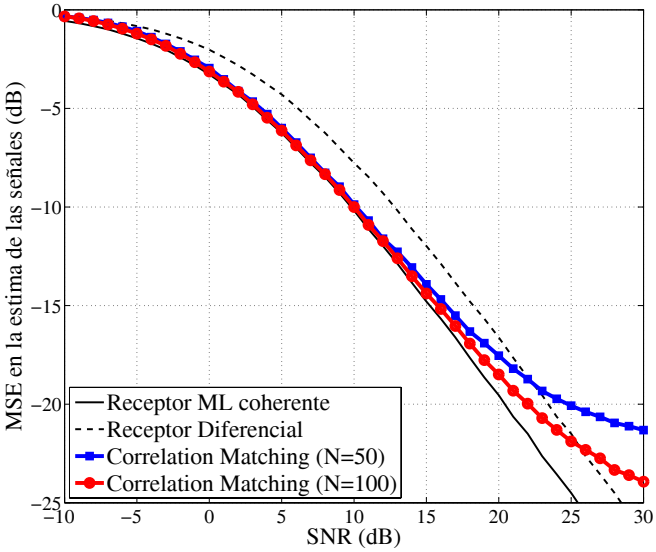

Figura 9.13: MSE en la estima de las señales duobinarias.

teórico de la matriz de correlación de $\tilde{\mathbf{x}}[n]$ y su estima a partir de un número finito de observaciones. Dicho suelo decrece rápidamente con el número N de bloques disponibles.

Para comparar la técnica propuesta con el método en [Shahbazpanahi05] se ha repetido el experimento anterior para $N = 100$ bloques y se ha variado el primer peso (λ_1) en (9.15) entre 0 y 3.9 (el doble de su valor teórico). Como se puede observar en la Figura 9.14, el mínimo MSE en la estima de las señales se encuentra en torno a $\lambda_1 = 1.95$, que es el valor sugerido por la técnica basada en ajuste de la correlación.

Finalmente, se ha analizado la versión adaptativa del algoritmo propuesto. En la Figura 9.15 se muestra el MSE en la estima del canal para SNR=20dB y la aplicación directa del algoritmo de Oja [Oja92] con tres factores de aprendizaje diferentes. Como se puede observar, el compromiso entre el error residual final y la velocidad de convergencia viene determinado por el factor de aprendizaje.

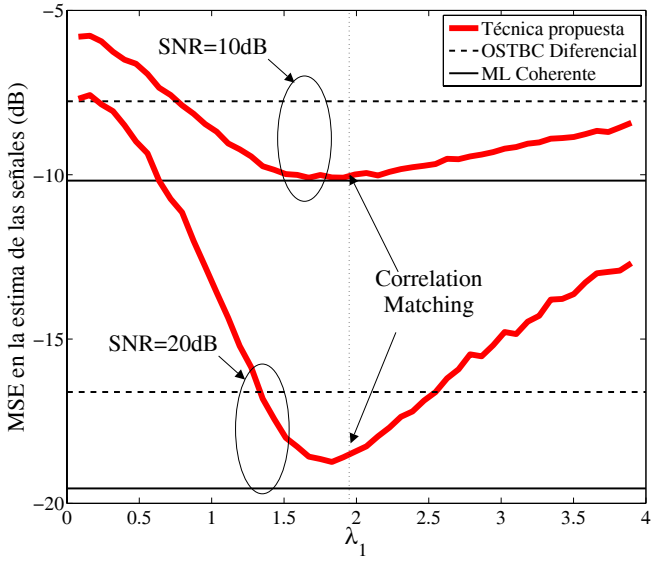

Figura 9.14: Efecto sobre el MSE del primer peso en la matriz $\mathbf{\Theta}$.

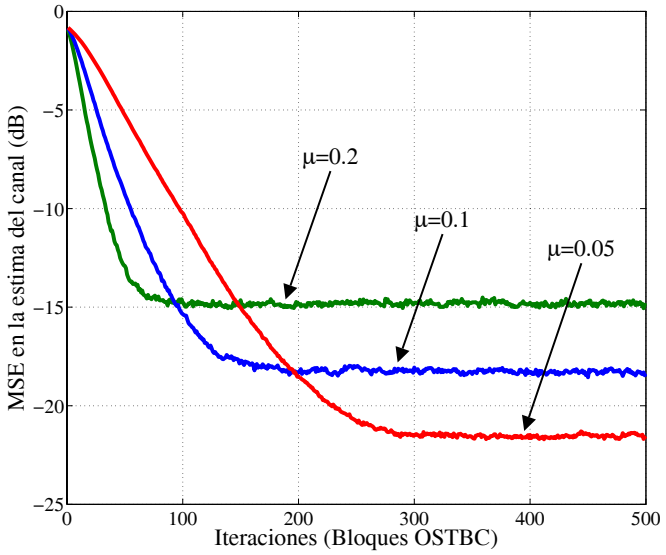

Figura 9.15: Versión adaptativa de la técnica propuesta. SNR=20dB.

9.4.3. Reducción de la Tasa de Transmisión

En [Vía06e] se ha propuesto una técnica de transmisión que asegura que el canal se puede recuperar, sin más ambigüedad que un factor de escalado real, por medio del criterio descrito en la Sección 7.3. La técnica se basa en el Teorema 8.3.1, y consiste en una ligera reducción de la tasa de transmisión[5]. Específicamente, se deja de transmitir un símbolo real (para OSTBCs complejos la parte real o imaginaria de un símbolo), lo que hace que M' sea impar y el Teorema 8.3.1 se aplique. Adicionalmente, agrupando un conjunto de B bloques OSTBC consecutivos, la matriz de transmisión resultante se puede interpretar como un nuevo OSTBC con n_T antenas transmisoras y transmitiendo BM símbolos en BL usos del canal. Por lo tanto, eliminando un símbolo real de este nuevo OSTBC, el factor de reducción de la tasa es

$$\beta = \frac{BM' - 1}{BM'},$$

el cual crece con B y tiende a uno para $BM' \gg 1$.

Considerando ruido i.i.d Gaussiano de varianza σ^2, y asumiendo que la energía media transmitida por antena y periodo de símbolo es $1/n_T$, la capacidad del sistema OSTBC para un ancho de banda unitario es [Larsson03b]

$$C_{\text{OSTBC}}(R, \text{SNR}) = R \log_2 \left(1 + \frac{\text{SNR}}{R}\right),$$

donde $\text{SNR} = \frac{\|\mathbf{H}\|^2}{n_T \sigma^2}$ es la SNR en el receptor. En el caso de la técnica propuesta, y asumiendo una estima de canal perfecta, la capacidad se reduce a

$$C_{\text{Red}} = C_{\text{OSTBC}}(\beta R, \text{SNR}).$$

Por otra parte, teniendo en cuenta la pérdida de 3dB asociada a los esquemas diferenciales, la capacidad de un sistema OSTBC diferencial viene dada por [Larsson03b]

$$C_{\text{Diff}} = C_{\text{OSTBC}}(R, \text{SNR}/2).$$

Así, considerando $\text{SNR} \gg 1$, se puede demostrar que

$$\begin{cases} C_{\text{Red}} > C_{\text{Diff}} & \text{si} \quad \text{SNR} < \text{SNR}_{\text{th}}, \\ C_{\text{Red}} < C_{\text{Diff}} & \text{si} \quad \text{SNR} > \text{SNR}_{\text{th}}, \end{cases}$$

donde SNR_{th} es un umbral dado por

$$10 \log_{10}(\text{SNR}_{\text{th}}) = 10 \log_{10}(R) + \frac{3 + \beta 10 \log_{10}(\beta)}{1 - \beta}.$$

Finalmente, deberemos notar las siguientes propiedades de la técnica basada en la reducción de la tasa de transmisión:

- El análisis teórico de la capacidad se ha realizado considerando una estima perfecta del canal, lo que sólo ocurre en el caso sin ruido o para un número $N \to \infty$ de bloques. El efecto de los errores en la estima del canal se evaluará mediante ejemplos de simulación.
- El método propuesto se puede considerar como un caso límite de la técnica basada en precodificación lineal y ajuste de la correlación. Sin embargo, debemos notar que el método basado en la reducción de la tasa da lugar a un algoritmo determinista, que a diferencia de la técnica propuesta en el apartado anterior, no introduce un suelo de ruido debido a la diferencia entre las matrices de correlación teóricas y estimadas.
- De manera análoga, la técnica propuesta se puede considerar como un método semiciego en el que, en cada bloque OSTBC, se introduce un símbolo piloto de valor cero. A diferencia de las técnicas semiciegas tradicionales, la *transmisión* de los pilotos no requiere energía, por lo que ésta se puede destinar a la transmisión de los símbolos de información.

[5] Esta misma idea se ha explotado posteriormente para el diseño de NIS (*non-intersecting subspace*) OSTBCs [Ma07].

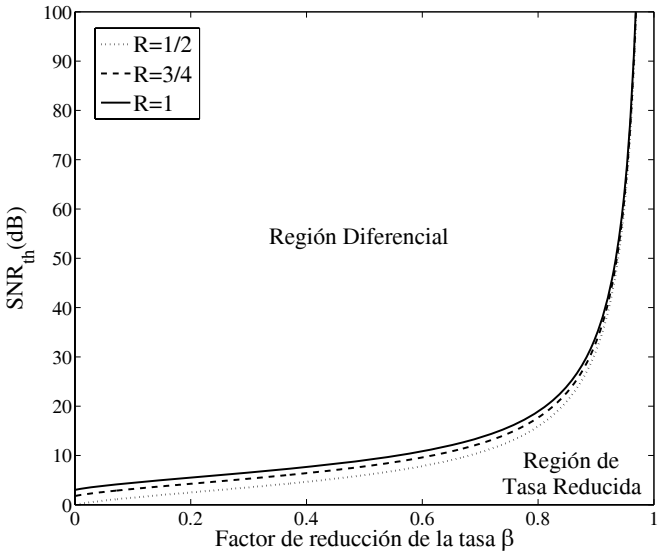

Figura 9.16: Umbrales teóricos en la SNR y capacidad frente a la tasa de transmisión R y el factor de reducción de la tasa β.

Ejemplos Numéricos

En este apartado se evalúa el método basado en la reducción de la tasa de transmisión mediante algunos ejemplos de simulación. En primer lugar, la Figura 9.16 muestra los valores teóricos del umbral $\mathrm{SNR_{th}}$ para tres tasas de transmisión diferentes ($R = 1$, $R = 3/4$ y $R = 1/2$). Como se puede observar, las curvas dividen el plano en dos regiones. En la región superior (denotada como Región Diferencial) la capacidad del esquema diferencial es mayor que la del método propuesto (denotado como Tasa Reducida), mientras que lo contrario se cumple en la región inferior. Además, debemos notar que para factores de reducción de tasa $\beta > 0.9$, el umbral $\mathrm{SNR_{th}}$ se encuentra por encima de los 30dB, por lo que en la práctica, la técnica propuesta supera al esquema diferencial en términos de capacidad.

Para evaluar el efecto de los errores en la estima del canal se han promediado los resultados de 1000 experimentos independientes. Los elementos del canal MIMO son variables aleatorias i.i.d Gaussianas de media cero y varianza $\sigma^2_{\mathbf{H}}$, la energía media transmitida por antena y periodo de símbolo es $1/n_T$, y la SNR en transmisión se define como $10\log_{10}(\sigma^2_{\mathbf{H}}/\sigma^2)$. Se ha evaluado el OSTBC de tasa $R = 3/4$ ($M = 3$, $L = 4$) con $n_T = 4$ antenas transmisoras presentado en la ecuación (6.5). Las fuentes i.i.d pertenecen a una constelación 16-QAM y el número de antenas receptoras es $n_R = 1$, lo que provoca un problema de ambigüedad en la estima del canal (ver Tabla 8.1). El número de bloques disponibles en el receptor es $N = 40$ (160 periodos de símbolo), y el rendimiento del método propuesto se ha comparado con el receptor ML con conocimiento exacto del canal, la técnica diferencial propuesta en [Larsson03b], y la técnica de precodificación lineal y ajuste de la correlación propuesta en el Apartado 9.4.2. Para esta última técnica, los primeros $M' - 1$ autovalores se han fijado a uno, y el autovalor restante se ha seleccionado como 0.1, 0.2 o 0.5, siempre normalizando para transmitir la misma cantidad de energía. Para la técnica de reducción de la tasa se ha considerado $B = 1$ ($\beta = 5/6$) y $B = 4$ ($\beta = 23/24$). La estima de la capacidad ergódica se ha obtenido como la suma de las capacidades de los BM' canales SISO equivalentes, considerando las interferencias co-canal debidas al error en la estima del canal como ruido Gaussiano i.i.d. Los resultados se muestran en la Figura 9.17, donde se puede apreciar que, para $B = 4$, la técnica basada en la reducción de la tasa ofrece mejores resultados que el método diferencial para un gran rango de SNRs.

Finalmente, el compromiso entre el número de bloques disponibles en el receptor (N), el parámetro de reducción de la tasa β (o B), la SNR en transmisión, y la capacidad ergódica, se ilustra en la Figura 9.18, la cual muestra el MSE en la estima del canal y la capacidad ergódica para diversos valores de

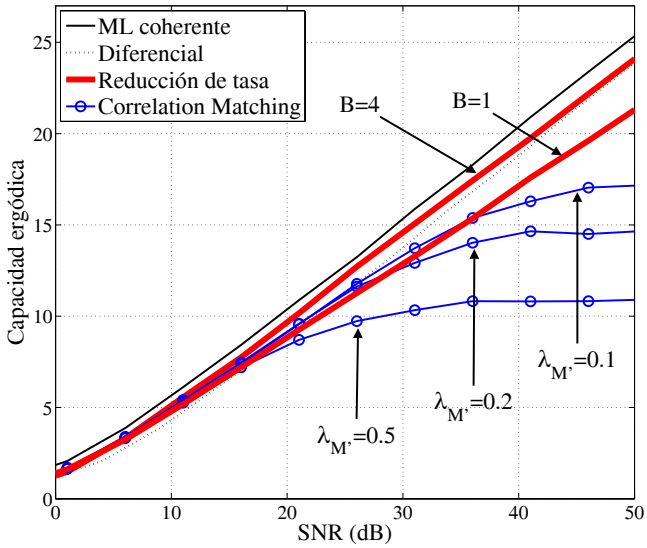

Figura 9.17: Capacidad ergódica incluyendo la estima del canal.

B, N y SNR. Como se puede apreciar, para un determinado valor de N, el MSE en la estima del canal aumenta con B, lo que se debe a la reducción del número de bloques compuestos (N/B). Por otro lado, el incremento en B da lugar a una mayor tasa de transmisión βR, y la combinación de estos efectos implica la existencia de un parámetro B óptimo, que maximiza la capacidad ergódica, y depende de la SNR y el número N de bloques OSTBC disponibles.

Análisis de la Técnica en un Entorno Realista

La técnica propuesta en este apartado se ha evaluado en un entorno realista mediante una plataforma MIMO hardware 2×2 a 2.4 GHz [Ramírez06a, Ramírez06c, Ramírez06b, García-Naya07]. La plataforma se basa en placas de generación y adquisición de señales equipadas con un módulo de memoria de 1 GigaByte, lo que permite la transmisión y almacenamiento de tramas de datos muy grandes. De esta forma, la estima de canal y la decodificación se realizan off-line mediante Matlab.

El método basado en la reducción de la tasa de transmisión se ha comparado con el esquema diferencial propuesto en [Larsson03b] y con la técnica basada en pilotos propuesta en [Naguib98]. Las distintas técnicas se han evaluado en entornos con visión directa (*line-of-sight* o LOS) y sin ella (*non line-of-sight* o NLOS). El esquema de codificación consiste en una modulación QPSK y en el código de Alamouti [Alamouti98], y como filtro conformador se ha empleado un filtro en raíz cuadrada de coseno alzado con un factor de *roll-off* de 0.4.

Los experimentos se basan en la transmisión de una secuencia de 500 bloques OSTBC. En el caso de la técnica basada en pilotos, la estima del canal se ha obtenido mediante la transmisión de una cabecera con 16 o 64 pilotos. Para la técnica propuesta, se ha eliminado un símbolo real de cada $B = 10$ bloques OSTBC, y la estima del canal se ha basado en $N = 250$ o $N = 500$ bloques. De esta forma, las tasas de transmisión efectivas son las que se muestran en la Tabla 9.2.

Los resultados en tasa de error en el bit (BER) frente a potencia de transmisión se muestran en la Figura 9.19 para el caso de visión directa, y en la Figura 9.20 para una situación sin visión directa. Como se puede observar, los resultados obtenidos por la técnica propuesta con $N = 500$ son similares a los alcanzados mediante la transmisión de 64 pilotos. Sin embargo, la tasa de transmisión efectiva para la técnica propuesta es mayor que la asociada a la transmisión de 64 pilotos. Finalmente, el número de bloques disponibles en una situación práctica vendrá determinado por el tiempo de coherencia del canal, lo que establece un compromiso entre el factor de reducción de la tasa de transmisión y la precisión de las estimas del canal.

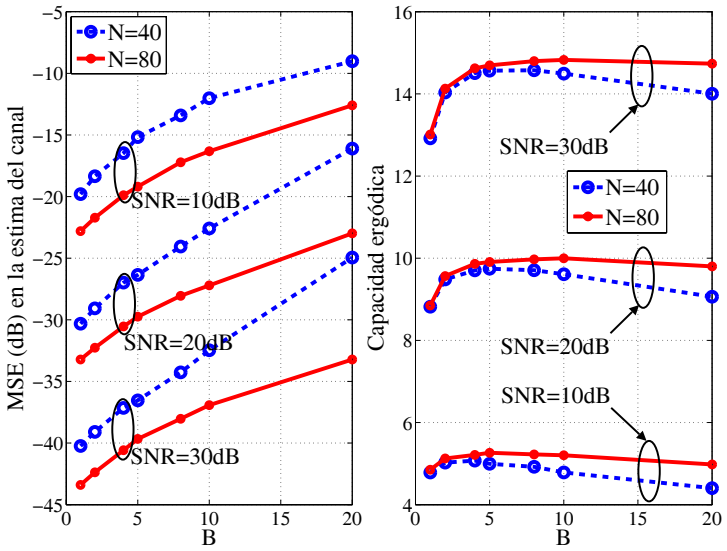

Figura 9.18: Efecto del parámetro B y el número de bloques N sobre la estima del canal y la capacidad ergódica.

Técnica	Tasa de transmisión efectiva
Entrenamiento: 64 Pilotos	0.9398
Entrenamiento: 16 Pilotos	0.9843
Reducción de la Tasa. $B = 10$	0.9750

Tabla 9.2: Tasas de transmisión efectivas para las distintas técnicas de estima del canal.

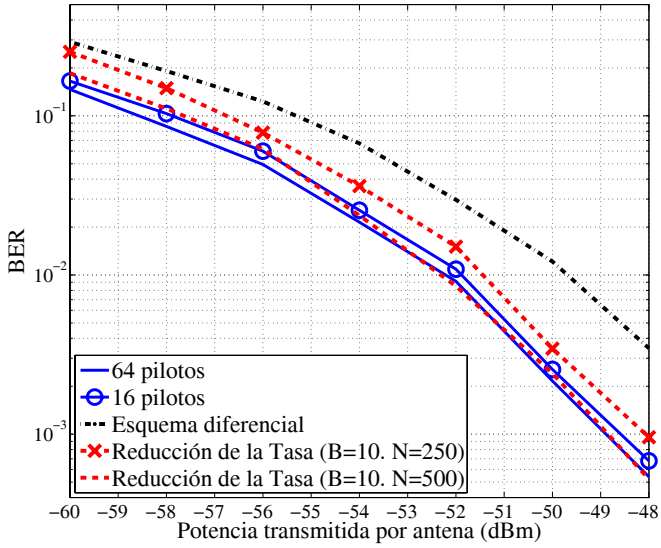

Figura 9.19: Tasa de error en el bit para el experimento con visión directa (LOS).

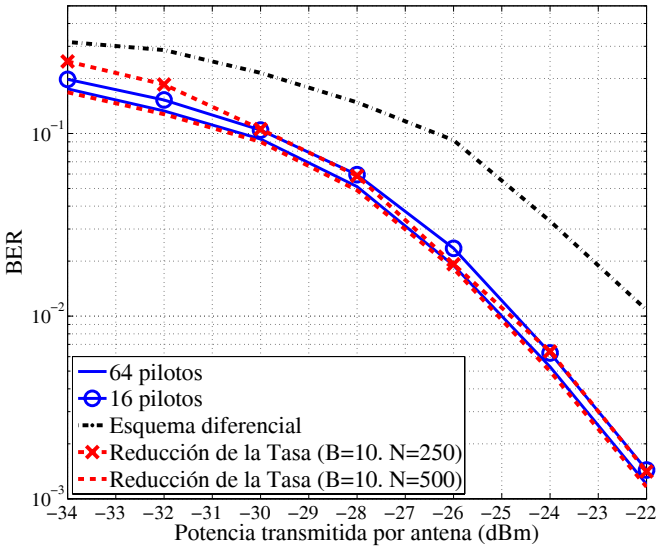

Figura 9.20: Tasa de error en el bit para el experimento sin visión directa (NLOS).

9.5. Conclusiones

En este capítulo se han presentado varias alternativas para evitar las ambigüedades asociadas al problema de estima ciega de canal a partir de SOS. En el caso de STBCs generales se ha propuesto una nueva técnica de transmisión basada en la idea de diversidad en el código, o la combinación de varios STBCs. A diferencia de otras aproximaciones, esta técnica permite evitar los problemas de ambigüedad, en base exclusivamente a los SOS de las observaciones, y sin reducir la tasa de transmisión o la capacidad del sistema. En su versión más sencilla, la técnica propuesta se puede reformular como un esquema de precodificación no redundante, consistente en la rotación o permutación de las antenas transmisoras. Además, el método propuesto se puede aplicar directamente en sistemas multiusuario, y su rendimiento se ha evaluado mediante varios ejemplos de simulación.

En el caso específico de transmisiones OSTBC de un solo usuario se han presentado tres esquemas diferentes. En primer lugar se ha propuesto la combinación de técnicas basadas en SOS y HOS, consiguiendo evitar los problemas de ambigüedad asociados a los métodos basados en SOS, a la vez que se reduce la complejidad de los problemas a resolver mediante HOS. Una segunda opción consiste en la precodificación lineal de los símbolos de información, lo cual evita las ambigüedades y conduce a un algoritmo análogo al propuesto en el Capítulo 7. Finalmente, la aplicación de uno de los resultados del estudio de las condiciones de identificabilidad, ha dado lugar a una técnica consistente en una ligera reducción de la tasa de transmisión. En todos los casos, el problema de estima ciega de canal se puede resolver de manera adaptativa, y el rendimiento de las técnicas propuestas se ha evaluado mediante varios ejemplos de simulación.

Capítulo 10

Conclusiones y Líneas Futuras

10.1. Conclusiones

En la segunda parte la Tesis se ha estudiado el problema de estima ciega de canal, basada en SOS, bajo transmisiones STBC. En concreto, se ha propuesto una nueva técnica para la estima ciega de canal, que se puede aplicar de manera casi directa en entornos multiusuario. El método propuesto se reduce a la extracción del autovector principal de una matriz de correlación modificada y, cuando el canal es identificable, lo estima con la única ambigüedad de un factor de escalado real. Además, la reformulación del criterio propuesto como un problema PCA permite obtener, de manera directa, algoritmos adaptativos para la estima ciega de canal en sistemas STBC.

El principal problema asociado al proceso de estima ciega de canal a partir de SOS viene dado por las condiciones de identificabilidad. El estudio de estas condiciones ha permitido obtener algunos resultados generales, bastante intuitivos. Por ejemplo, se ha demostrado que los códigos de tasa total, es decir, aquellos que transmiten un símbolo complejo por antena y uso del canal, no permiten la extracción del canal a partir de los SOS de las observaciones. De manera más general, la identificación ciega del canal MIMO sólo es posible cuando el número de antenas transmisoras y receptoras es mayor que la tasa de transmisión. En el caso de códigos OSTBC, se ha realizado un estudio exhaustivo de las condiciones de identificabilidad. Así, se ha demostrado que los OSTBCs transmitiendo con una tasa superior a un determinado umbral, el cual es inversamente proporcional al número de antenas transmisoras, son identificables. Esto implica que, si se dispone de más de una antena receptora, el canal se puede recuperar con la única ambigüedad de un factor de escalado real. Este resultado, junto a otros que aseguran la identificabilidad del canal cuando se transmite un número impar de símbolos reales, o cuando se emplea un OSTBC real con un número impar de antenas transmisoras, permite reducir el número de códigos OSTBC no identificables, y con interés práctico, a dos casos particulares.

El estudio de las condiciones de identificabilidad ha dado lugar al desarrollo de varias técnicas para la resolución de las ambigüedades. La más importante de ellas se basa en la combinación de varios STBCs, a lo que hemos llamado diversidad en el código. Esta técnica permite resolver las indeterminaciones en un gran número de casos, y en su versión más sencilla se reduce a una precodificación no redundante consistente en la rotación o permutación de las antenas transmisoras. Por otro lado, se han presentado varias técnicas para evitar las ambigüedades en el caso de códigos ortogonales. Estas técnicas consisten en la combinación de métodos basados en SOS y HOS, en la precodificación lineal de las señales de información, o en una ligera reducción de la tasa de transmisión. En todos los casos, las técnicas propuestas dan lugar a algoritmos de estima ciega del canal consistentes en una ligera modificación del método original, lo que permite obtener, de manera sencilla, algoritmos bloque y adaptativos eficientes. Finalmente, el rendimiento de los métodos propuestos se ha evaluado mediante varios ejemplos numéricos.

10.2. Líneas Futuras de Investigación

El trabajo presentado en esta parte de la Tesis sugiere las siguientes líneas futuras de investigación:

10.2.1. Evaluación Práctica de los Algoritmos

Como ya se ha mostrado, los algoritmos propuestos están siendo evaluados en la plataforma hardware desarrollada dentro del proyecto del Plan Nacional de I+D+I "Desarrollo y Demostración Hardware de Nuevas Técnicas de Transmisión para Sistemas MIMO (MIMESIS)" (TEC2004-06451-C05-02/TCM), lo que ya ha dado lugar a las publicaciones en [Ramírez06b,Ramírez06c,Ramírez06a,García-Naya07].

10.2.2. Estima Ciega de Canal en Sistemas con Redundancia

En este trabajo se ha demostrado que la redundancia introducida por algunos códigos STBC permite la identificación ciega del canal a partir de los SOS de las observaciones, lo que sugiere el estudio de otro tipo de esquemas de transmisión con redundancia. Adicionalmente, la técnica propuesta resultará directamente aplicable a cualquier tipo de sistema en el que se realice una transmisión por bloques, y en donde la energía del canal equivalente sea proporcional a la del canal original. Un ejemplo de este tipo de sistemas viene dado por los esquemas de codificación STBC con inversión temporal (*time reversal STBC* o TR-STBC) [Lindskog00,Larsson03b], los cuales constituyen una generalización de los códigos STBC lineales al caso de canales selectivos en frecuencia.

10.2.3. Condiciones de Identificabilidad

Algunos aspectos del estudio de las condiciones de identificabilidad permanecen como problemas abiertos. En el futuro se deberá investigar en las siguientes direcciones:

- Obtención de condiciones necesarias para la identificación ciega del canal en sistemas OSTBC. Demostración de la conjetura sobre las multiplicidades asociadas a los códigos identificables, y obtención de umbrales más estrictos en la tasa de transmisión de OSTBCs reales.
- Estudio de las condiciones de identificabilidad en el caso STBC general y en casos particulares como el de los códigos QOSTBC. Obtención de condiciones suficientes para la identificación ciega del canal.
- Estudio de la relación entre la capacidad del sistema STBC y las propiedades de identificabilidad. Intuitivamente, resulta lógico pensar que la estima ciega del canal requiere de algún tipo de redundancia en la transmisión, lo que se debería de traducir en una reducción de la capacidad del sistema MIMO. Por lo tanto, es de esperar que los STBCs que alcanzan la capacidad del sistema MIMO no permitan la recuperación ciega del canal. Esta idea se ve reforzada por los resultados empíricos obtenidos hasta el momento.
- Análisis de las condiciones de identificabilidad asociadas a las técnicas de diversidad en el código y precodificación no redundante. Este estudio debería resolver preguntas como: ¿Cuál es la mejor opción a la hora de combinar STBCs?. ¿Cuántos códigos debemos combinar para evitar las ambigüedades?. ¿Existe algún criterio para la selección de las matrices de rotación/permutación de manera óptima?.

Parte III

Apéndices y Bibliografía

Apéndice A

Generalizaciones y Algoritmos CCA

A.1. Solución de los Problemas CCA Generalizados

En la Sección 2.3 se ha presentado una generalización de CCA a varios conjuntos de datos basada en la definición de la correlación canónica generalizada. En este apéndice se obtiene la solución a dicho problema, demostrando que la generalización basada en la correlación es equivalente a la generalización clásica CCA-MAXVAR.

A.1.1. Generalización Basada en la Correlación

Teniendo en cuenta las definiciones de $\mathbf{h}^{(i)}$, $\mathbf{R}$ y $\mathbf{D}$ dadas en el Apartado 2.3.2, la generalización de CCA basada en la correlación se puede reescribir en forma matricial como el problema de maximizar

$$\rho^{(i)} = \frac{1}{M(M-1)}\mathbf{h}^{(i)H}\left(\mathbf{R}-\mathbf{D}\right)\mathbf{h}^{(i)},$$

sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} \frac{1}{M}\mathbf{h}^{(i)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)} &= 1, \\ \mathbf{z}^{(i)H}\mathbf{z}^{(j)} = \frac{1}{M^2}\mathbf{h}^{(i)H}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)} &= 0, \qquad j = 1,\ldots,i-1. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange, la función de coste a maximizar en $\mathbf{h}^{(i)}$, y minimizar en los multiplicadores de Lagrange $\lambda^{(i)} \in \mathbb{R}$ y $\gamma^{(ij)} \in \mathbb{C}$ es

$$J^{(i)} = \frac{1}{M(M-1)}\mathbf{h}^{(i)H}\left(\mathbf{R}-\mathbf{D}\right)\mathbf{h}^{(i)} + \lambda^{(i)}\left(1-\frac{1}{M}\mathbf{h}^{(i)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)}\right) - \frac{1}{M^2}\sum_{j=1}^{i-1}\gamma^{(ij)}\mathbf{h}^{(i)H}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)},$$

e igualando a cero el vector gradiente $\nabla_{\mathbf{h}^{(i)*}}\left(J^{(i)}\right)$ podemos escribir

$$\frac{1}{(M-1)}\left(\mathbf{R}-\mathbf{D}\right)\mathbf{h}^{(i)} = \lambda^{(i)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)} + \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{i-1}\gamma^{(ij)}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)}. \tag{A.2}$$

Multiplicando (A.2) por la izquierda por $\mathbf{h}^{(i)H}$, y aplicando las restricciones, se obtiene

$$\rho^{(i)} = \lambda^{(i)}.$$

De forma análoga, si multiplicamos (A.2) por la izquierda por $\mathbf{h}^{(j)H}$ $(j = 1,\ldots,i-1)$, y tenemos en cuenta la restricción en (A.1), obtenemos

$$-\left(\frac{1}{(M-1)} + \lambda^{(i)}\right)\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)} = \frac{1}{M}\gamma^{(ij)}\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)}. \tag{A.3}$$

Para terminar la demostración asumiremos

$$\frac{1}{(M-1)}\left(\mathbf{R}-\mathbf{D}\right)\mathbf{h}^{(j)} = \lambda^{(j)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(j)}, \qquad j = 1,\ldots,i-1, \tag{A.4}$$

que para $j = 1$ es una consecuencia directa de (A.2), y para $1 < j < i$ se demostrará por inducción. Así, mediante la combinación de (A.4) y la restricción (A.1) se obtiene $\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)} = 0$, para $j = 1,\ldots,i-1$, por lo que, a partir de (A.3) tenemos

$$\gamma^{(ij)}\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)} = 0.$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\mathbf{R}$ es semidefinida positiva tenemos $\gamma^{(ij)}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(j)} = \mathbf{0}$, lo que implica que la ecuación (A.2) se puede reescribir como

$$\frac{1}{(M-1)}\left(\mathbf{R}-\mathbf{D}\right)\mathbf{h}^{(i)} = \rho^{(i)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)}.$$

Esto valida la suposición en (A.4) y demuestra que las soluciones al problema vienen dadas por los autovectores asociados a los mayores autovalores del GEV anterior, el cual equivale a (2.14), donde

$$\rho^{(i)} = \frac{\beta^{(i)}M-1}{M-1}.$$

A.1.2. Generalización MAXVAR

En el Apartado 2.2.2 se han obtenido las soluciones de la generalización CCA-MAXVAR a partir de la descomposición SVD de las matrices de datos. En este apartado dichas soluciones se expresan en función de las matrices $\mathbf{X}_k$, comprobando que se pueden obtener a partir del GEV en (2.14), lo cual demuestra la equivalencia entre la generalización CCA-MAXVAR y la técnica basada en la maximización de la correlación canónica generalizada.

Aunque en la formulación original del problema MAXVAR se asumen conjuntos de datos reales [Kettenring71], aquí tendremos en cuenta que dicho método se puede extender al caso de datos complejos sin más que sustituir la operación traspuesta por la traspuesta conjugada. Así, sabemos que las soluciones $\mathbf{f}_k^{(i)}$, $\beta^{(i)}$, se pueden obtener a partir de

$$\frac{1}{M}\mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{b}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{b}^{(i)}.$$

Definiendo la matriz $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_M] = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, donde $\mathbf{\Sigma}$ y $\mathbf{V}$ son matrices bloque diagonales con elementos $\mathbf{\Sigma}_k$ y $\mathbf{V}_k$ $(k = 1,\ldots,M)$ respectivamente, el problema de autovalores anterior se puede reescribir como

$$\frac{1}{M}\mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{b}^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{V}^H\mathbf{X}^H\mathbf{X}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{b}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{b}^{(i)}. \tag{A.5}$$

De esta forma, multiplicando (A.5) por la izquierda por $\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}$ tenemos

$$\frac{1}{M}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2}\mathbf{V}^H\mathbf{X}^H\mathbf{X}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{b}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{b}^{(i)},$$

por lo que definiendo $\mathbf{h}^{(i)} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{b}^{(i)}$ y teniendo en cuenta que $\mathbf{R} = \mathbf{X}^H\mathbf{X}$ y $\mathbf{D} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^H$ son las matrices definidas en (2.13), obtenemos el problema GEV

$$\frac{1}{M}\mathbf{R}\mathbf{h}^{(i)} = \beta^{(i)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)}.$$

Teniendo ahora en cuenta que $a_k\mathbf{f}_k^{(i)} = a_k\mathbf{V}_k\mathbf{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{g}_k^{(i)} = \mathbf{V}_k\mathbf{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{b}_k^{(i)}$, se deduce que $\mathbf{h}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{f}_k^{(i)}$, $\mathbf{z}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{y}_k^{(i)}$, y la aproximación PCA unidimensional viene dada por

$$\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{Y}^{(i)}\mathbf{a}^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{U}\mathbf{b}^{(i)} = \frac{1}{M}\mathbf{X}\mathbf{h}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)}.$$

A.2. Algoritmos CCA-MINVAR

De manera análoga a los algoritmos presentados en la Sección 2.4, en este apéndice se presenta un algoritmo bloque y su versión adaptativa, basada en el RLS, para la obtención de las soluciones del problema CCA-MINVAR. Aunque estos algoritmos no se han aplicado a los problemas de estima e igualación ciega de canal estudiados en esta Tesis, la generalización CCA-MINVAR tiene al menos tanto interés como la generalización MAXVAR. Por ejemplo, en [Bach02] se ha demostrado que las soluciones CCA-MINVAR proporcionan una estima de la información mutua entre varios conjuntos de datos Gaussianos.

A.2.1. Solución MINVAR

A partir del desarrollo en el Apartado A.1.2, y teniendo en cuenta que las soluciones del problema CCA-MINVAR vienen dadas por los autovectores asociados a los menores autovalores de $\mathbf{U}^H\mathbf{U}/M$, resulta evidente que dichas soluciones se pueden obtener a partir del GEV en (2.14). Además, siguiendo un desarrollo similar al del Apartado A.1.1, se puede demostrar que el problema CCA-MINVAR equivale al de minimizar la correlación canónica generalizada sujeto a las restricciones de energía y ortogonalidad dadas en las ecuaciones (2.11) y (2.12). Específicamente, en este caso los vectores y variables canónicas vendrán dados por $\mathbf{h}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{f}_k^{(i)}$ y $\mathbf{z}_k^{(i)} = a_k^{(i)}\mathbf{y}_k^{(i)}$, mientras que

$$\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)},$$

representará el error residual de la mejor aproximación PCA $(M-1)$-dimensional de $\mathbf{Y}^{(i)}$.

A.2.2. Algoritmo Bloque Iterativo

Para obtener el algoritmo MINVAR iterativo reescribiremos el problema GEV (2.14) como

$$\left(\mathbf{D} - \frac{1}{M}\mathbf{R}\right)\mathbf{h}^{(i)} = \gamma^{(i)}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)},$$

donde $\gamma^{(i)} = 1 - \beta^{(i)}$. Nuevamente, este problema GEV se puede ver como M problemas de regresión LS acoplados

$$\gamma^{(i)}\mathbf{h}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k^{+}\mathbf{r}_k^{(i)}, \qquad k = 1, \ldots, M,$$

donde $\mathbf{r}_k^{(i)} = \mathbf{z}_k^{(i)} - \mathbf{z}^{(i)}$ es la aproximación PCA $(M-1)$-dimensional de $\mathbf{z}_k^{(i)} = \mathbf{X}_k\mathbf{h}_k^{(i)}$, y $\mathbf{z}^{(i)} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbf{z}_k^{(i)}$ es la señal de error residual PCA. De esta forma, en cada iteración t, se obtiene una nueva solución como

$$\begin{aligned}
\tilde{\gamma}^{(i)}(t)\tilde{\mathbf{h}}_k^{(i)}(t) &= \mathbf{X}_k^{+}\hat{\mathbf{r}}_k^{(i)}(t), \qquad k = 1, \ldots, M,\\
\hat{\gamma}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) &= \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)\tilde{\gamma}^{(i)}(t)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(t),
\end{aligned}$$

donde $\hat{\mathbf{r}}_k^{(i)}(t) = \hat{\mathbf{z}}_k^{(i)}(t) - \hat{\mathbf{z}}^{(i)}(t)$ se obtiene por medio de las ecuaciones (2.16) y (2.17), y $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(t)$ es la matriz de proyección definida en la ecuación (2.18).

A.2.3. Algoritmo Adaptativo Basado en el RLS

La obtención del algoritmo adaptativo se basa en la reformulación de los problemas de regresión acoplados a partir de las siguientes funciones de coste ponderadas exponencialmente

$$J_k^{(i)}(n) = \sum_{l=1}^{n}\lambda^{n-l}\left|\hat{r}_k^{(i)}(l) - \hat{\gamma}^{(i)}(n)\mathbf{x}_k^H(l)\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n)\right|^2,$$

Algoritmo A.1 Resumen del algoritmo CCA-MINVAR basado en el RLS.

Inicializar $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$, con $\delta \ll 1$ para $k = 1, \ldots, M$.
Inicializar $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(0) \neq \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}(0) = \mathbf{0}$ y $\hat{\gamma}^{(i)}(0) = 0$ para $i = 1, \ldots, p$.
for $n = 1, 2, \ldots$ **do**
  Actualizar $\mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n)$ y $\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n)$ con (2.19) y (2.20) para $k = 1, \ldots, M$.
  for $i = 1, \ldots, p$ **do**
    Obtener $\hat{z}^{(i)}(n)$, y $\mathbf{e}^{(i)}(n)$ con (A.8).
    Obtener $\hat{\gamma}^{(i)}(n)\mathbf{h}^{(i)}(n)$ utilizando (2.23), (A.6) y (A.7).
    Estimar $\hat{\gamma}^{(i)}(n)$, $\hat{\rho}^{(i)}(n)$ y $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n)$ forzando $\|\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n)\| = 1$.
  end for
end for

donde $\hat{r}_k^{(i)}(l) = \hat{z}_k^{(i)}(l) - \hat{z}^{(i)}(l)$ es la aproximación PCA $(M-1)$-dimensional de $\hat{z}_k^{(i)}(n) = \mathbf{x}_k^H(n)\hat{\mathbf{h}}_k^{(i)}(n-1)$, y $\hat{z}^{(i)}(n) = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\hat{z}_k^{(i)}(n)$ es la señal de error residual. Análogamente al algoritmo adaptativo CCA-MAXVAR, las ecuaciones de actualización finales son (ver Algoritmo A.1)

$$\tilde{\gamma}^{(i)}(n)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\gamma}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1) + \mathbf{K}(n)\mathbf{e}^{(i)}(n), \tag{A.6}$$

$$\hat{\gamma}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\tilde{\gamma}^{(i)}(n)\tilde{\mathbf{h}}^{(i)}(n), \tag{A.7}$$

donde $\mathbf{e}^{(i)}(n) = [e_1^{(i)}(n), \ldots, e_M^{(i)}(n)]^T$ y

$$e_k^{(i)}(n) = \hat{r}_k^{(i)}(n) - \hat{\gamma}^{(i)}(n-1)z_k^{(i)}(n). \tag{A.8}$$

A.3. Análisis de Convergencia de los Algoritmos Adaptativos

En este apéndice se analizan las propiedades de convergencia de los algoritmos CCA adaptativos basados en el RLS. Aunque nos centramos en el algoritmo CCA-MAXVAR, el análisis de convergencia del algoritmo adaptativo CCA-MINVAR se puede realizar de forma similar. Comenzaremos definiendo el vector de datos $\mathbf{x}(n) = \left[\mathbf{x}_1^T(n), \ldots, \mathbf{x}_M^T(n)\right]^T$ y las matrices

$$\mathbf{X}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(n) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{x}_M(n) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11}(n) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{R}_{MM}(n) \end{bmatrix}.$$

Teniendo en cuenta que $\mathbf{k}_{\mathbf{x}_k}(n) = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}(n)\mathbf{x}_k(n)$, se obtiene

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{D}^{-1}(n)\mathbf{X}(n),$$

y reescribiendo $\hat{z}^{(i)}(n) = \frac{1}{M}\mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1)$, las ecuaciones (2.22) y (2.24) se pueden reescribir como

$$\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(n)\mathbf{D}^{-1}(n)\left[\lambda\mathbf{D}(n-1)\hat{\beta}^{(i)}(n-1) + \frac{1}{M}\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\right]\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1), \tag{A.9}$$

o, equivalentemente,

$$\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \lambda^n\left[\prod_{k=1}^{n}\left(\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(k)\mathbf{D}^{-1}(k)\mathbf{D}(k-1)\right)\right]\hat{\beta}^{(i)}(0)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(0) + \\ + \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{n}\lambda^{n-k}\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(k)\mathbf{D}^{-1}(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(k-1).$$

Finalmente, inicializando $\hat{\beta}^{(i)}(0) = 0$ obtenemos

$$\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{n}\lambda^{n-k}\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}(k)\mathbf{D}^{-1}(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(k-1). \tag{A.10}$$

El análisis de convergencia se basa en las técnicas de aproximación estocástica propuestas en [Benveniste90]. La ecuación (A.10) puede ser vista como un caso especial del algoritmo genérico de aproximación estocástica

$$\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) = \hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1) + f^{(i)}(\hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1), \mathbf{x}(n)),$$

el cual pertenece a la clase de algoritmos de ganancia constante. La idea central del estudio de convergencia de este tipo de algoritmos consiste en asociar la ecuación de actualización de tiempo discreto a una ecuación diferencial ordinaria (*ordinary differential equation* u ODE) y relacionar la convergencia de la ODE con la de la ecuación de tiempo discreto. Aquí introduciremos las siguientes suposiciones:

A.1. Las entradas $\mathbf{x}_k(n)$ son al menos estacionarias en sentido amplio (*wide sense stationary* o WSS) con matrices de autocorrelación $\mathbf{R}_{kk}$ definidas positivas.

A.2. La secuencia $\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n)$ está acotada con probabilidad uno, lo que es asegurado por A.1. y la etapa de normalización.

A.3. La función de actualización $f^{(i)}(\hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1), \mathbf{x}(n))$ es continuamente diferenciable con respecto a $\hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1)$ y $\mathbf{x}(n)$ y sus derivadas están acotadas en el tiempo.

A.4. Incluso si la función de actualización tiene alguna discontinuidad, el vector campo medio

$$\bar{f}^{(i)}(\hat{\beta}^{(i)}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}, \mathbf{x}) = \lim_{n\to\infty} E\left[f^{(i)}(\hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1), \mathbf{x}(n))\right],$$

existe y es regular. Este hecho se puede probar fácilmente basándose en A.1 y A.2.

A.5. Las estimas iniciales $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(0)$ se escogen de tal manera que $\mathbf{h}^{(i)H}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(0) \neq 0$, donde $\mathbf{h}^{(i)}$ es el i-ésimo autovector de (2.14).

A.6. Los vectores canónicos estimados previamente han convergido a las soluciones correctas $\hat{\mathbf{h}}^{(i)} = \mathbf{h}^{(i)}$, lo cual se demostrará por inducción.

En base a estas suposiciones, la función de actualización de la ODE viene dada por

$$\begin{aligned}\bar{f}^{(i)}(\hat{\beta}^{(i)}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}, \mathbf{x}) &= \lim_{n\to\infty} E\left[\hat{\beta}^{(i)}(n)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n) - \hat{\beta}^{(i)}(n-1)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(n-1)\right] = \\ &= \frac{d\left(\hat{\beta}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t)\right)}{dt} = \frac{1}{M}\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{R}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) - \hat{\beta}^{(i)}(t)\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t),\end{aligned} \tag{A.11}$$

y para encontrar los puntos estacionarios de esta ODE podemos escribir

$$\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) = \sum_{j=1}^{m} \hat{\theta}_j^{(i)}(t)\mathbf{h}^{(i)}, \tag{A.12}$$

donde $m = \sum_{k=1}^{M} m_k$ es el número de autovectores del problema GEV, y $\hat{\theta}_j^{(i)}(t)$ es una proyección variante en el tiempo.

Considerando las restricciones de energía ($\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(j)}/M = 1$) y ortogonalidad ($\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}\mathbf{h}^{(i)} = 0$, $i \neq j$), multiplicando (A.9) y (A.12) por la izquierda por $\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}$ (con $j < i$), y teniendo en cuenta la condición A.6, es fácil comprobar que $\mathbf{h}^{(j)H}\mathbf{D}\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) = M\hat{\theta}_j^{(i)}(t) = 0$, y entonces

$$\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) = \sum_{j=i}^{m} \hat{\theta}_j^{(i)}(t)\mathbf{h}^{(j)}. \tag{A.13}$$

Empleando ahora (A.13), la ecuación (A.11) se puede reescribir como

$$\frac{d\left(\hat{\beta}^{(i)}(t)\hat{\theta}_j^{(i)}(t)\right)}{dt} = \left(\beta^{(j)} - \hat{\beta}^{(i)}(t)\right)\hat{\theta}_j^{(i)}(t), \qquad j = i, \ldots, M,$$

y definiendo

$$\hat{\alpha}_j^{(i)}(t) = \frac{\hat{\theta}_j^{(i)}(t)}{\hat{\theta}_i^{(i)}(t)}, \qquad j = i, \ldots, M,$$

obtenemos

$$\frac{d\left(\hat{\alpha}_j^{(i)}(t)\right)}{dt} = -\hat{\alpha}_j^{(i)}(t)\frac{\beta^{(i)} - \beta^{(j)}}{\hat{\beta}^{(i)}(t)}, \qquad j = i, \ldots, M.$$

Teniendo en cuenta que $\hat{\beta}^{(i)}(t) > 0$ y $\beta^{(i)} > \beta^{(j)}$, se comprueba que las proyecciones variantes en el tiempo asociadas con todos los autovectores excepto el i-ésimo decaerán a cero asintóticamente, y por lo tanto, a medida que $t \to \infty$, tenemos $\hat{\mathbf{h}}^{(i)}(t) = c\mathbf{h}^{(i)}$ y $\hat{\beta}^{(i)}(t) = \beta^{(i)}$, donde c es una constante arbitraria. Así, podemos concluir que el autovector generalizado $\mathbf{h}^{(i)}$ es el punto estacionario estable de la ODE. Finalmente, debemos notar que para $i = 1$, $\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{U}}^{(i)} = \mathbf{I}$ y se obtiene la solución CCA principal, lo que valida A.6.

Apéndice B

Igualación Ciega de Canales MIMO-FIR

B.1. Demostración del Teorema 3.3.1

En este apéndice se demuestra el Teorema 3.3.1, el cual establece que: *Si $L_i > L_{i+1}$ (o $i = n_T$) y las matrices*

$$\mathcal{S}[n+k] = \left[\mathbf{S}_1^{(M_1+1)}[n+k] \cdots \mathbf{S}_{n_T}^{(M_{n_T}+1)}[n+k]\right], \quad k = 1, \ldots, M_1 - 1,$$

son completas en rango de columnas, entonces el conjunto de igualadores $\mathbf{w}_{ik}$ ($k = 1, \ldots, M_i$) es una solución de

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\mathbf{w}_{ik} = \tilde{\mathbf{X}}_l[n]\mathbf{w}_{il}, \qquad k, l = 1, \ldots, M_i, \tag{B.1}$$

si y sólo si

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\mathbf{w}_{ik} = \sum_{j=1}^{i} \mathbf{S}_i^j[n]\mathbf{a}_i^j, \qquad k = 1, \ldots, M_i, \tag{B.2}$$

donde $\mathbf{a}_i^j$ es un vector arbitrario de longitud $L_j - L_i + 1$, para $j = 1, \ldots, i$.

En primer lugar, resulta evidente que (B.2) implica (B.1). Para probar la relación inversa comenzaremos escribiendo

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n] = \sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]\mathcal{T}^T(\mathbf{H}_j),$$

y

$$\tilde{\mathbf{X}}_k[n]\mathbf{w}_{ik} = \sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]\mathbf{g}_{ik}^j, \tag{B.3}$$

donde $\mathbf{g}_{ik}^j = \left[g_{ik}^j[0], \ldots, g_{ik}^j[M_j - 1]\right]^T = \mathcal{T}^T(\mathbf{H}_j)\mathbf{w}_{ik}$ es la respuesta compuesta del j-ésimo canal SIMO y el igualador $\mathbf{w}_{ik}$. Así, (B.1) se puede reescribir como

$$\sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]\mathbf{g}_{ik}^j = \sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+l-1]\mathbf{g}_{il}^j, \qquad k, l = 1, \ldots, M_i,$$

o equivalentemente

$$\sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]\mathbf{g}_{ik}^j = \sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k]\mathbf{g}_{i(k+1)}^j, \qquad k = 1, \ldots, M_i - 1. \tag{B.4}$$

Teniendo en cuenta que las primeras $M_j - 1$ columnas de $\mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]$ y las últimas $M_j - 1$ columnas de $\mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k]$ coinciden, (B.4) se puede reescribir como

$$\sum_{j=1}^{n_T} \mathbf{S}_j^{(M_j+1)}[n+k]\mathbf{f}_{ik}^j = \mathbf{0}, \qquad k = 1, \ldots, M_i - 1,$$

donde $\mathbf{f}_{ik}^j = \left[0, \mathbf{g}_{ik}^{jT}\right]^T - \left[\mathbf{g}_{i(k+1)}^{jT}, 0\right]^T$. Definiendo ahora $\mathbf{f}_{ik} = \left[\mathbf{f}_{ik}^{1T}, \ldots, \mathbf{f}_{ik}^{n_T T}\right]^T$, la igualdad anterior implica

$$\mathcal{S}[n+k]\mathbf{f}_{ik} = \mathbf{0}, \qquad k = 1, \ldots, M_i - 1. \tag{B.5}$$

Dado que las matrices $\mathcal{S}[n+k]$ son completas en rango de columnas, a partir de (B.5) podemos concluir que $\mathbf{f}_{ik} = \mathbf{0}$ y entonces, para $j = 1, \ldots, M$, $k = 1, \ldots, M_i - 1$, y $l = 1, \ldots, M_j - 1$

$$g_{ik}^j[l-1] = g_{i(k+1)}^j[l],$$
$$g_{ik}^j[M_j - 1] = g_{i(k+1)}^j[0] = 0,$$

lo que implica

$$g_{ik}^j[l] = \begin{cases} a_i^j[l-k+1] & \text{si} \quad 0 \leq (l-k+1) \leq (L_j - L_i), \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

o de una forma más intuitiva

$$\mathbf{g}_{ik}^j = \begin{cases} [\underbrace{0, \ldots, 0}_{k-1}, \underbrace{a_i^j[0], \ldots, a_i^j[L_j - L_i]}_{L_j - L_i + 1}, \underbrace{0, \ldots, 0}_{M_i - k}]^T, & L_i \leq L_j, \\ \mathbf{0}, & L_i > L_j, \end{cases}$$

donde $a_i^j[k]$, $k = 0, \ldots, L_j - L_i$, es una constante arbitraria. Por último, a partir de la ecuación anterior se puede demostrar que, para $i = 1, \ldots, n_T$, y $k = 1, \ldots, M_i$

$$\mathbf{S}_j^{(M_j)}[n+k-1]\mathbf{g}_{ik}^j = \begin{cases} \mathbf{S}_i^j[n]\mathbf{a}_i^j & j \leq i, \\ \mathbf{0} & j > i, \end{cases}$$

donde $\mathbf{a}_i^j = \left[a_i^j[0], \ldots, a_i^j[L_j - L_i]\right]^T$. Así, sustituyendo en (B.3) se obtiene (B.2) y se concluye la demostración. □

Apéndice C

Condiciones de Identificabilidad para OSTBCs

En este apéndice se demuestran los teoremas presentados en el Apartado 8.3.1. De manera general, las demostraciones se basan en las propiedades de las matrices unitarias y antihermíticas, por lo que comenzaremos resumiendo dichas propiedades.

C.1. Propiedades de las Matrices Antihermíticas

En este apartado se presentan algunas de las propiedades de las matrices antihermíticas y antisimétricas, para ello comenzaremos introduciendo las siguientes definiciones:

Definición C.1.1 (Antihermítica). *Una matriz cuadrada* $\mathbf{A}$ *con elementos complejos es antihermítica si y sólo si* $\mathbf{A}^H = -\mathbf{A}$.

Definición C.1.2 (Antisimétrica). *Una matriz cuadrada* $\mathbf{A}$ *con elementos reales es antisimétrica si y sólo si* $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$.

Definición C.1.3 (Unitaria/Ortogonalmente equivalente). [Horn85]. *Una matriz cuadrada* $\mathbf{A}$ *es* unitariamente equivalente *a* $\mathbf{B}$ *si y sólo si existe una matriz unitaria* $\mathbf{U}$ *tal que* $\mathbf{B} = \mathbf{U}^H\mathbf{A}\mathbf{U}$. *Si* $\mathbf{U}$ *se puede elegir real (y por lo tanto es ortogonal), entonces* $\mathbf{A}$ *es* ortogonalmente equivalente *a* $\mathbf{B}$.

A continuación se muestran algunas de las propiedades típicas de las matrices antihermíticas y antisimétricas:

Propiedad C.1.1. *Todos los autovalores de un matriz antihermítica son imaginarios puros o cero.*

Propiedad C.1.2. *Si* $\mathbf{A}$ *es antisimétrica, los elementos en su diagonal son cero:* $a_{ii} = 0$, $\forall i$. *Consecuentemente,* $\mathrm{Tr}(\mathbf{A}) = 0$.

La demostración de las Propiedades C.1.1 y C.1.2 se puede encontrar en [Horn85]. En el caso de matrices unitarias resulta sencillo demostrar las siguientes propiedades:

Propiedad C.1.3. *La descomposición en autovalores de una matriz unitaria y antihermítica* $\mathbf{A}$ *se puede escribir como* $\mathbf{A} = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}^H$, *donde los autovalores en* $\mathbf{\Sigma}$ *son* $+j$ *o* $-j$, *y la matriz* $\mathbf{X}$ *es unitaria.*

Demostración. *Denotando la descomposición en autovalores como* $\mathbf{A} = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}^{-1}$ *y teniendo en cuenta* $\mathbf{A}^H\mathbf{A} = -\mathbf{A}\mathbf{A} = \mathbf{I}$ *podemos escribir*

$$\mathbf{A}\mathbf{A} = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}^{-1} = \mathbf{X}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{X}^{-1} = -\mathbf{I},$$

lo que implica $\mathbf{X}\mathbf{\Sigma}^2 = -\mathbf{X}$ *y* $\mathbf{\Sigma}^2 = -\mathbf{I}$. *Por lo tanto, los autovalores de* $\mathbf{A}$ *son* $\pm j$. *Denotando la base ortonormal de los autovectores con autovalor* $+j$ *y* $-j$ *como* $\mathbf{X}_1$ *y* $\mathbf{X}_2$, *respectivamente, podemos*

escribir $\mathbf{A}\mathbf{X}_1 = j\mathbf{X}_1$, $\mathbf{A}\mathbf{X}_2 = -j\mathbf{X}_2$, *y entonces*

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{X}_1^H\left(\mathbf{A}^H\mathbf{A}\right)\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_1^H\mathbf{X}_2 \\ \left(\mathbf{X}_1^H\mathbf{A}^H\right)\left(\mathbf{A}\mathbf{X}_2\right) = \left(j\mathbf{X}_1\right)^H\left(-j\mathbf{X}_2\right) = -\mathbf{X}_1^H\mathbf{X}_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{X}_1^H\mathbf{X}_2 = \mathbf{0},$$

esto es, los autovectores de $\mathbf{A}$ *se pueden elegir de manera que formen una base ortonormal.* □

Propiedad C.1.4. *Cualquier matriz ortogonal y antisimétrica tiene orden impar y el mismo número de autovalores* $+j$ *y* $-j$.

Demostración. *Considerando las Propiedades C.1.2 y C.1.3, y teniendo en cuenta que la traza de una matriz es igual a la suma de sus autovalores, resulta evidente que una matriz ortogonal y antisimétrica ha de tener el mismo número de autovalores* $+j$ *y* $-j$, *y por lo tanto, su orden ha de ser par.* □

Propiedad C.1.5. *Cualquier par de matrices unitarias y antihermíticas con los mismos autovalores es unitariamente equivalente.*

Demostración. *Asumamos dos matrices antihermíticas* $\mathbf{A}_1$ *y* $\mathbf{A}_2$ *con los mismos autovalores. Escribiendo sus descomposiciones en autovalores como* $\mathbf{A}_1 = \mathbf{X}_1\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}_1^H$ *y* $\mathbf{A}_2 = \mathbf{X}_2\mathbf{\Sigma}\mathbf{X}_2^H$, *podemos demostrar que*

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}\mathbf{A}_2\mathbf{B}^H,$$

donde $\mathbf{B} = \mathbf{X}_1\mathbf{X}_2^H$ *es una matriz unitaria.* □

Propiedad C.1.6. *Cualquier par de matrices ortogonales y antisimétricas es ortogonalmente equivalente.*

Demostración. *Esto es una consecuencia directa de las Propiedades C.1.4 y C.1.5.* □

En otras palabras, la Propiedad C.1.6 asegura que existe un cambio de base ortonormal entre cualquier par de matrices ortogonales y antisimétricas.

C.2. Demostración de los Teoremas en el Apartado 8.3.1

La organización de este apartado es como sigue: en primer lugar se estudian las propiedades de las matrices de indeterminación $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$. Posteriormente, la condición de ambigüedad (8.2) se reescribe como un conjunto de ecuaciones lineales relacionando $\hat{\mathbf{H}}$ y $\mathbf{H}$, y se analizan los OSTBCs no identificables, lo que permite demostrar los Teoremas 8.3.2 y 8.3.3. Finalmente, el análisis de los códigos identificables permite demostrar los Teoremas 8.3.4 y 8.3.5.

C.2.1. Propiedades de la Matrices de Ambigüedad: Demostración del Teorema 8.3.1

En primer lugar se extiende la condición de ambigüedad (8.2) mostrando que la matriz ortogonal $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ debe ser además antisimétrica, es decir, $\mathbf{Q}^T(\mathbf{H}) = -\mathbf{Q}(\mathbf{H})$.

Lema C.2.1. *En sistemas OSTBC, el canal MIMO* $\mathbf{H}$ *se puede identificar hasta un escalado real y en base a los SOS, si y sólo si la igualdad*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}(\mathbf{H}), \tag{C.1}$$

no puede ser satisfecha para ninguna matriz ortogonal y antisimétrica $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *de dimensiones* $M' \times M'$.

Demostración. *Reescribiendo (8.2) como*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{h}}_j) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{h}_j)\mathbf{Q}(\mathbf{H}), \qquad j = 1, \ldots, n_R,$$

y multiplicando por la izquierda por $\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_j)$ *se obtiene*

$$\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_j)\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{h}}_j) = \|\mathbf{h}_j\|^2\mathbf{Q}(\mathbf{H}), \qquad j = 1, \ldots, n_R.$$

Teniendo en cuenta que $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{h}_j) = [\tilde{\mathbf{w}}_1(\mathbf{h}_j) \cdots \tilde{\mathbf{w}}_{M'}(\mathbf{h}_j)]$ *y* $\tilde{\mathbf{w}}_k(\mathbf{h}_j) = \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{h}}_j$*, podemos escribir el elemento* q_{kl} *en la* k*-ésima fila y* l*-ésima columna de* $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *como*

$$q_{kl} = \frac{\tilde{\mathbf{w}}_k^T(\mathbf{h}_j)\tilde{\mathbf{w}}_l(\hat{\mathbf{h}}_j)}{\|\mathbf{h}_j\|^2} = \frac{\tilde{\mathbf{h}}_j^T \tilde{\mathbf{C}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_l \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_j}{\|\mathbf{h}_j\|^2}, \qquad j = 1, \ldots, n_R,$$

y dado que, para $k \neq l$*,* $\tilde{\mathbf{C}}_k^T \tilde{\mathbf{C}}_l = -\tilde{\mathbf{C}}_l^T \tilde{\mathbf{C}}_k$ *(ver Propiedad 6.3.2), la ecuación anterior implica*

$$q_{kl} = \begin{cases} \frac{\tilde{\mathbf{h}}_j^T \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_j}{\|\mathbf{h}_j\|^2} & k = l, \\ -q_{lk} & k \neq l, \end{cases} \qquad j = 1, \ldots, n_R.$$

Por lo tanto, se puede demostrar de manera sencilla que $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *se puede escribir como*

$$\mathbf{Q}(\mathbf{H}) = \alpha \mathbf{I} + \sqrt{1-\alpha^2}\mathbf{Q}^{\perp}(\mathbf{H}),$$

donde $\alpha = \tilde{\mathbf{h}}_j^T \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_j / \|\mathbf{h}_j\|^2$*,* $j = 1, \ldots, n_R$*, y* $\mathbf{Q}^{\perp}(\mathbf{H})$ *es una matriz ortogonal y antisimétrica. Así, (8.2) proporciona*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}) = \alpha \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) + \sqrt{1-\alpha^2}\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}^{\perp}(\mathbf{H}),$$

lo que implica que, asumiendo $\hat{\mathbf{H}} \neq \pm\mathbf{H}$*, es decir,* $\alpha \neq \pm 1$*, podemos encontrar un canal* $\mathbf{H}^{\perp} = \frac{\hat{\mathbf{H}} - \alpha \mathbf{H}}{\sqrt{1-\alpha^2}}$ *tal que*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}^{\perp}) = \tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}^{\perp}(\mathbf{H}).$$

En otras palabras, podemos asumir, sin pérdida de generalidad, que en (8.2) la matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *es ortogonal y antisimétrica, y* $\hat{\mathbf{H}}$ *satisface* $\tilde{\mathbf{h}}_j^T \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_j = 0$ *para* $j = 1, \ldots, n_R$*.* □

La combinación del Lema C.2.1 y la Propiedad C.1.4 proporciona la demostración del Teorema 8.3.1.

Demostración (Teorema 8.3.1). *El teorema se demuestra por reducción al absurdo. Asumamos que, para un OSTBC con un número impar de símbolos reales de información (*M' *impar), el canal no se puede identificar sin ambigüedad. Entonces, el Lema C.2.1 asegura la existencia de una matriz ortogonal y antisimétrica* $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$ *de dimensiones* $M' \times M'$*, la cual relaciona los canales equivalentes* $\tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}})$ *y* $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})$*. A partir de la Propiedad C.1.4 sabemos que no existen matrices ortogonales y antisimétricas de orden* M' *impar, y por lo tanto el canal MIMO puede ser identificado con la única ambigüedad de un escalar real.* □

C.2.2. OSTBCs No Identificables: Demostración de los Teoremas 8.3.2 y 8.3.3

En este apartado se estudian las condiciones de ambigüedad en el caso de OSTBCs no identificables (ver Definición 8.3.2). Comenzaremos teniendo en cuenta $\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H}) = \left[\tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_1) \cdots \tilde{\mathbf{W}}^T(\mathbf{h}_{n_R})\right]^T$ y $\tilde{\mathbf{w}}_k(\mathbf{h}_j) = \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\mathbf{h}}_j$, lo que se puede emplear para reescribir la relación en (C.1) como

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_{M'} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_{M'} \end{bmatrix} \hat{\tilde{\mathbf{H}}}, \tag{C.2}$$

donde $\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H})^T & \Im(\mathbf{H})^T \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})} \in \mathbb{R}^{2LM' \times 2LM'}$ es una matriz ortogonal y antisimétrica con bloques de tamaño $2L \times 2L$ dados por

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})} = \begin{bmatrix} q_{11}\mathbf{I} & \cdots & q_{1M'}\mathbf{I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{M'1}\mathbf{I} & \cdots & q_{M'M'}\mathbf{I} \end{bmatrix},$$

y q_{kl} son los elementos de $\mathbf{Q}(\mathbf{H})$. Además, considerando la estructura de las matrices $\tilde{\mathbf{C}}_k$ y $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})}$, (C.2) equivale a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} \mathbf{H} = \mathbf{P}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{H}}, \tag{C.3}$$

donde $\mathbf{P}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})} \in \mathbb{R}^{LM' \times LM'}$ es una matriz real por bloques, con bloques de tamaño $L \times L$, definida de manera análoga a $\tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{Q}(\mathbf{H})}$.

Asumiendo un código no identificable, la indeterminación anterior se ha de satisfacer incluso para canales $\mathbf{H}$ completos en rango de filas ($n_R \geq n_T$), lo que permite reescribir la estima del canal como $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\mathbf{H}$, siendo $\mathbf{U}$ una matriz unitaria. Así, (C.3) se puede reescribir como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_{\mathbf{Q}} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} \mathbf{U}. \tag{C.4}$$

Aquí es interesante notar que (C.4) constituye una condición necesaria y suficiente para la no identificabilidad de un OSTBC, lo cual se empleará posteriormente para demostrar el Teorema 8.3.4. Ahora, multiplicando (C.4) por la izquierda por $\left[\mathbf{C}_1^T \cdots \mathbf{C}_{M'}^T\right] \mathbf{P}_{\mathbf{Q}}^T$ podemos concluir que $\mathbf{U}$ es una matriz unitaria y antihermítica, lo que se puede explotar de manera directa para demostrar el Teorema 8.3.2.

Demostración (Teorema 8.3.2). *El teorema se demuestra por reducción al absurdo. Dado que* $\mathbf{P}_{\mathbf{Q}}$ *es una matriz real, y los OSTBCs reales vienen definidos por matrices de código reales* $\mathbf{C}_k \in \mathbb{R}^{L \times n_T}$, $k = 1, \ldots, M'$, *podemos concluir que, si un OSTBC real es no identificable, entonces existe una matriz ortogonal y antisimétrica* $\mathbf{U}$ *de dimensiones* $n_T \times n_T$. *A partir de la Propiedad C.1.4 sabemos que no existen matrices ortogonales y antisimétricas de orden impar, y por lo tanto, todos los códigos OSTBC reales con un número impar de antenas transmisoras son identificables.* □

Asumiendo M' par[1] y teniendo en cuenta que $\mathbf{Q}$ (y $\mathbf{P}_{\mathbf{Q}}$) es una matriz ortogonal y antisimétrica, la Propiedad C.1.6 implica

$$\mathbf{P}_{\mathbf{Q}} = \mathbf{P}_{\mathbf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{LM'/2} \\ \mathbf{I}_{LM'/2} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{T}}^T,$$

donde $\mathbf{P}_{\mathbf{T}}$ es una matriz por bloques y ortogonal. Así (C.4) se puede reescribir como

$$\mathbf{P}_{\mathbf{T}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{LM'/2} \\ \mathbf{I}_{LM'/2} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{T}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix} \mathbf{U},$$

y la Propiedad 6.3.4 implica que existe un OSTBC con matrices de código $\mathbf{B}_k$ ($k = 1, \ldots, M'$) de tamaño $L \times n_T$ obtenidas como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{M'} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_{\mathbf{T}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{M'} \end{bmatrix},$$

y que satisfacen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{M'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{LM'/2} \\ \mathbf{I}_{LM'/2} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{M'} \end{bmatrix} \mathbf{U},$$

o equivalentemente, para $k = 1, \ldots, M'/2$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= -\mathbf{B}_{k+M'/2}\mathbf{U}, \\ \mathbf{B}_k\mathbf{U} &= \mathbf{B}_{k+M'/2}. \end{aligned} \tag{C.5}$$

[1] El caso de M' impar ya ha quedado resuelto por el Teorema 8.3.1.

Aplicando ahora la Propiedad C.1.3 podemos escribir

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} \begin{bmatrix} j\mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -j\mathbf{I}_q \end{bmatrix} \mathbf{V}^H,$$

donde $\mathbf{V}$ es una matriz unitaria y $p + q = n_T$. Entonces, definiendo las matrices de código OSTBC $\mathbf{A}_k = \mathbf{B}_k\mathbf{V}$ (ver Propiedad 6.3.3), la ecuación (C.5) proporciona

$$\mathbf{A}_k \begin{bmatrix} j\mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -j\mathbf{I}_q \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{k+M'/2}, \qquad k = 1, \ldots, M'/2,$$

y descomponiendo estas matrices de código como $\mathbf{A}_k = [\mathbf{F}_k \quad \mathbf{G}_k]$, donde $\mathbf{F}_k$ y $\mathbf{G}_k$ son matrices de dimensiones $L \times p$ y $L \times q$, respectivamente, es sencillo demostrar que la condición de ortogonalidad $\mathbf{A}_k^H\mathbf{A}_l = -\mathbf{A}_l^H\mathbf{A}_k$ implica

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^H\mathbf{F}_l &= -\mathbf{F}_l^H\mathbf{F}_k, \\ \mathbf{G}_k^H\mathbf{G}_l &= -\mathbf{G}_l^H\mathbf{G}_k, \end{aligned}$$

para $k \neq l$ y $k, l = 1, \ldots, M'/2$. Análogamente, $\mathbf{A}_k^H\mathbf{A}_{l+M'/2} = -\mathbf{A}_{l+M'/2}^H\mathbf{A}_k$ implica

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^H\mathbf{F}_l &= \mathbf{F}_l^H\mathbf{F}_k, \\ \mathbf{G}_k^H\mathbf{G}_l &= \mathbf{G}_l^H\mathbf{G}_k, \end{aligned}$$

por lo que podemos concluir

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k^H\mathbf{F}_l &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{G}_k^H\mathbf{G}_l &= \mathbf{0}, \end{aligned}$$

para $k \neq l$ y $k, l = 1, \ldots, M'/2$. Ahora ya podemos demostrar el Teorema 8.3.3 de manera sencilla.

Demostración (Teorema 8.3.3). *Asumiendo un OSTBC no identificable y considerando, sin pérdida de generalidad, $p \geq q$, es fácil demostrar que las columnas de la matriz $\left[\mathbf{F}_1 \cdots \mathbf{F}_{M'/2}\right]$ definen una base ortogonal de un subespacio de dimensión $pM'/2$ en un espacio de dimensión L, lo que implica $M'/L \leq 2/p$. Finalmente, teniendo en cuenta $p \geq \left\lceil \frac{n_T}{2} \right\rceil$, se concluye que la tasa de transmisión de cualquier OSTBC no identificable satisface*

$$\frac{M'}{L} \leq \frac{2}{\left\lceil \frac{n_T}{2} \right\rceil}.$$

Por lo tanto, si la tasa satisface

$$\frac{M'}{L} > \frac{2}{\left\lceil \frac{n_T}{2} \right\rceil},$$

el OSTBC es identificable. □

C.2.3. OSTBCs Identificables: Demostración de los Teoremas 8.3.4 y 8.3.5

Comenzaremos este apartado presentando la demostración del Teorema 8.3.4, el cual extiende el resultado parcial en [Ammar02, Ammar06] para OSTBCs reales y un número impar de antenas transmisoras n_T.

Demostración (Teorema 8.3.4). *Para matrices de canal $\mathbf{H}$ completas en rango de filas, la condición de indeterminación en (C.1) se puede reescribir como (C.4), lo que implica que si una matriz de canal completa en rango de filas no se puede identificar de manera ciega, entonces el OSTBC es no identificable. Equivalentemente, si el OSTBC es identificable y el canal $\mathbf{H}$ es completo en rango de filas, entonces el canal se puede recuperar, con la única ambigüedad de un factor de escalado real, a partir de los SOS.* □

Ahora definiremos, para cada matriz $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{M' \times M'}$ ortogonal y antisimétrica, el subespacio $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}$ (y su complementario $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$) de canales MISO $\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel} \in \mathbb{R}^{2n_T \times 1}$ tales que existe una matriz de canal estimado $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}$ satisfaciendo

$$\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel})\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}), \qquad \tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel} \in \mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}.$$

Entonces, podemos introducir el siguiente lema:

Lema C.2.2. *Si la proyección de un canal MISO $\tilde{\mathbf{h}} \in \mathbb{R}^{2n_T \times 1}$ sobre el subespacio $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ no es nula, entonces no podemos encontrar un canal estimado $\hat{\tilde{\mathbf{h}}}$ satisfaciendo la condición de ambigüedad $\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}})\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}})$.*

Demostración. *El lema se demuestra por reducción al absurdo. Escribiendo $\tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel} + \tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ en base a sus proyecciones sobre $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}$ y $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\perp}$ obtenemos*

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}})\mathbf{Q} &= \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}),\\
\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel} + \tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{Q} &= \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}),\\
\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel})\mathbf{Q} + \tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{Q} &= \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}),\\
\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{Q} &= \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}) - \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}),\\
\tilde{\mathbf{W}}(\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp})\mathbf{Q} &= \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\tilde{\mathbf{h}}} - \hat{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}), \qquad \#
\end{aligned}$$

lo cual no es posible debido a que $\tilde{\mathbf{h}}_{\mathbf{Q}}^{\perp} \notin \mathcal{G}_{\mathbf{Q}}^{\parallel}$. □

En base al lema anterior, y asumiendo canales aleatorios con distribución Gaussiana, se puede demostrar el Teorema 8.3.5:

Demostración (Teorema 8.3.5). *Supongamos un OSTBC identificable y un canal $\mathbf{H}$ tal que el problema de estima ciega de canal a partir de SOS da lugar a una multiplicidad $P > 1$. Esto implica la existencia de $P-1$ canales $\hat{\mathbf{H}}^{(k)}$ y matrices $\mathbf{Q}_k$ ortogonales y antisimétricas tales que*

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{H})\mathbf{Q}_k = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{H}}^{(k)}), \qquad k = 1, \ldots, P-1.$$

Supongamos que al añadir una nueva antena receptora la multiplicidad no decrece. Entonces, el nuevo canal MISO $\mathbf{h}_{n_R+1}$ ha de satisfacer

$$\tilde{\mathbf{W}}(\mathbf{h}_{n_R+1})\mathbf{Q}_k = \tilde{\mathbf{W}}(\hat{\mathbf{h}}_{n_R+1}^{(k)}), \qquad k = 1, \ldots, P-1,$$

para $P-1$ nuevas estimas $\hat{\mathbf{h}}_{n_R+1}^{(k)}$, lo que, teniendo en cuenta el Lema C.2.2 equivale a

$$\tilde{\mathbf{h}}_{n_R+1} \in \mathcal{G}_{\mathbf{Q}_k}^{\parallel}, \qquad k = 1, \ldots, P-1. \tag{C.6}$$

Asumiendo un OSTBC identificable, sabemos que $\mathcal{G}_{\mathbf{Q}_k}^{\perp} \neq \emptyset$, por lo que, si $\tilde{\mathbf{h}}_{n_R+1}$ es un vector aleatorio con distribución Gaussiana y matriz de correlación $E[\tilde{\mathbf{h}}_{n_R+1}\tilde{\mathbf{h}}_{n_R+1}^T]$ completa en rango, la probabilidad de $\tilde{\mathbf{h}}_{n_R+1} \in \mathcal{G}_{\mathbf{Q}_k}^{\parallel}$ es cero, y por lo tanto, la multiplicidad decrecerá con probabilidad uno. □

Finalmente, debemos tener en cuenta que los resultados del Teorema 8.3.5 suceden con probabilidad uno. Es decir, existen casos degenerados, los cuales forman un conjunto de medida cero, para los que la propiedad de identificabilidad del OSTBC no asegura la reducción de la multiplicidad al añadir una nueva antena receptora. Dichos casos se corresponden con canales MISO que satisfacen la condición en (C.6).

Apéndice D

Publicaciones

Los resultados presentados en esta Tesis han dado lugar a la siguiente lista de publicaciones.

D.1. Capítulo en un Libro

[1] J. Vía, I. Santamaría y J. Ibáñez. "Blind channel estimation in single and multiuser space-time block coded systems" (En preparación). *Handbook of advancements in smart antenna technologies for wireless networks*, a publicar por Idea Group Inc., USA, 2008.

D.2. Revistas Internacionales

[2] J. Vía, A. Sezgin, A. J. Paulraj e I. Santamaría. "Code diversity for blind channel estimation in general MIMO-STBC systems". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications (En revisión)*, abril 2007.

[3] J. Vía, I. Santamaría y D. Ramírez. "A comparison of blind channel estimation techniques for space-time block coded transmissions". *IEEE Transactions on Signal Processing (En revisión)*, enero 2007.

[4] D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González, L. Castedo y J. M. Torres-Royo. "A comparative study of STBC transmissions at 2.4 ghz over indoor channels using a 2x2 MIMO testbed". *Wireless Communications and Mobile Computing (Aceptado para publicación)*, diciembre 2006.

[5] J. Vía e I. Santamaría. "On the blind identifiability of orthogonal space-time block codes from second order statistics". *IEEE Transactions on Information Theory (En segunda revisión)*, abril 2006.

[6] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Deterministic CCA-based algorithms for blind equalization of FIR-MIMO channels". *IEEE Transactions on Signal Processing (Aceptado para publicación)*, 2007.

[7] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A learning algorithm for adaptive canonical correlation analysis of several data sets". *Neural Networks*, tomo 20, nº 1, páginas 139–152, enero 2007.

[8] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Effective channel order estimation based on combined identification/equalization". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 9, páginas 3518–3526, septiembre 2006.

D.3. Congresos Internacionales

[9] J. Vía, I. Santamaría, A. Sezgin y A. J. Paulraj. "SOS-based blind channel estimation in multiuser space-time block coded systems". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2007) (Enviado)*. Poznan, Poland, septiembre 2007.

[10] J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González, L. Castedo, D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía y J. M. Torres-Royo. "Performance of STBC transmissions with real data". En *16th IST Mobile & Wireless Communications Summit*. Budapest, Hungary, julio 2007.

[11] J. Vía, I. Santamaría, A. Sezgin y A. J. Paulraj. "SOS-based blind channel estimation under space-time block coded transmissions". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2007)*. Helsinki, Finland, junio 2007.

[12] J. Vía e I. Santamaría. "Some results on the blind identifiability of orthogonal space-time block codes from second order statistics". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2007)*. Honolulu, Hawaii, USA, abril 2007.

[13] I. Santamaría y J. Vía. "Estimation of the magnitude squared coherence spectrum based on reduced-rank canonical coordinates". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2007)*. Honolulu, Hawaii, USA, abril 2007.

[14] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Blind identification of MIMO-OSTBC channels combining second and higher order statistics". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006)*. Florence, Italy, septiembre 2006.

[15] D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía, A. Tazón, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González y L. Castedo. "A flexible testbed for the rapid prototyping of MIMO baseband modules". En *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS 2006)*. Valencia, Spain, septiembre 2006.

[16] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A sufficient condition for blind identifiability of MIMO-OSTBC channels based on second order statistics". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2006)*. Cannes, France, julio 2006.

[17] J. Vía, I. Santamaría, J. Pérez y D. Ramírez. "Blind decoding of MISO-OSTBC systems based on principal component analysis". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2006)*. Toulouse, France, mayo 2006.

[18] D. Han, J. Príncipe, L. Yang, I. Santamaría y J. Vía. "Robust blind SIMO channel estimation using Adatron". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2006)*. Toulouse, France, mayo 2006.

[19] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Canonical correlation analysis (CCA) algorithms for multiple data sets: Application to blind SIMO equalization". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2005)*. Antalya, Turky, septiembre 2005.

[20] J. Vía e I. Santamaría. "CCA based algorithms for blind equalization of FIR MIMO systems". En *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP 2005)*. Bordeaux, France, julio 2005.

[21] J. Vía e I. Santamaría. "Adaptive blind equalization of SIMO systems based on canonical correlation analysis". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2005)*. New York, USA, junio 2005.

[22] D. Han, J. Príncipe, L. Yang, I. Santamaría y J. Vía. "Structural risk minimization for robust blind identification of sparse SIMO channels". En *Proc. of IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2005)*. New York, USA, junio 2005.

[23] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A robust RLS algorithm for adaptive canonical correlation analysis". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2005)*. Philadelphia, USA, marzo 2005.

D.4. Congresos Nacionales

[24] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Estima ciega de canal en sistemas MIMO-OSTBC basada en correlation matching". En *XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2006)*. Oviedo, España, septiembre 2006.

[25] D. Ramírez, J. Pérez, J. Vía, A. Tazón, I. Santamaría, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, M. González, H. Pérez-Iglesias y L. Castedo. "Plataforma hardware para el desarrollo de sistemas MIMO". En *XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2006)*. Oviedo, España, septiembre 2006.

Índice de Figuras

1.1. Sistema de múltiples entradas y salidas (MIMO). 10
1.2. Modelo SIMO (*single-input multiple-output*). 14
1.3. Identificación ciega LS de un sistema SIMO sin ruido. 15

2.1. Arquitectura de la red CCA. Formulación clásica basada en PCA. 27
2.2. Arquitectura de la red CCA. Formulación propuesta. 28
2.3. Función de coste de Huber modificada. 32
2.4. Algoritmos CCA adaptativos. Dos conjuntos de datos y una correlación canónica. . . . 35
2.5. Algoritmos CCA adaptativos. Dos conjuntos de datos y dos correlaciones canónicas. . 35
2.6. Algoritmos CCA adaptativos. Tres conjuntos de datos con columnas ortogonales. . . . 36
2.7. Algoritmos CCA adaptativos. Tres conjuntos de datos con columnas correladas. 37
2.8. Convergencia del algoritmo CCA-RLS. 38
2.9. Algoritmo CCA-RLS. Efecto del factor de olvido exponencial. $\rho^{(1)} = 0.9$. 38
2.10. Algoritmo CCA-RLS. Efecto del factor de olvido exponencial. $\rho^{(1)} = 0.7$. 39

3.1. Respuesta al impulso del canal MIMO de tiempo continuo. 49
3.2. Rendimiento de las técnicas SIMO frente al número de observaciones. 50
3.3. Rendimiento de las técnicas SIMO frente a la longitud de los igualadores. 51
3.4. Rendimiento de las técnicas SIMO frente al número de antenas receptoras. 52
3.5. Convergencia de los algoritmos de igualación SIMO adaptativos. 52
3.6. Convergencia del algoritmo de igualación SIMO y su versión modificada. 53
3.7. Evolución de la no-linealidad en el algoritmo modificado para la igualación SIMO. . . 53
3.8. Rendimiento de las técnicas de igualación ciega MIMO. Canal MIMO simulado. 54
3.9. Rendimiento de las técnicas de igualación ciega MIMO. Canal MIMO real. 55
3.10. Rendimiento de las técnicas de igualación ciega frente al número de observaciones. . . 56
3.11. Rendimiento de las técnicas de igualación ciega frente a la longitud de los igualadores. 56
3.12. Rendimiento del algoritmo de igualación MIMO. Orden del canal estimado. 57
3.13. Convergencia de los algoritmos adaptativos de igualación ciega de canales MIMO-FIR. 57

4.1. Estima e igualación ciega de canales SIMO. Efecto de la estima del orden. 67
4.2. Funciones densidad de probabilidad de las estimas del orden SIMO. 67
4.3. Probabilidad de estima correcta del orden efectivo del canal SIMO. 68
4.4. MSE tras la estima del orden e igualación ciega SIMO-FIR. Señales blancas. 68
4.5. MSE tras la estima del orden e igualación ciega SIMO-FIR. Señales coloreadas. 69
4.6. Respuesta al impulso de un canal SIMO con pequeñas colas. 69
4.7. MSE tras la estima del orden e igualación ciega SIMO-FIR. Canal extendido. 70
4.8. MSE tras la estima del orden e igualación ciega. Canal SISO sobremuestreado. 70

7.1. Estima ciega de un canal MIMO-OSTBC. 93
7.2. Estima ciega de un canal MIMO-OSTBC. BER tras la detección. 94
7.3. Estima ciega de un canal MIMO-OSTBC. BER frente al número de bloques. 94
7.4. Estima ciega de un canal MIMO-OSTBC. Resultados en función del número de antenas receptoras. 95

9.1. Estima de canal MIMO-OSTBC con precodificación no redundante. 114
9.2. Estima de canal MIMO-OSTBC con precodificación no redundante. BER. 115
9.3. Estima de canal MIMO-OSTBC con precodificación no redundante. BER frente al número de bloques disponibles. 116
9.4. Estima de canal MIMO-QOSTBC con precodificación no redundante. 116
9.5. Estima de canal MIMO-QOSTBC con precodificación no redundante. BER. 117
9.6. Estima de canal MIMO-QOSTBC con precodificación no redundante. BER frente al número de bloques disponibles. 117
9.7. Estima de canal MIMO-OSTBC multiusuario con precodificación no redundante. BER tras la detección. 118
9.8. Estima de canal MIMO-QOSTBC para dos usuarios con precodificación no redundante. BER tras la detección. 119
9.9. Estima de canal MIMO-QOSTBC para cuatro usuarios con precodificación no redundante. BER tras la detección. 119
9.10. Estima de canal MIMO-OSTBC. Algoritmo APEX+CMA. 123
9.11. Algoritmo APEX+CMA. Evolución de las estimas del canal y la señal. 123
9.12. Algoritmo APEX+CMA. Rendimiento en canales Rayleigh. 124
9.13. Estima de canal MIMO-OSTBC mediante precodificación lineal y ajuste de la correlación. MSE en la estima de las señales. 127
9.14. Estima de canal MIMO-OSTBC mediante precodificación lineal y ajuste de la correlación. Efecto de los pesos sobre la estima de canal. 128
9.15. Estima de canal MIMO-OSTBC mediante precodificación lineal y ajuste de la correlación. Convergencia del algoritmo adaptativo. 128
9.16. Estima de canales MIMO-OSTBC mediante reducción de la tasa de transmisión. Umbrales teóricos en la SNR. 130
9.17. Estima de canales MIMO-OSTBC mediante reducción de la tasa de transmisión. Análisis de la capacidad ergódica. 131
9.18. Estima de canales MIMO-OSTBC mediante reducción de la tasa de transmisión. Efecto de los parámetros B y N. 132
9.19. Estima de canales MIMO-OSTBC mediante reducción de la tasa de transmisión. Canal LOS. 132
9.20. Estima de canales MIMO-OSTBC mediante reducción de la tasa de transmisión. Canal NLOS. 133

Índice de Tablas

2.1. Comparación de algoritmos CCA adaptativos. 35

3.1. Respuesta al impulso de un canal MIMO-FIR 2×4. 49
3.2. Respuesta al impulso de un canal SIMO-FIR 1×3 con $L = 7$. 52

4.1. Respuesta al impulso de un canal SIMO-FIR 1×3 con $L = 6$. 65

8.1. Características de identificabilidad para códigos OSTBC. 100
8.2. Características de identificabilidad para códigos QOSTBC. 101
8.3. Identificabilidad OSTBC. Explicación de los resultados. 104
8.4. Identificabilidad de OSTBCs reales con canales reales. 105

9.1. Identificabilidad QOSTBC con precodificación no redundante. 113
9.2. Tasas de transmisión efectivas. Estima ciega y pilotos. 132

Índice de Algoritmos

2.1. Algoritmo CCA-MAXVAR basado en el RLS. 31
3.1. Algoritmo de igualación ciega MIMO-FIR basado en CCA. 47
4.1. Algoritmo para la estima del orden de canales SIMO. 64
9.1. Algoritmo APEX+CMA para canales MIMO-OSTBC. 121
A.1. Algoritmo CCA-MINVAR basado en el RLS. 142

Bibliografía

[Afkhamie00] K. H. Afkhamie y Z.-Q. Luo. "Blind identification of FIR systems driven by markov-like input signals". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 48, nº 6, páginas 1726–1736, junio 2000.

[Akaike74] H. Akaike. "A new look at the statistical model identification". *IEEE Transactions on Automatic Control*, tomo 19, nº 6, páginas 716–723, diciembre 1974.

[Alamouti98] S. Alamouti. "A simple transmit diversity technique for wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 45, nº 9, páginas 1451–1458, 1998.

[Alberge06] F. Alberge, M. Nikolova y P. Duhamel. "Blind identification/equalization using deterministic maximum likelihood and a partial prior on the input". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 2, páginas 724–737, febrero 2006.

[Ammar02] N. Ammar y Z. Ding. "On blind channel identifiability under space-time coded transmission". En *Proc. Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Pacific Grove, California, noviembre 2002.

[Ammar06] N. Ammar y Z. Ding. "Channel identifiability under orthogonal space-time coded modulations without training". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, tomo 5, nº 5, páginas 1003–1013, mayo 2006.

[Ammar07] N. Ammar y Z. Ding. "Blind channel identifiability for generic linear space-time block codes". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 55, nº 1, páginas 202–217, enero 2007.

[An05a] S. An, Y. Hua, J. H. Manton y Z. Fang. "Group decorrelation enhanced subspace method for identifying FIR MIMO channels driven by unknown uncorrelated colored sources". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 53, nº 12, páginas 4429–4441, diciembre 2005.

[An05b] S. An, J. H. Manton y Y. Hua. "A sequential subspace method for blind identification of general FIR MIMO channels". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 53, nº 10, páginas 3906–3910, octubre 2005.

[Bach02] F. R. Bach y M. I. Jordan. "Kernel independent component analysis". *Journal of Machine Learning Research*, tomo 3, páginas 1–48, 2002.

[Barbarossa05] S. Barbarossa. *Multiantenna Wireless Communication Systems*. Artech House Publishers, 2005.

[Benveniste90] A. Benveniste, M. Métivier y P. Priouret. *Adaptive algorithms and stochastic approximations*. Springer-Verlag New York, Inc., NY, USA, 1990.

[Borga98] M. Borga. *Learning Multidimensional Signal Processing*. Tesis Doctoral, Linköping University, Linköping, Sweden, 1998.

[Budianu02] C. Budianu y L. Tong. "Channel estimation for space-time orthogonal block codes". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 50, nº 10, páginas 2515–2528, octubre 2002.

[Capon69] J. Capon. "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis". *Proceedings of the IEEE*, tomo 57, nº 8, páginas 1408–1418, agosto 1969.

[Cardoso98] J. Cardoso. "Blind signal separation: statistical principles". *Proceedings of the IEEE Special issue on blind identification and estimation*, tomo 9, nº 10, páginas 2009–2025, octubre 1998.

[Chan04] S. Chan y Y. Zou. "A recursive least M-Estimate algorithm for robust adaptive filtering in impulsive noise: Fast algorithm and convergence performance analysis". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 52, nº 4, páginas 975–991, abril 2004.

[Choi01] S. Choi y A. Cichocki. "Correlation matching approach to source separation in the presence of spatially correlated noise". En *Proceedings of Sixth International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA 2001)*, páginas 272–275. Kuala Lumpur, Malaysia, agosto 2001.

[Clarke68] R. Clarke. "A statistical theory of mobile radio reception". *Bell Systems Technical Journal*, tomo 47, páginas 957–1000, 1968.

[Clausen97] A. Clausen y D. Cochran. "An invariance property of the generalized coherence estimate". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 4, páginas 1065–1067, abril 1997.

[Clausen01] A. Clausen y D. Cochran. "Asymptotic analysis of the generalized coherence estimate". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, nº 1, páginas 45–53, enero 2001.

[Cochran95] D. Cochran, H. Gish y D. Sinno. "A geometric approach to multiple-channel signal detection". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 43, nº 9, páginas 2049–2057, septiembre 1995.

[Comon91] P. Comon, C. Jutten y J. Herault. "Blind separation of sources, part II: Problem statement". *Signal Processing*, tomo 24, páginas 11–21, 1991.

[Damen00] O. Damen, A. Chkeif y J. Belfiore. "Lattice code decoder for space-time codes". *IEEE Communications Letters*, tomo 4, nº 5, páginas 161–163, mayo 2000.

[Diamantaras96] K. I. Diamantaras y S. Y. Kung. *Principal Component Neural Networks, Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 1996.

[Diggavi04] S. N. Diggavi, N. A. Dhair, A. Stamoulis y A. R. Claderbank. "Great expectations: The value of spatial diversity in wireless networks". *Proceedings of the IEEE*, tomo 92, nº 2, páginas 219–270, febrero 2004.

[Ding01] Z. Ding y Y. Li. *Blind Equalization and Identification*. Marcel Dekker, New York, 2001.

[Dogandzic02] A. Dogandzic y A. Nehorai. "Finite-length MIMO equalization using canonical correlation analysis". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo SP-50, páginas 984–989, abril 2002.

[Dogandzic03] A. Dogandzic y A. Nehorai. "Generalized multivariate analysis of variance; a unified framework for signal processing in correlated noise". *IEEE Signal Processing Magazine*, tomo 20, páginas 39–54, septiembre 2003.

[Fang06a] J. Fang, A. R. Leyman y Y. H. Chew. "Blind equalization of SIMO FIR channels driven by colored signals with unknown statistics". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 6, páginas 1998–2008, junio 2006.

[Fang06b] J. Fang, A. R. Leyman y Y. H. Chew. "Blind MIMO FIR channel identification by exploiting channel order disparity". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2006)*. Toulouse, France, mayo 2006.

[Fasano06] A. Fasano y S. Barbarossa. "Information lossless full-rate full-diversity trace-orthogonal space-time codes". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2006)*. Cannes, France, julio 2006.

[Fincke85] U. Fincke y M. Pohst. "Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis". *Mathematics of Computation*, tomo 44, páginas 463–471, abril 1985.

[Foschini96] G. J. Foschini. "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas". *Bell Labs Technical Journal*, tomo 1, páginas 41–59, 1996.

[Foschini98] G. Foschini y M. Gans. "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas". *Wireless Personal Communications*, tomo 6, páginas 311–335, 1998.

[Friman03] O. Friman, M. Borga, P. Lundberg y H. Knutsson. "Adaptive analysis of fMRI data". *NeuroImage*, tomo 19, nº 3, páginas 837–845, 2003.

[Gamal03] H. E. Gamal y M. Damen. "Universal space-time coding". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 49, nº 5, páginas 1097–1119, mayo 2003.

[Ganesan00] G. Ganesan y P. Stoica. "Space-time diversity". En *Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications - Volume II, Trends in Single- and Multi-User Systems*, páginas 59–88. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

[Ganesan02] G. Ganesan y P. Stoica. "Differential modulation using space-time block codes". *IEEE Signal Processing Letters*, tomo 9, nº 2, páginas 57–60, febrero 2002.

[García-Naya07] J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González, L. Castedo, D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía y J. M. Torres-Royo. "Performance of STBC transmissions with real data". En *16th IST Mobile & Wireless Communications Summit*. Budapest, Hungary, julio 2007.

[Gardner91] W. A. Gardner. "Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals". *IEEE Signal Processing Magazine*, tomo 8, páginas 14–36, abril 1991.

[Gazzah02] H. Gazzah, P. A. Regalia, J.-P. Delmas y K. Abed-Meraim. "A blind multichannel identification algorithm robust to order overestimation". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 50, nº 6, páginas 1449–1458, junio 2002.

[Gazzah06] H. Gazzah. "Optimum blind multichannel equalization using the linear prediction algorithm". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 8, páginas 3242–3247, agosto 2006.

[Geramita79] A. V. Geramita y J. Seberry. *Orthogonal Designs: Quadratic forms and Hadamard Matrices (Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics)*, tomo 45. Marcel Dekker, New York, 1979.

[Gesbert97] D. Gesbert, P. Duhamel y S. Mayrargue. "On-line blind multichannel equalization based on mutually referenced filters". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 9, páginas 2307–2317, septiembre 1997.

[Gesbert03] D. Gesbert, M. Shafi, D.-S. Shiu, P. J. Smith y A. Naguib. "From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 21, nº 3, páginas 281–302, 2003.

[Ghartey06] K. Ghartey, A. Papandreou-Suppappola y D. Cochran. "Time-varying techniques for multisensor signal detection". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 9, páginas 3353–3362, septiembre 2006.

[Giannakis97a] G. Giannakis y S. Halford. "Asymptotically optimal blind fractionally-spaced channel estimation and performance analysis". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, páginas 1815–1830, julio 1997.

[Giannakis97b] G. Giannakis y S. Halford. "Blind fractionally spaced equalization of noisy FIR channels: Direct and adaptive solutions". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 9, páginas 2277–2292, septiembre 1997.

[Giannakis99] G. B. Giannakis y C. Tepedelenlioglu. "Direct blind equalizers of multiple FIR channels: A deterministic approach". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 47, páginas 62–74, enero 1999.

[Giannakis01] G. B. Giannakis, Y. Hua, P. Stoica y L. Tong. *Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications, Volume I: Trends in Channel Estimation and Equalization*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA, 2001.

[Gifi90] A. Gifi. *Nonlinear Multivariate Analysis*. Chichester: Wiley, 1990.

[Godard80] D. Godard. "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems". *IEEE Transactions on Communications*, tomo 28, nº 11, páginas 1867–1875, noviembre 1980.

[Golden99] G. D. Golden, C. J. Foschini, R. A. Valenzuela y P. W. Wolniansky. "Detection algorithm and initial laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture". *Electronics Letters*, tomo 35, nº 1, páginas 14–16, enero 1999.

[Gorokhov96] A. Gorokhov, P. Loubaton y E. Moulines. "Second order blind equalization in multiple input multiple output FIR systems: A weighted least squares approach". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 1996)*, tomo 5, páginas 2415–2418. marzo 1996.

[Gorokhov97] A. Gorokhov y P. Loubaton. "Subspace based techniques for blind separation of convolutive mixtures with temporally correlated sources". *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, tomo 44, páginas 813–820, septiembre 1997.

[Gorokhov99] A. Gorokhov y P. Loubaton. "Blind identification of MIMO-FIR systems: a generalized linear prediction approach". *Signal Processing*, tomo 73, páginas 105–124, febrero 1999.

[Gou04] Z. Gou y C. Fyfe. "A canonical correlation neural network for multicollinearity and functional data". *Neural Networks*, tomo 17, nº 2, páginas 285–293, marzo 2004.

[Gurelli95] M. I. Gurelli y C. L. Nikias. "EVAM: An eigenvector-based algorithm for multichannel blind deconvolution of input colored signals". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 43, nº 1, páginas 134–149, enero 1995.

[Hardoon04] D. R. Hardoon, S. Szedmak y J. Shawe-Taylor. "Canonical correlation analysis; an overview with application to learning methods". *Neural Computation*, tomo 16, nº 12, páginas 2639–2664, diciembre 2004.

[Hassibi02] B. Hassibi y B. M. Hochwald. "High-rate codes that are linear in space and time". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 48, nº 7, páginas 1804–1824, 2002.

[Hassibi03] B. Hassibi y B. M. Hochwald. "How much training is needed in multiple-antenna wireless links?" *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 49, nº 4, páginas 951–963, abril 2003.

[Haykin94] S. Haykin. *Blind Deconvolution*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994.

[Haykin00] S. Haykin. *Unsupervised Adaptive Filtering. Vol I: Blind Source Separation*. John Wiley, New York, 2000.

[Heath02] R. W. Heath y A. J. Paulraj. "Linear dispersion codes for MIMO systems based on frame theory". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 50, nº 10, páginas 2429–2441, octubre 2002.

[Henkel05] O. Henkel. "Sphere packing bounds in the grassmann and stiefel manifolds". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 51, nº 10, páginas 3445–3456, octubre 2005.

[Hochwald00a] B. Hochwald y T. Marzetta. "Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 46, nº 2, páginas 543–564, marzo 2000.

[Hochwald00b] B. Hochwald, T. Marzetta, T. Richardson, W. Sweldens y R. Urbanke. "Systematic design of unitary space-time constellations". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 46, nº 6, páginas 1962–1973, septiembre 2000.

[Hochwald00c] B. Hochwald y W. Sweldens. "Differential unitary space-time modulation". *IEEE Transactions on Communications*, páginas 2041–2052, diciembre 2000.

[Horn85] R. A. Horn y C. R. Johnson. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1985.

[Horst61a] P. Horst. "Generalized canonical correlations and their applications to experimental data". *Journal of Clinical Psychology*, tomo 17, nº 4, páginas 331–347, octubre 1961.

[Horst61b] P. Horst. "Relations among m sets of measures". *Psychometrica*, tomo 26, nº 2, páginas 129–149, 1961.

[Hotelling36] H. Hotelling. "Relations between two sets of variates". *Biometrika*, tomo 28, páginas 321–377, 1936.

[Hsieh00] W. W. Hsieh. "Nonlinear canonical correlation analysis by neural networks". *Neural Networks*, tomo 13, nº 10, páginas 1095–1105, 2000.

[Hua96] Y. Hua. "Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 44, nº 3, páginas 661–672, marzo 1996.

[Hua01] Y. Hua, M. Nikpour y P. Stoica. "Optimal reduced-rank estimation and filtering". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, nº 3, páginas 457–469, marzo 2001.

[Hua03] Y. Hua, S. An y Y. Xi. "Blind identification of FIR MIMO channels by decorrelating subchannels". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 51, páginas 1143–1155, mayo 2003.

[Hughes00] B. L. Hughes. "Differential space-time modulation". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 46, nº 7, páginas 2567–2578, noviembre 2000.

[Hyvärinen97] A. Hyvärinen y E. Oja. "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis". *Neural Computation*, tomo 9, nº 7, páginas 1483–1492, 1997.

[Hyvärinen01] A. Hyvärinen, J. Karhunen y E. Oja. *Independent Component Analysis*. Wiley Interscience, 2001.

[Jafarkhani01] H. Jafarkhani y V. Tarokh. "Multiple transmit antenna differential detection from generalized orthogonal designs". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 47, nº 6, páginas 2626–2631, 2001.

[Jafarkhani05] H. Jafarkhani. *Space-Time Coding: Theory and Practice*. Cambridge University Press, 2005.

[Jaldén03] J. Jaldén, C. Martin y B. Ottersten. "Semidefinite programming for detection in linear systems – optimality conditions and space-time decoding". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2003)*, tomo 4, páginas 9–12. abril 2003.

[Kettenring71] J. R. Kettenring. "Canonical analysis of several sets of variables". *Biometrika*, tomo 58, nº 3, páginas 433–451, 1971.

[Kotoulas06] D. Kotoulas, P. Koukoulas y N. Kalouptsidis. "Subspace projection based blind channel order estimation of MIMO systems". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 4, páginas 1351–1363, abril 2006.

[Lai99] P. L. Lai y C. Fyfe. "A neural network implementation of canonical correlation analysis". *Neural Networks*, tomo 12, nº 10, páginas 1391–1397, diciembre 1999.

[Lai00] P. L. Lai y C. Fyfe. "Kernel and nonlinear canonical correlation analysis". *International Journal of Neural Systems*, tomo 10(5), páginas 365–377, 2000.

[Larsson03a] E. Larsson, P. Stoica y J. Li. "Orthogonal space-time block codes: Maximum likelihood detection for unknown channels and unstructured interferences". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 51, nº 2, páginas 362–372, febrero 2003.

[Larsson03b] E. G. Larsson, P. Stoica y G. Ganesan. *Space-Time Block Coding for Wireless Communications*. Cambridge University Press, New York, USA, 2003.

[Larsson04a] E. G. Larsson. "Constellation randomization (CoRa) for outage performance improvement on MIMO channels". En *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, páginas 386–390. Dallas, USA, noviembre 2004.

[Larsson04b] E. G. Larsson. "Improving the frame-error-rate of spatial multiplexing in block fading by randomly rotating the signal constellation". *IEEE Communications Letters*, tomo 8, nº 8, páginas 514–516, agosto 2004.

[Li96] Y. Li y K. J. R. Liu. "Fast blind adaptive algorithms for equalization and diversity reception in wireless communications using antenna arrays". Informe técnico, Inst. for Syst. Res., Univ. of Maryland at College Park, mayo 1996.

[Li97] Y. Li y K. J. R. Liu. "Blind adaptive spatial-temporal equalization algorithms for wireless communications using antenna arrays". *IEEE Communication Letters*, tomo 1, páginas 25–27, enero 1997.

[Li98] Y. Li y K. J. R. Liu. "Adaptive source separation and equalization for multiple-input/multiple-output systems". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 44, páginas 2864–2876, noviembre 1998.

[Liang03] X.-B. Liang. "Orthogonal designs with maximal rates". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 49, nº 10, páginas 2468–2503, 2003.

[Liavas99a] A. P. Liavas, P. A. Regalia y J. P. Delmas. "Blind channel approximation: Effective channel order determination". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 47, nº 12, páginas 3336–3344, 1999.

[Liavas99b] A. P. Liavas, P. A. Regalia y J. P. Delmas. "Robustness of least-squares and subspace methods for blind channel identification/equalization with respect to effective channel undermodeling/overmodeling". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 47, páginas 1636–1645, junio 1999.

[Liavas00] A. P. Liavas, P. A. Regalia y J. P. Delmas. "On the robustness of the linear prediction method for blind channel identification with respect to effective channel undermodeling/overmodeling". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 48, páginas 1477–1481, mayo 2000.

[Liavas01] A. P. Liavas y P. A. Regalia. "On the behavior of information theoretic criteria for model order selection". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, páginas 1689–1695, agosto 2001.

[Lindskog00] E. Lindskog y A. Paulraj. "A transmit diversity scheme for channels with intersymbol interference". En *Proc. IEEE Int. Conf. Communication (ICC)*, páginas 307–311. New Orleans, USA, junio 2000.

[Liu94] H. Liu y G. Xu. "A deterministic approach to blind symbol estimation". *IEEE Signal Processing Letters*, tomo 1, páginas 205–208, diciembre 1994.

[Liu98] H. Liu y G. Giannakis. "Deterministic approaches for blind equalization of time-varying channels with antenna arrays". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 46, páginas 3003–3013, noviembre 1998.

[Liu99] Z. Liu, G. Giannakis, A. Scaglione y S. Barbarossa. "Decoding and equalization of unknown multipath channels based on block precoding and transmit-antenna diversity". En *Proc. 33rd Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers*, tomo 2, páginas 1557–1561. 1999.

[Liu01a] Z. Liu, G. Giannakis, S. Barbarossa y A. Scaglione. "Transmit-antenna space-time block coding for generalized OFDM in the presence of unknown multipath". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 19, nº 7, páginas 1352–1364, julio 2001.

[Liu01b] Z. Liu, G. Giannakis, B. Muquet y S. Zhou. "Space-time coding for broadband wireless communications". *Proceedings of the IEEE*, tomo 1, nº 1, páginas 35–53, 2001.

[Liu03] J. Liu, A. P. Iserte y M. A. Lagunas. "Blind separation of OSTBC signals using ICA neural networks". En *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT 2003)*. Darmstadt, Germany, diciembre 2003.

[López-Valcarce01a] R. López-Valcarce y S. Dasgupta. "Blind channel equalization with colored sources based on second-order statistics: a linear prediction approach". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, nº 6, páginas 2050–2059, septiembre 2001.

[López-Valcarce01b] R. López-Valcarce, Z. Ding y S. Dasgupta. "Blind equalization of nonlinear channels from second-order statistics". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, nº 12, páginas 3084–3097, diciembre 2001.

[López-Valcarce01c] R. López-Valcarce, Z. Ding y S. Dasgupta. "Equalization and interference cancellation in linear multiuser systems based on SOS". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 49, nº 9, páginas 2042–2049, septiembre 2001.

[Ma00] C. T. Ma, Z. Ding y S. F. Yau. "A two stage algorithm for MIMO blind deconvolution of colored input signals". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 48, nº 4, páginas 1187–1192, abril 2000.

[Ma03] X. Ma y G. B. Giannakis. "Full-diversity full-rate complex-field space-time coding". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 51, nº 11, páginas 2917–2930, noviembre 2003.

[Ma04] W. K. Ma, P. C. Ching, T. N. Davidson y B. N. Vo. "Blind symbol identifiability of orthogonal space-time block codes". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2004)*. Montreal, Canada, mayo 2004.

[Ma06] W. K. Ma, B. N. Vo, T. N. Davidson y P. C. Ching. "Blind ML detection of orthogonal space-time block codes: Efficient high-performance implementations". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 2, páginas 738–751, febrero 2006.

[Ma07] W.-K. Ma. "Blind ML detection of orthogonal space-time block codes: Identifiability and code construction". *to appear in IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007.

[Martin05] R. K. Martin y C. R. Johnson. "Adaptive equalization: Transitioning from single-carrier to multicarrier systems". *IEEE Signal Processing Magazine*, tomo 22, nº 6, páginas 108–122, noviembre 2005.

[Meraim97] K. A. Meraim, P. Loubaton y E. Moulines. "A subspace algorithm for certain blind identification problems". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 43, nº 3, páginas 499–511, marzo 1997.

[Michailidis98] G. Michailidis y J. de Leeuw. "The Gifi system of descriptive multivariate analysis". *Statistical Science*, tomo 13, nº 4, páginas 307–336, 1998.

[Moulines95] E. Moulines, P. Duhamel, J. F. Cardoso y S. Mayrargue. "Subspace-methods for the blind identification of multichannel FIR filters". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 43, páginas 516–525, febrero 1995.

[Naguib98] A. F. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri y A. R. Calderbank. "A space-time coding modem for high-data-rate wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 16, nº 8, páginas 1459–1478, octubre 1998.

[Naguib00] A. F. Naguib, N. Seshadri y A. R. Calderbank. "Increasing data rate over wireless channels". *IEEE Signal Processing Magazine*, tomo 17, nº 3, páginas 76–92, mayo 2000.

[Nowlan93] S. J. Nowlan y G. E. Hinton. "A soft decision-directed LMS algorithm for blind equalization". *IEEE Transactions on Communications*, tomo 41, nº 2, páginas 275–279, febrero 1993.

[Oja92] E. Oja. "Principal components, minor components, and linear neural networks". *Neural Networks*, tomo 5, nº 6, páginas 927–935, 1992.

[Papadias00] C. B. Papadias. "Blind separation of independent sources based on multiuser kurtosis optimization criteria". En *Unsupervised Adaptive Filtering, Vol II: Blind Deconvolution*, páginas 147–179. New York, 2000.

[Parzen67] E. Parzen. "On estimation of a probability density function and mode". *Time Series Analysis Papers*, 1967.

[Paulraj04] A. J. Paulraj, D. A. Gore, R. U. Nabar y H. Bölcskei. "An overview of MIMO communications - a key to gigabit wireless". *Proceedings of the IEEE*, tomo 92, nº 2, páginas 198–218, febrero 2004.

[Pérez06] H. J. Pérez, A. Dapena y J. A. García-Naya. "Using BSS algorithms in Alamouti space-time block coding schemes". En *Proceedings of 2006 ICA Research Network International Workshop*. Liverpool, United Kingdom, septiembre 2006.

[Pérez07] H. J. Pérez, A. Dapena, L. Castedo y V. Zarzoso. "Blind channel identification for Alamouti's coding systems based on eigenvector decomposition". En *European Wireless Conference*. Paris, France, abril 2007.

[Pezeshki03] A. Pezeshki, M. R. Azimi-Sadjadi y L. L. Scharf. "A network for recursive extraction of canonical coordinates". *Neural Networks*, tomo 16, nº 5-6, páginas 801–808, junio 2003.

[Pezeshki05] A. Pezeshki, L. L. Scharf, M. R. Azimi-Sadjadi y Y. Hua. "Two-channel constrained least squares problems: solutions using power methods and connections with canonical coordinates". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 53, páginas 121–135, enero 2005.

[Pohl05] V. Pohl, P. Nguyen, V. Jungnickel y C. von Helmolt. "Continuous flat fading MIMO channels: Achievable rate and the optimal length of the training and data phase". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, tomo 4, nº 4, páginas 1889–1900, julio 2005.

[Ramírez06a] D. Ramírez, J. Pérez, J. Vía, A. Tazón, I. Santamaría, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, M. González, H. Pérez-Iglesias y L. Castedo. "Plataforma hardware para el desarrollo de sistemas mimo". En *XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2006)*. Oviedo, España, septiembre 2006.

[Ramírez06b] D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González, L. Castedo y J. M. Torres-Royo. "A comparative study of STBC transmissions at 2.4 ghz over indoor channels using a 2x2 MIMO testbed". *Wireless Communications and Mobile Computing (Aceptado para publicación)*, diciembre 2006.

[Ramírez06c] D. Ramírez, I. Santamaría, J. Pérez, J. Vía, A. Tazón, J. A. García-Naya, T. M. Fernández-Caramés, H. Pérez-Iglesias, M. González y L. Castedo. "A flexible testbed for the rapid prototyping of MIMO baseband modules". En *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS 2006)*. Valencia, Spain, septiembre 2006.

[Rao04] Y. Rao, J. Principe y T. Wong. "Fast RLS-Like algorithm for generalized eigendecomposition and its applications". *Journal of VLSI Signal Processing*, tomo 37, nº 2-3, páginas 333–344, 2004.

[Rissanen84] J. Rissanen. "Universal coding, information, prediction, and estimation." *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 30, nº 4, páginas 629–636, julio 1984.

[Sampath01] B. Sampath, K. J. R. Liu y Y. G. Li. "Error correcting least-squares subspace algorithm for blind identification and equalization". *Signal Processing*, tomo 81, nº 10, páginas 2069–2087, 2001.

[Sampath02] B. Sampath, K. J. R. Liu y Y. G. Li. "Deterministic blind subspace MIMO equalization". *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, tomo 2002, nº 5, páginas 538–551, mayo 2002.

[Sandhu00] S. Sandhu y A. Paulraj. "Space-time block coding: A capacity perspective". *IEEE Communications Letters*, tomo 4, nº 12, páginas 384–386, diciembre 2000.

[Santamaría07] I. Santamaría y J. Vía. "Estimation of the magnitude squared coherence spectrum based on reduced-rank canonical coordinates". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2007)*. Honolulu, Hawaii, USA, abril 2007.

[Sayed03] A. H. Sayed. *Fundamentals of Adaptive Filtering*. John Wiley & Sons, NY, USA, 2003.

[Scharf98] L. L. Scharf y J. T. Thomas. "Wiener filters in canonical coordinates for transform coding, filtering, and quantizing". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 46, nº 3, páginas 647–654, marzo 1998.

[Scharf00] L. L. Scharf y C. T. Mullis. "Canonical coordinates and the geometry of inference, rate and capacity". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 48, nº 3, páginas 824–831, marzo 2000.

[Schmidt86] R. Schmidt. "Multiple emitter location and signal parameter estimation". *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, tomo 34, nº 3, páginas 276–280, marzo 1986.

[Schreier06] P. J. Schreier y L. L. Scharf. "Canonical coordinates for transform coding of random signals from noisy observations". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 1, páginas 235–243, enero 2006.

[Sethuraman03] B. A. Sethuraman, B. S. Rajan y V. Shashidhar. "Full-diversity, high-rate space-time block codes from division algebras". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 49, nº 10, páginas 2596–2616, octubre 2003.

[Sezgin04] A. Sezgin y T. Oechtering. "Complete characterization of the equivalent MIMO channel for quasi-orthogonal space-time codes". *submitted to IEEE Transactions on Information Theory*, 2004.

[Sezgin05] A. Sezgin. *Space-Time Codes for MIMO Systems: Quasi-Orthogonal Design and Concatenation*. Tesis Doctoral, University of Technology, Berlin, Germany, junio 2005.

[Shahbazpanahi05] S. Shahbazpanahi, A. B. Gershman y J. H. Manton. "Closed-form blind MIMO channel estimation for orthogonal space-time block codes". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 53, nº 12, páginas 4506–4517, diciembre 2005.

[Shahbazpanahi06] S. Shahbazpanahi, A. B. Gershman y G. B. Giannakis. "Semiblind multiuser MIMO channel estimation using capon and MUSIC techniques". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 9, páginas 3581–3591, septiembre 2006.

[Steel51] R. G. D. Steel. "Minimum generalized variance for a set of linear functions". *Annals of Mathematical Statistics*, tomo 22, nº 3, páginas 456–460, 1951.

[Stoica03] P. Stoica y G. Ganesan. "Space–time block codes: Trained, blind, and semi–blind detection". *Digital Signal Processing*, tomo 13, páginas 93–105, enero 2003.

[Suykens02] J. Suykens, T. V. Gestel, J. D. Brabanter, B. D. Moor y J. Vandewalle. *Least Squares Support Vector Machines*. World Scientific, Singapore, 2002.

[Swindlehurst02a] A. L. Swindlehurst. "Blind and semi-blind equalization for generalized space-time precoding". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2002)*. Orlando, FL, 2002.

[Swindlehurst02b] L. Swindlehurst y G. Leus. "Blind and semi-blind equalization for generalized space-time block codes". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 50, nº 10, páginas 2489–2498, 2002.

[Tarokh98] V. Tarokh, N. Seshadri y A. R. Calderbank. "Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criterion and code construction". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 44, nº 2, páginas 744–765, marzo 1998.

[Tarokh99] V. Tarokh, H. Jafarkhani y A. R. Calderbank. "Space-time block codes from orthogonal designs". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 45, nº 5, páginas 1456–1467, 1999.

[Tarokh00] V. Tarokh y H. Jafarkhani. "A differential detection scheme for transmit diversity". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 18, nº 7, páginas 1169–1174, julio 2000.

[Telatar99] I. E. Telatar. "Capacity of multi-antenna Gaussian channels". *European Transactions on Telecommunications*, tomo 10, nº 6, páginas 585–595, Nov-Dec 1999.

[Tong91] L. Tong, G. Xu y T. Kailath. "A new approach to blind identification and equalization of multipath channels". En *Proc. 25th Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, páginas 856–860. Pacific Grove, CA, noviembre 1991.

[Tong94] L. Tong, G. Xu y T. Kailath. "Blind identification and equalization based on second-order statistics: A time domain approach". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 40, nº 2, páginas 340–349, marzo 1994.

[Tong98] L. Tong y S. Perrau. "Multichannel blind identification: from subspace to maximum likelihood methods". *Proceedings of the IEEE*, tomo 86, nº 10, páginas 1951–1968, octubre 1998.

[Tong99] L. Tong y Q. Zhao. "Joint order detection and blind channel estimation by least squares smoothing". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 47, nº 9, páginas 2345–2355, septiembre 1999.

[Tran06] L. C. Tran, T. A. Wysocki, A. Mertins y J. Seberry. *Complex Orthogonal Space-Time Processing in Wireless Communications*. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2006.

[Tsatsanis99] M. Tsatsanis y Z. Xu. "Constrained optimization methods for direct blind equalization". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 17, nº 3, páginas 424–433, marzo 1999.

[Tugnait97] J. Tugnait. "Blind spatio-temporal equalization and impulse response estimation for MIMO channels using a Godard cost function". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 1, páginas 268–271, enero 1997.

[Tugnait98] J. Tugnait. "On linear predictors for MIMO channels and related blind identification and equalization". *IEEE Signal Processing Letters*, tomo 5, nº 11, páginas 289–291, noviembre 1998.

[Tugnait00] J. Tugnait. "Multistep linear predictors-based blind identification and equalization of multiple-input multiple-output channels". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 48, nº 1, páginas 26–38, enero 2000.

[Van der Veen96] A. J. Van der Veen y A. Paulraj. "An analytical constant modulus algorithm". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 44, nº 5, páginas 1136–1155, mayo 1996.

[Vapnik95] V. Vapnik. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer-Verlag, NY, USA, 1995.

[Vía05a] J. Vía e I. Santamaría. "Adaptive blind equalization of SIMO systems based on canonical correlation analysis". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2005)*. New York, USA, junio 2005.

[Vía05b] J. Vía e I. Santamaría. "CCA based algorithms for blind equalization of FIR MIMO systems". En *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP 2005)*. Bordeaux, France, julio 2005.

[Vía05c] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Canonical correlation analysis (CCA) algorithms for multiple data sets: Application to blind SIMO equalization". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2005)*. Antalya, Turky, septiembre 2005.

[Vía05d] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A robust RLS algorithm for adaptive canonical correlation analysis". En *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2005)*. Philadelphia, USA, marzo 2005.

[Vía06a] J. Vía e I. Santamaría. "On the blind identifiability of orthogonal space-time block codes from second order statistics". *IEEE Transactions on Information Theory (En segunda revisión)*, abril 2006.

[Vía06b] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Blind identification of MIMO-OSTBC channels combining second and higher order statistics". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006)*. Florence, Italy, septiembre 2006.

[Vía06c] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Effective channel order estimation based on combined identification/equalization". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 54, nº 9, páginas 3518–3526, septiembre 2006.

[Vía06d] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Estima ciega de canal en sistemas MIMO-OSTBC basada en correlation matching". En *XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio (URSI 2006)*. Oviedo, España, septiembre 2006.

[Vía06e] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A sufficient condition for blind identifiability of MIMO-OSTBC channels based on second order statistics". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2006)*. Cannes, France, julio 2006.

[Vía06f] J. Vía, I. Santamaría, J. Pérez y D. Ramírez. "Blind decoding of MISO-OSTBC systems based on principal component analysis". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2006)*. Toulouse, France, mayo 2006.

[Vía07a] J. Vía e I. Santamaría. "Some results on the blind identifiability of orthogonal space-time block codes from second order statistics". En *IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (ICASSP 2007)*. Honolulu, Hawaii, USA, abril 2007.

[Vía07b] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "Deterministic CCA-based algorithms for blind equalization of FIR-MIMO channels". *IEEE Transactions on Signal Processing (Aceptado para publicación)*, 2007.

[Vía07c] J. Vía, I. Santamaría y J. Pérez. "A learning algorithm for adaptive canonical correlation analysis of several data sets". *Neural Networks*, tomo 20, nº 1, páginas 139–152, enero 2007.

[Vía07d] J. Vía, I. Santamaría y D. Ramírez. "A comparison of blind channel estimation techniques for space-time block coded transmissions". *IEEE Transactions on Signal Processing (En revisión)*, enero 2007.

[Vía07e] J. Vía, I. Santamaría, A. Sezgin y A. J. Paulraj. "SOS-based blind channel estimation under space-time block coded transmissions". En *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2007)*. Helsinki, Finland, junio 2007.

[Vía07f] J. Vía, I. Santamaría, A. Sezgin y A. J. Paulraj. "SOS-based blind channel estimation in multiuser space-time block coded systems". En *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2007) (Enviado)*. Poznan, Poland, septiembre 2007.

[Vía07g] J. Vía, A. Sezgin, A. J. Paulraj e I. Santamaría. "Code diversity for blind channel estimation in general MIMO-STBC systems". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications (En revisión)*, abril 2007.

[Wax85] M. Wax y T. Kailath. "Detection of signals by information theoretic criteria". *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 1985)*, tomo ASSP-33, páginas 387–392, abril 1985.

[Xu95] G. Xu, H. Liu, L. Tong y T. Kailath. "A least-squares approach to blind channel identification". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 43, páginas 2982–2993, diciembre 1995.

[Xu02] Z. Xu y B. P. Ng. "Deterministic linear prediction methods for blind channel estimation based on dual concept of zero-forcing equalization". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 50, nº 11, páginas 2855–2865, noviembre 2002.

[Xu04] C. Xu y T. Le-Ngoc. "CMA-based channel estimation for space-time block coding transmission systems". *Wireless Personal Communications*, tomo 28, nº 4, páginas 241–258, marzo 2004.

[Zeng96] H. H. Zeng y L. Tong. "Connections between the least-squares and subspace approaches to blind channel estimation". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 44, páginas 1593–1596, junio 1996.

[Zeng97a] H. H. Zeng y L. Tong. "Blind channel estimation using the second-order statistics: Algorithms". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 8, páginas 1919–1930, agosto 1997.

[Zeng97b] H. H. Zeng y L. Tong. "Blind channel estimation using the second-order statistics: Asymptotic performance and limitations". *IEEE Transactions on Signal Processing*, tomo 45, nº 8, páginas 2060–2071, agosto 1997.

[Zeng04] Y. Zeng y T. S. Ng. "A blind MIMO channel estimation method robust to order overestimation". *Signal Processing*, tomo 84, nº 2, páginas 435–439, 2004.

[Zhang05] J. K. Zhang, J. Liu y K. M. Wong. "Trace-orthogonal full diversity cyclotomic space-time codes". En *Space-Time processing for MIMO communications*. Wiley, 2005.

[Zhang07] J. K. Zhang, J. Liu y K. M. Wong. "Trace-orthonormal full-diversity cyclotomic space-time codes". *IEEE Transactions on Signal Prcessing*, tomo 55, nº 2, páginas 618–630, febrero 2007.

[Zheng03] L. Zheng y D. Tse. "Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple-antenna channels". *IEEE Transactions on Information Theory*, tomo 49, nº 5, páginas 1073–1096, 2003.

[Zhou01] S. Zhou, B. Muquet y G. B. Giannakis. "Semi-blind channel estimation for block precoded space-time OFDM transmissions". En *Proc. IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP 2001)*, páginas 381–384. Singapore, 2001.

[Zhu99] J. Zhu, Z. Ding y X.-R. Cao. "Column-anchored zeroforcing blind equalization for multiuser wireless FIR channels". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, tomo 17, nº 3, páginas 411–423, marzo 1999.

[Zhu05] Y. Zhu y H. Jafarkhani. "Differential modulation based on quasi-orthogonal codes". *IEEE Transactions on Wireless Communications*, tomo 4, nº 6, páginas 3005–3017, noviembre 2005.