Considere los vectores

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{Z}^3, \qquad v = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Las componentes del vector v son números reales fijos pero desconocidos (trabajaremos con las variables a, b, c). Las componentes del vector u son números enteros y cada alumno trabajará con un vector u distinto, en función de las tres primeras letras de su nombre. Así, la componente u_k se obtiene a partir de la k-ésima letra de su nombre según la siguiente tabla:

a	b	c	:	1
d	e	f	:	2
g	h	i	:	3
j	k	l	:	4
m	n	ñ	:	5
o	p	q	:	6
r	s	t	:	7
u	v	w	:	8
x	y	z	:	9

Así por ejemplo, si se llamase Luis, las tres componentes u_1 a u_3 serían:

L: 4, u: 8, i: 3

y los vectores

$$u = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix} \in \mathbb{Z}^3, \qquad v = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Resuelva detalladamente las siguientes cuestiones en un papel, **explicando los pasos que realiza**, y adjunte una imagen clara de todo el procedimiento (utilice varias fotografías si es necesario). **Recuerde que debe adjuntar así mismo un selfie en el que se le identifique sosteniendo la solución del problema**:

Considere la matriz $A = uv^T \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ (sugerencia: puede ser útil ---pero ni se requiere ni se puntúa, simplemente puede ser útil para resolver el problema--- hacer un esquema gráfico de cómo son los cuatro subespacios de A y además recuerde que a, b, c son valores fijados pero desconocidos, así que deje en función de dichas variables lo que sea necesario):

1. Demuestre que u es un vector propio de A y calcule su autovalor asociado (sugerencia: hacerlo en el orden indicado ---primero el vector propio y luego el autovalor--- puede resultar más sencillo que al revés).
2. Calcule cuánto vale la suma del resto de autovalores de A (todos menos el asociado a u) y calcule cuánto vale cada uno de estos autovalores individualmente. Deduzca cuánto valen el resto de los vectores propios (todos los que no son u) y para cada uno de ellos obtenga una ecuación que deban verificar sus componentes.