Este examen es de tipo test. Responda únicamente 'V' o 'F' en función de que la afirmación que se hace sea verdadera o falsa respectivamente (si alguna pregunta no se respondiera según este criterio —se proporciona más de una respuesta, explicaciones, etc— se consideraría como no respondida).

1. Si $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ es una matriz tal que los elementos de cada columna suman 0, entonces para toda matriz $B \in \mathbb{C}^{n \times p}$ los elementos de cada columna de AB suman 0. **Verdadero**
2. Sean $A, B \in \mathbb{C}^{m \times m}$ matrices simétricas. Entonces AB es simétrica si y sólo si $AB = BA$. **Verdadero**
3. La suma de matrices triangulares superiores es triangular superior, y el producto también. **Verdadero**
4. Si q es un qbit¹ y A es hermítica, entonces $p = Aq$ es un qbit. **Falso**
5. Si q es un qbit y A es unitaria, entonces $p = Aq$ es un qbit. **Verdadero**
6. Si $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ es estrictamente triangular,² entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ es una matriz de proyección. **Verdadero**
7. El conjunto de todas las matrices estrictamente triangulares invertibles es finito. **Verdadero**
8. Si $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$ se verifica que si A es semidefinida positiva, entonces $x^T Ax \geq 0$; y que si A es antisimétrica, entonces $x^T Ax = 0$. **Verdadero**
9. Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3},$$

cuyas columnas son dos vectores linealmente independientes de $\mathbb{R}^3$, la probabilidad de que un vector aleatorio $x \in \mathbb{R}^3$ pertenezca al espacio de columnas de A es $2/3$. **Falso**

10. Sean V_1, V_2 dos subespacios vectoriales distintos del espacio vectorial W . Entonces $V_1 \cap V_2$ es un subespacio vectorial de W y $V_1 \cup V_2$ no es un subespacio vectorial de W . **Falso**
11. La operación que a dos vectores $x, y \in \mathbb{R}^2$ les asocia el número $x_1 y_1 + x_2 y_2$ es un producto interno y la que les asocia el número $x_1 y_1 - (x_1 y_2 + x_2 y_1) + 2x_2 y_2$ también. **Verdadero**
12. Consideremos las matrices

$$A_1 = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}.$$

La matriz A_1 es semidefinida positiva y la A_2 no lo es, aunque ambas son simétricas. **Verdadero**

13. Es imposible encontrar tres matrices de proyección distintas $P_1, P_2, P_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ tales que $P_1 + P_2 + P_3 = I$. **Falso**
14. Una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y su transpuesta tienen siempre los mismos autovalores, pero sus vectores propios unas veces coinciden y otras no. **Verdadero**

¹Decimos que el vector $q = \alpha a + \beta b \in \mathbb{C}^2$ es un bit cuántico o qbit si $\{a, b\} \subset \mathbb{C}^2$ es una base ortonormal de $\mathbb{C}^2$ y los coeficientes complejos $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ verifican $\alpha^2 + \beta^2 = 1$.

²Decimos que A es estrictamente triangular si es triangular y además los elementos de la diagonal principal son todos cero.