Considere una matriz 2×4 cuyas componentes son números enteros:

$$A = \begin{bmatrix} n_1 & n_2 & n_3 & n_4 \\ n_5 & n_6 & n_7 & n_8 \end{bmatrix}$$

Cada alumno trabajará con una matriz, en función de las ocho primeras letras de su nombre y apellidos. Así, el número n_k se obtiene a partir de la k-ésima letra de su nombre y apellido según la siguiente tabla:

a	b	c	:	1
d	e	f	:	2
g	h	i	:	3
j	k	l	:	4
m	n	ñ	:	5
o	p	q	:	6
r	s	t	:	7
u	v	w	:	8
x	y	z	:	9

Resuelva detalladamente las siguientes cuestiones en un papel, explicando los pasos que realiza, y adjunte una imagen clara de todo el procedimiento (utilice varias fotografías si es necesario). Recuerde que debe adjuntar así mismo un selfie en el que se le identifique sosteniendo la solución del problema.

1. ¿Puede expresarse A como la suma de cinco matrices de rango uno de la forma uv^T? ¿Puede expresarse A como el producto de cinco matrices de rango uno? En ambros casos, si su respuesta es afirmativa, encuentre un ejemplo que lo muestre; si es negativa, razone detalladamente porque no se puede. (2 puntos).
2. Denominaremos $C(A), R(A), N(A), N(A^T)$ a los subespacios de columnas de A, de filas de A, nulo de A y nulo de A^T, respectivamente. Para cada una de las cuestiones siguientes, ponga un ejemplo razonado de vector que cumpla las condiciones pedidas o explique claramente porque no se puede. En ningún caso, la respuesta podrá ser una vector que coincida con alguna columna o fila de la matriz A. (6 puntos):
    1. Un vector que no pertenezca a $R(A)$ y pertenezca a $N(A)$.
    2. Un vector que pertenezca a $R(A)$ y no pertenezca a $N(A)$.
    3. Un vector de $\mathbb{R}^4$ que no pertenezca ni a $R(A)$ ni a $N(A)$.
    4. Un vector que pertenezca a $R(A)$ y a $N(A)$.
    5. Un vector tal que su imagen por A^T no pertenezca a $R(A)$.
    6. Un vector no nulo tal que su imagen por A resida en la diagonal del tercer cuadrante.
3. Encuentre una submatriz de A, de entre todas las submatrices de A, que verifique (o razone detalladamente si alguna condición no es posible) (2 puntos):
    1. Una que tenga un autovalor lo mayor posible de entre todas las que tengan todos sus autovalores iguales.
    2. Una que tenga un autovalor cuyo valor absoluto sea lo menor posible de entre las que tengan todos sus autovalores iguales.
    3. Una que tenga un valor medio de sus autovalores lo mayor posible de entre las que tengan todos sus autovalores distintos.