

COMUNICACIONES DIGITALES
3^{er} curso Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación
Mención en Sistemas de Telecomunicación
Universidad de Cantabria

Tema 6. Espectro Ensanchado

Jesús María Ibáñez Díaz

GRUPO DE TRATAMIENTO AVANZADO DE SEÑAL (G.T.A.S.)

gtas.unican.es

Índice

Tema 6. Espectro Ensanchado

6.1 Introducción y fundamentos

6.2 Secuencias pseudo-aleatorias y señales código

6.2.1 Secuencias PN

6.2.2 Señales código: características

6.3 Espectro ensanchado por secuencia directa (DS-SS)

6.3.1 Transmisor y receptor banda base

6.3.2 Características de DS-SS

6.3.3 Probabilidad de error. Ganancia de Procesado

6.3.4 Sistemas comerciales

6.4 Espectro ensanchado por salto en frecuencia (FH-SS)

6.4.1 Transmisor y receptor FH-SS

6.4.2 Tipos de FH: rápido y lento

6.4.3 Probabilidad de error. Ganancia de Procesado

6.4.4 Sistemas comerciales

6.1 Introducción y fundamentos

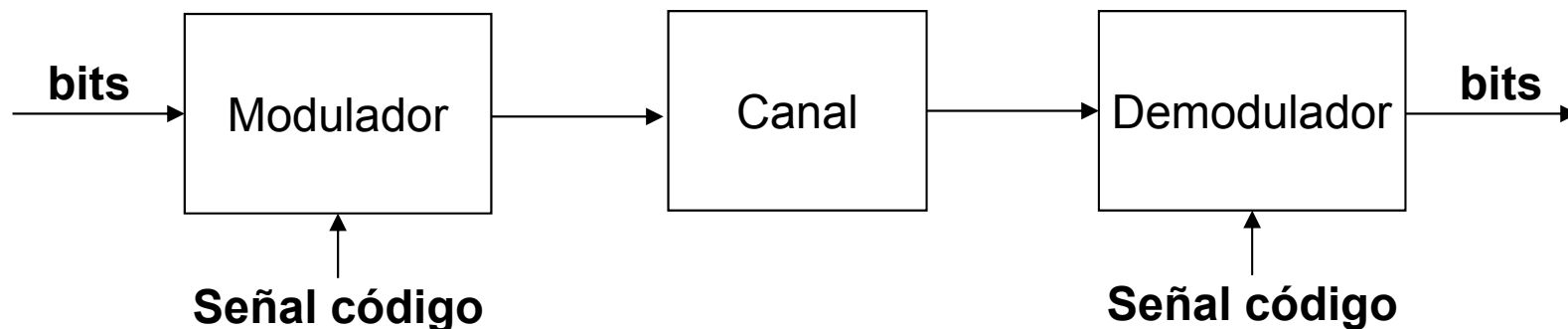
Nuevas preocupaciones

- **Optimización de:**
 - **Espectro**
 - **Potencia****Modulaciones Digitales Convencionales
(p.e. modulaciones lineales)**

- **Otras Consideraciones:**
 - **Seguridad (Privacidad)**
 - **Interferencias**
 - **Canal Multicamino**
 - **Entornos Hostiles**
 - **Acceso múltiple****Espectro Ensanchado
(Spread Spectrum)**

Definición de Espectro Ensanchado

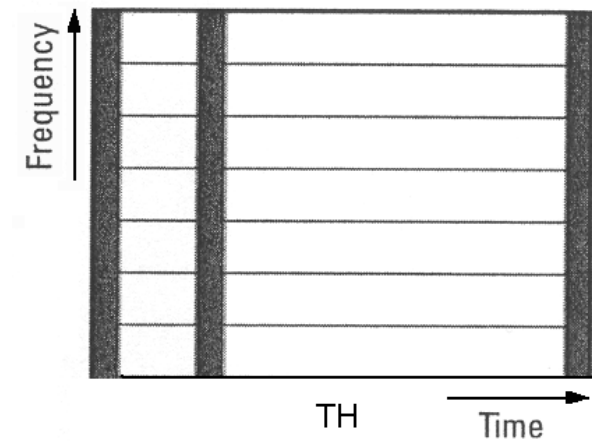
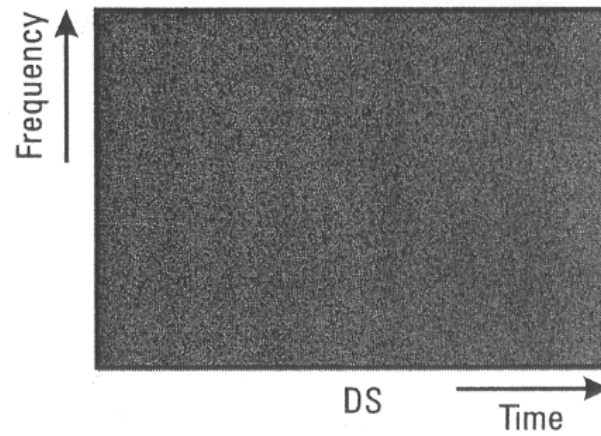
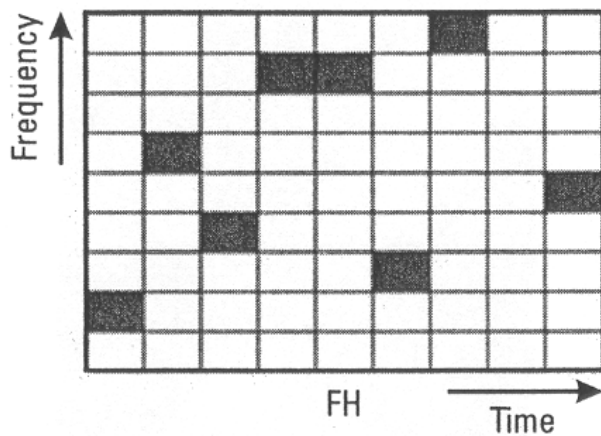
- Método de transmisión en el que la información ocupa un **Ancho de Banda Superior** al mínimo necesario para transmitirla
- El ensanchamiento espectral se realiza usando un **Código** independiente de los datos. Dicho código es usado en recepción para “desensanchar” la señal recibida.



Técnicas de Ensanchado

- Salto en frecuencia (*frequency hopping*) → FH - SS
- Secuencia directa (*direct secuencia*) → DS - SS
- Salto en el tiempo (*time hopping*) → TH - SS
- Técnicas híbridas

Diagramas tiempo-frecuencia:



Historia

- **Años 40: Aplicaciones Militares durante 2ª Guerra Mundial:**
 - Sistema RADAR FM basado en señales Chirp
 - Comunicaciones resistentes a interferencias (“jamming”)
 - Primera patente FH-SS 1942 (Hedy Lamarr)
- **Años 50:**
 - Teoría sobre Secuencias Pseudoaleatorias
 - Primeros sistemas DS-SS
 - Receptor RAKE (1958)
- **1969: Sistema militar de comunicaciones por satélite (TATS)**
- **1978: GPS**
- **1993: Telefonía Celular Americana IS-95 usa CDMA**
- **2K: WLAN, WPAN, Comunicaciones Personales vía Satélite, ...**
- **Hoy Bluetooth, ZigBee, UMTS (3G), Galileo,...**

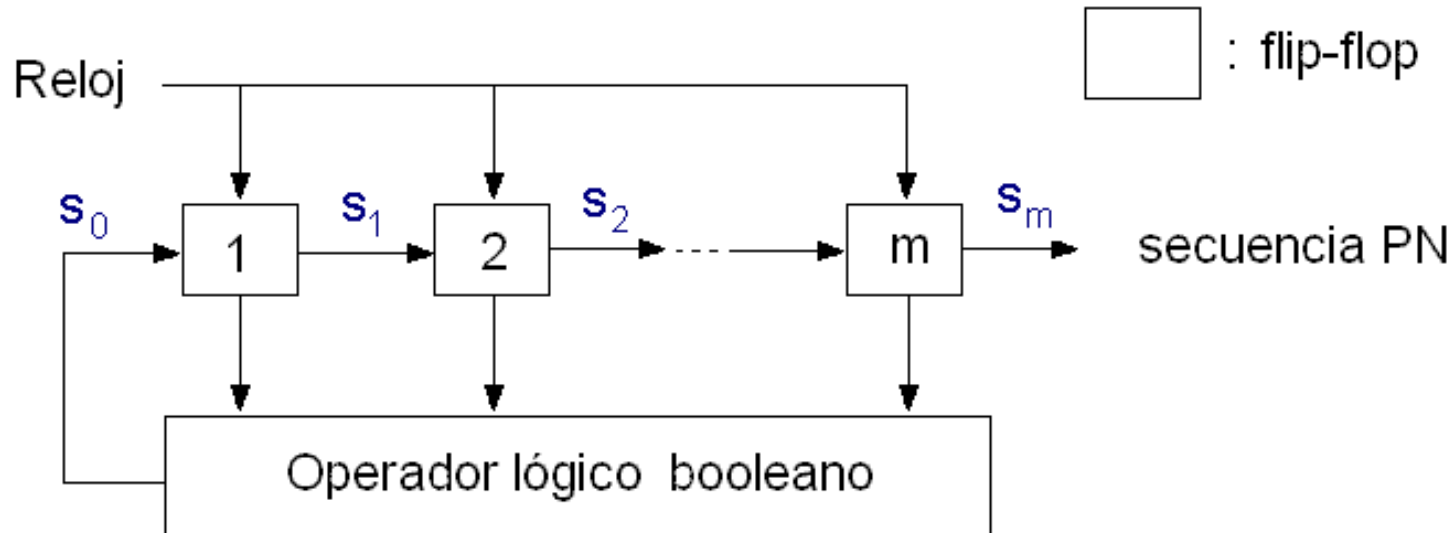
6.2 Secuencias Pseudo-Aleatorias y Señales Código

Secuencias Pseudo-aleatorias (PN)

- **Se usan para generar las señales código**
- **Son secuencias binarias periódicas con apariencia aleatoria (PN: Pseudo-Noise)**
- **Se generaban mediante registros de desplazamiento realimentados**
- **Características de interés**
 - **Autocorrelación:** Mide el parecido de una secuencia con ella misma desplazada.
 - **Correlación cruzada:** Mide el parecido de una secuencia con otra.

Secuencias PN: Generación

Mediante Registros de desplazamiento realimentados



$s_i[n]$: estado del flip-flop i -ésimo en el instante n

$\{s_1[n], s_2[n], \dots, s_m[n]\}$: estado del sistema en el instante n

$s_m[n] = c[n]$: secuencia PN

Secuencias PN de longitud máxima

Propiedades de las secuencias PN

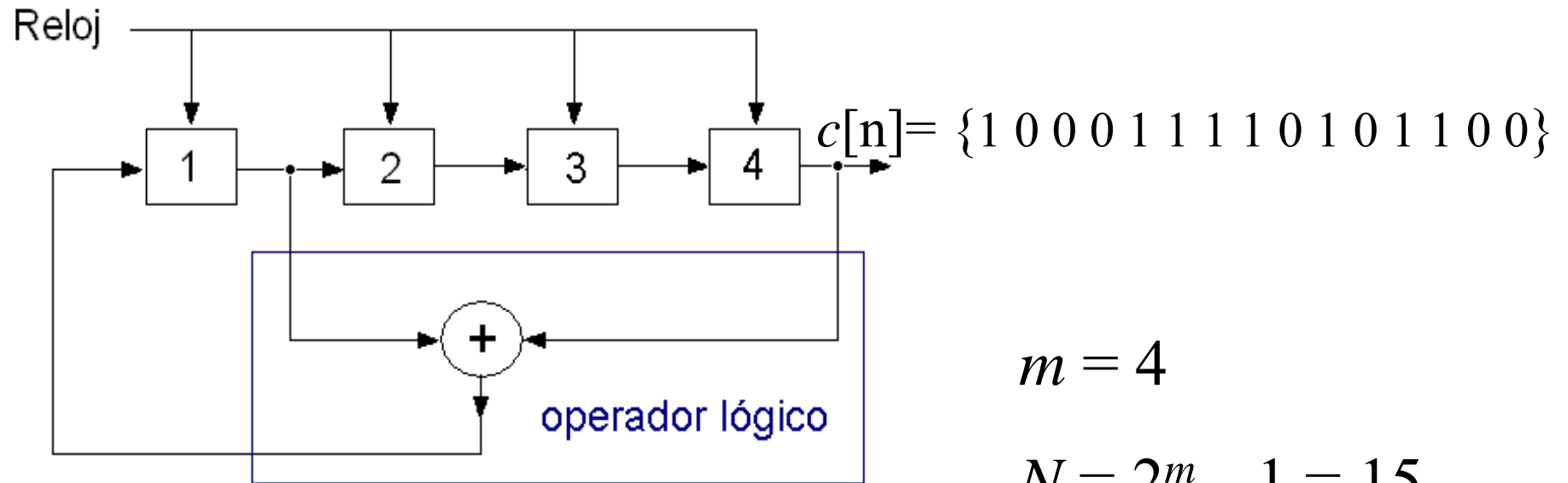
- $s_{i+1}[n+1] = s_i[n]$
- Número posible de estados: $N = 2^m$
- Si el operador lógico es lineal: $N = 2^m - 1$

Secuencias de longitud máxima:

- Tienen periodo máximo (el sistema recorre todos los estados posibles): $N = 2^m - 1$
- Número de 1's = Número de 0's + 1
- Sistemas de longitud máxima: generan secuencias de longitud máxima
- A las secuencias de longitud máxima se las llama secuencias-M

Secuencias PN: Ejemplo (I)

- Ejemplo de sistema / secuencia PN de longitud máxima:

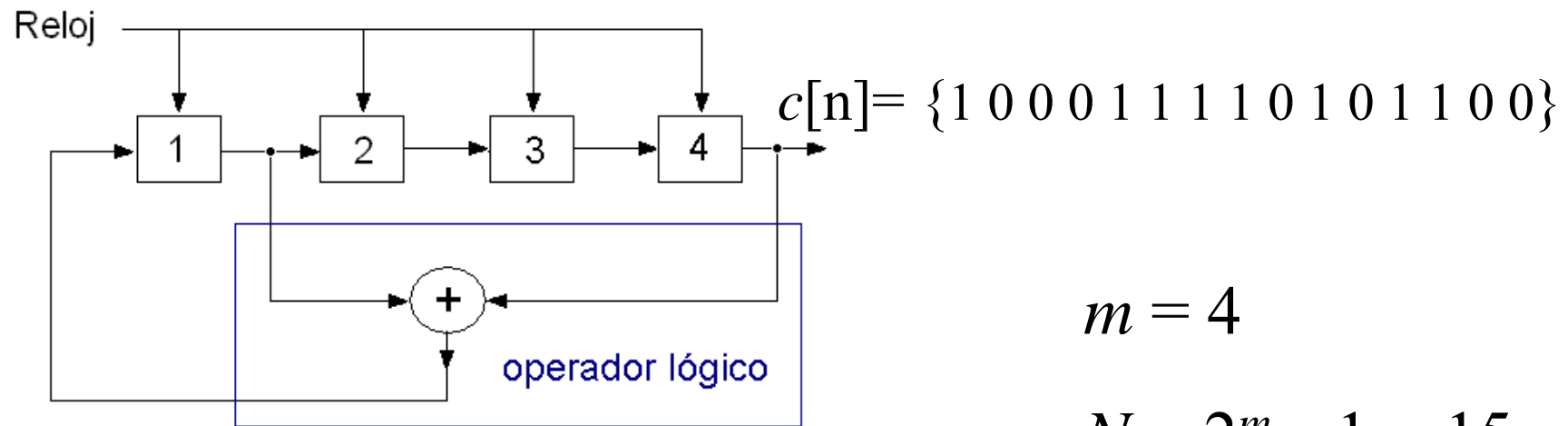


⊕ : sumador módulo-2

Código Matlab

```
polinomio=[4 3 0];  
m=polinomio(1);N=2^m-1;  
sistemaPN=commsrc.pn('GenPly',polinomio,'NumBitsOut',N);  
c=sistemaPN.generate
```

Secuencias PN: Ejemplo (II)

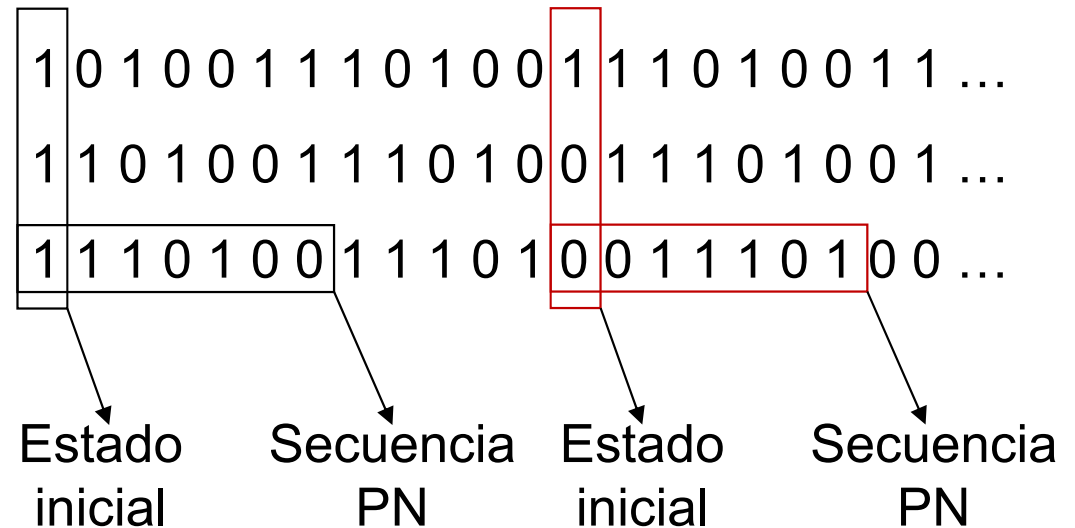
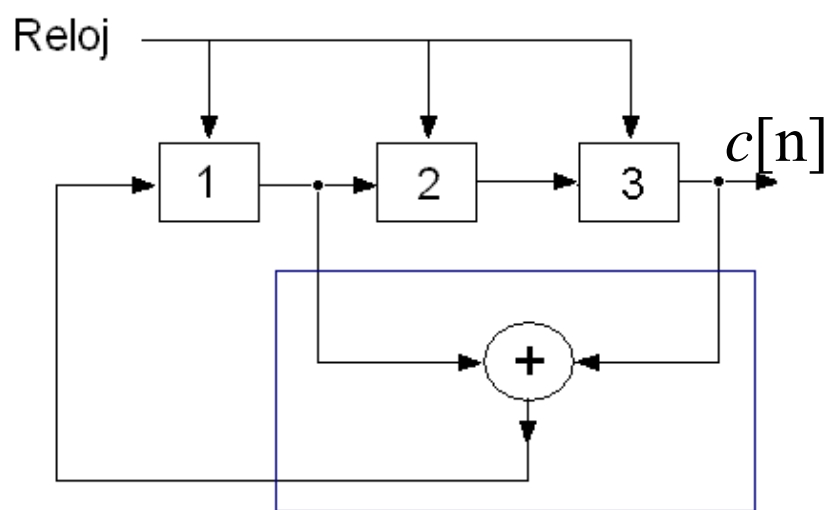


⊕ : sumador módulo-2

tiempo →

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$s_1[n]$	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
$s_2[n]$	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
$s_3[n]$	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
$c[n] \rightarrow s_4[n]$	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1

Secuencias PN: Ejemplo (y III)



$$m = 3$$

$$N = 2^m - 1 = 7$$

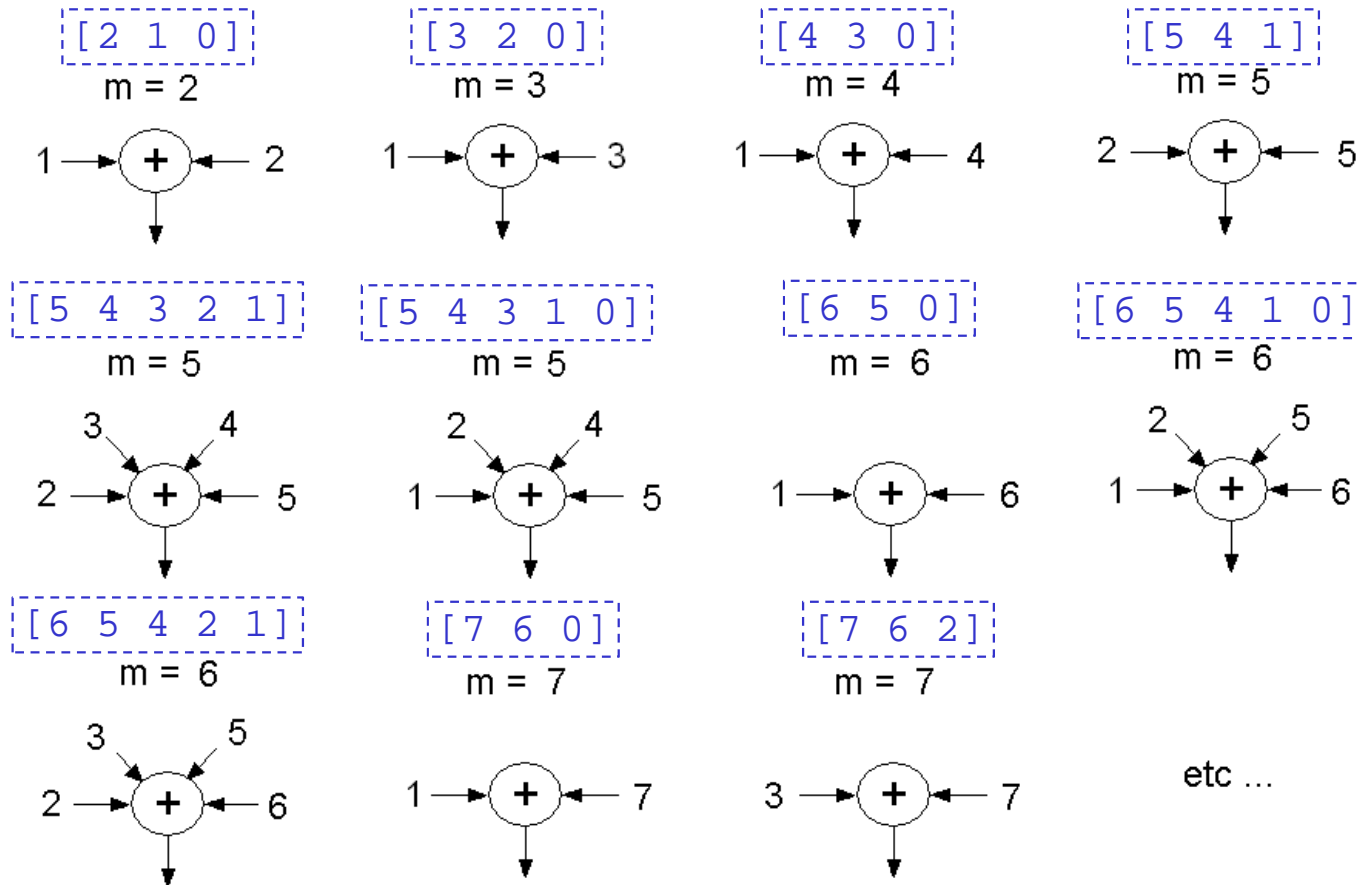
```

polinomio=[3 2 0]; m=polinomio(1);N=2^m-1;
sistemaPN=commsrc.pn('GenPly',polinomio,'NumBitsOut',N);
sistemaPN.InitialStates=[1 1 1];
c=sistemaPN.generate
sistemaPN.InitialStates=[1 0 0];
c=sistemaPN.generate
  
```

Distintos estados iniciales: secuencias PN desplazadas

Secuencias PN: Ejemplos

- Algunos sistemas / secuencias PN de longitud máxima:



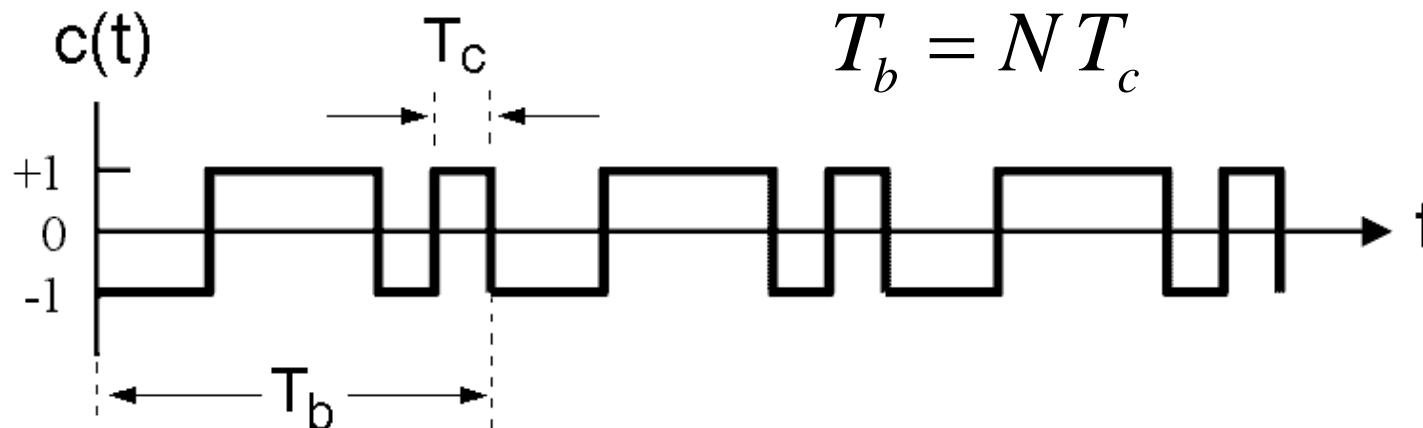
Cuanto mayor es m más tipos de registros/secuencias de longitud máxima

Señales Código (o llave): Generación

- Señal código: Secuencia PN conformada NRZ polar

Secuencia PN: $c[n] = \{001110100111\dots\}$

$$m = 3, N = 2^m - 1 = 7$$



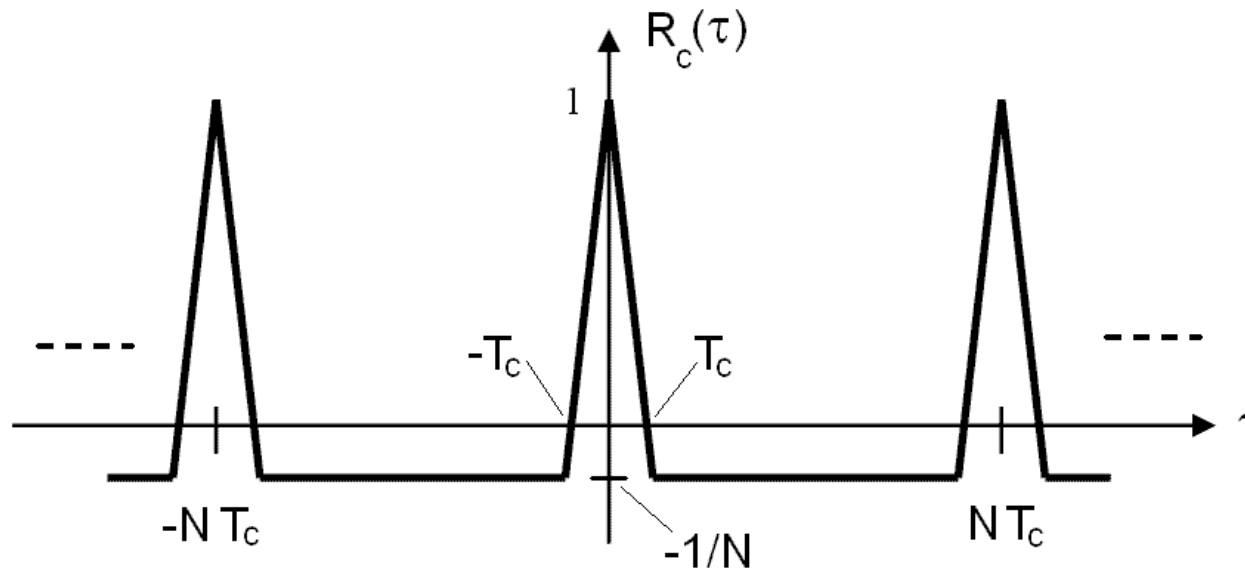
T_c : Duración de chip

$$W_{chip} \approx R_c = \frac{1}{T_c} = \frac{N}{T_b} = NR_b$$

T_b : Duración de bit = Periodo de $c(t)$

Señales Código: Autocorrelación

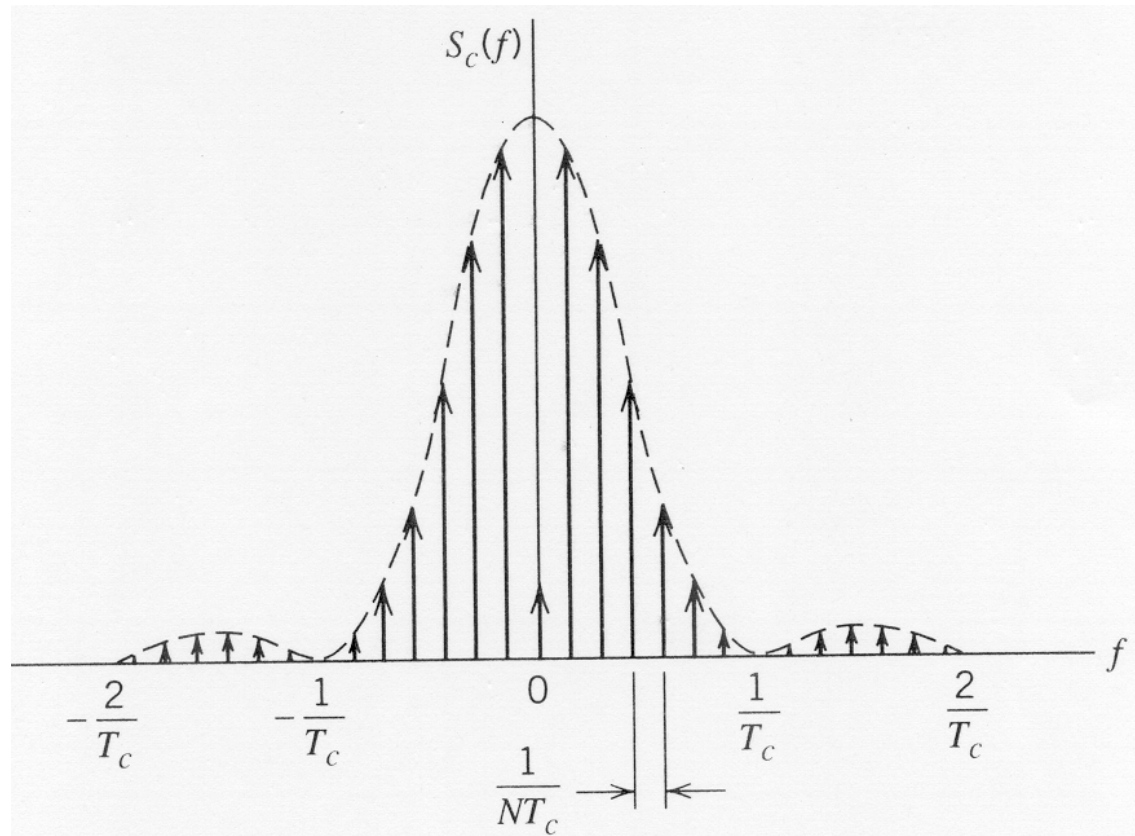
- Función de autocorrelación de las señales código



$$R_C(\tau) = \frac{1}{T_b} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} c(t) c(t-\tau) dt = \begin{cases} 1 - \frac{N+1}{NT_c} |\tau|, & |\tau| \leq T_c \\ -\frac{1}{N}, & T_c \leq \tau \leq (N-1)T_c \end{cases}$$

Señales Código: DEP

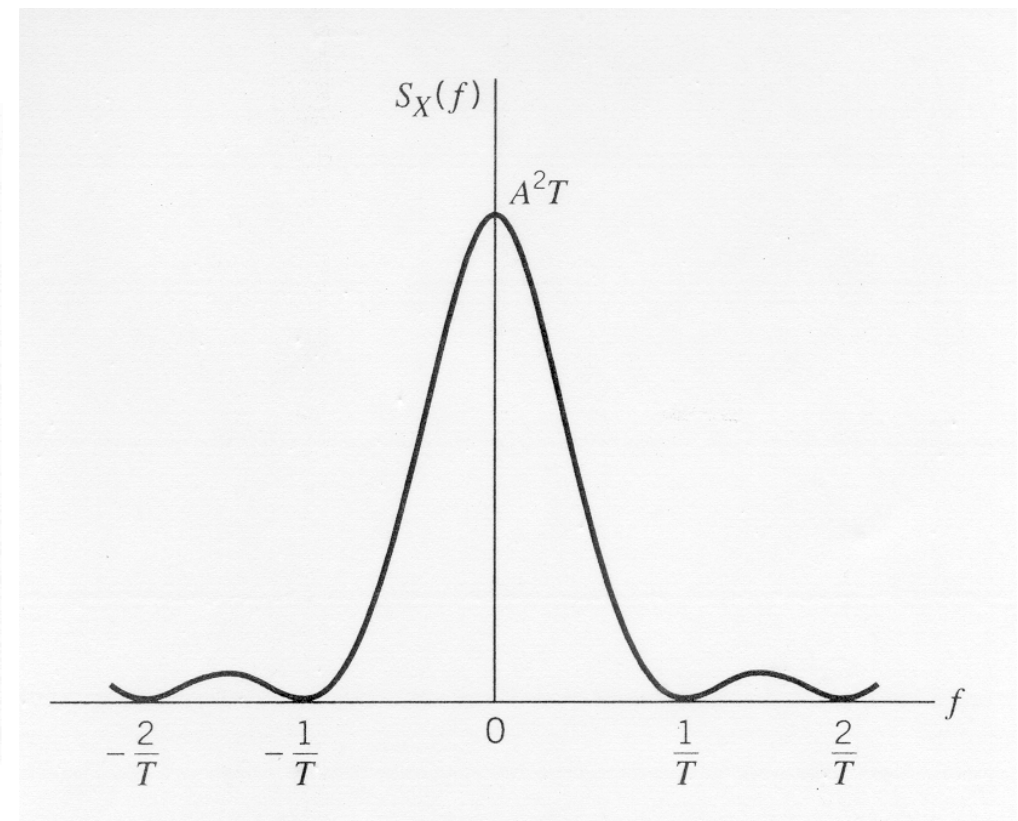
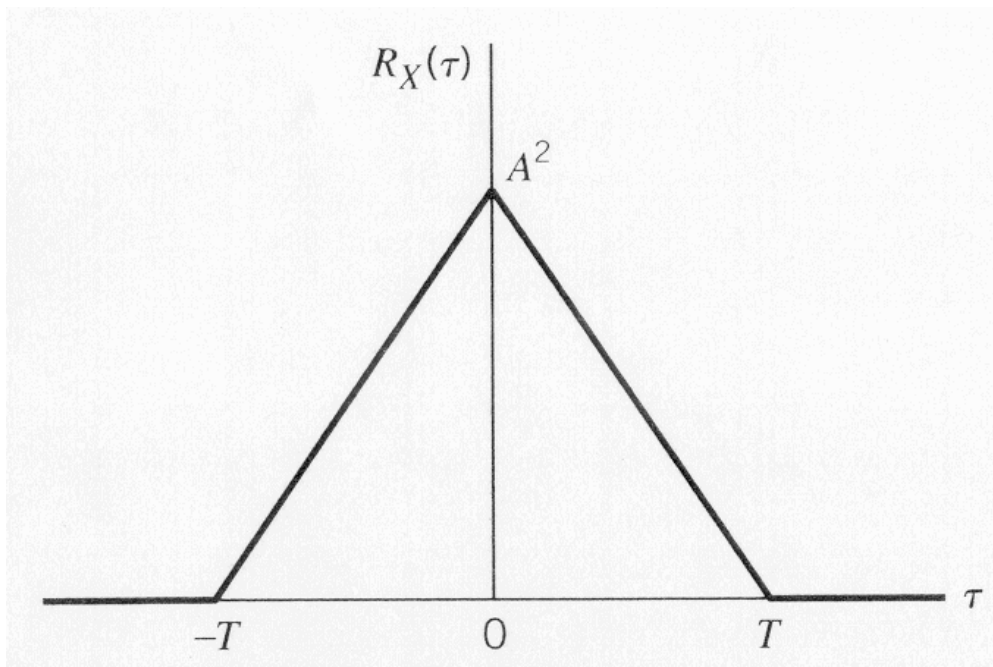
- Densidad espectral de potencia de las señales código



$$S_C(f) = \frac{1}{N^2} \delta(f) + \frac{1+N}{N^2} \text{sinc}^2(fT_c) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=\infty} \delta\left(f - \frac{n}{NT_c}\right)$$

Señales Código vs Señales Binarias

- Comparación con señales binarias aleatorias (NRZ polar):



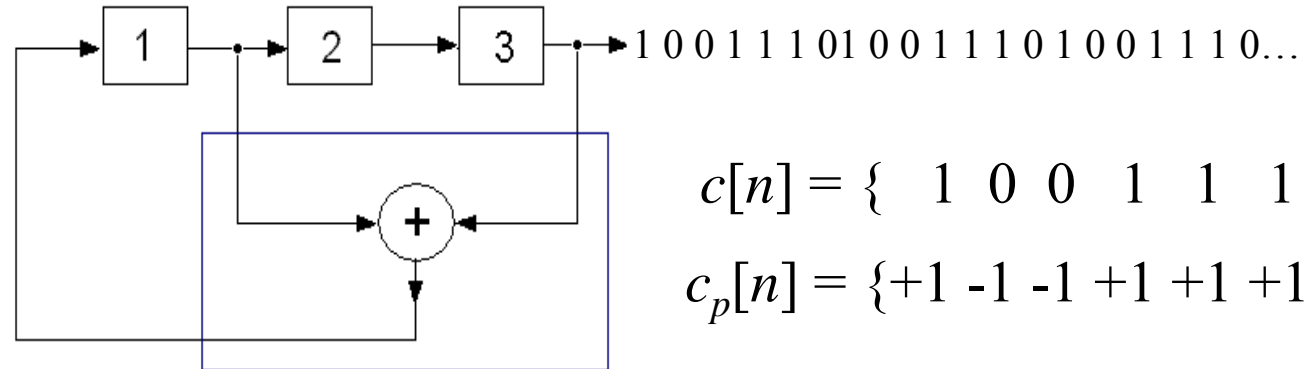
En el límite ($N \rightarrow \infty$) las señales código tienen las mismas características que las señales binarias aleatorias

Señales Código: Ejemplo

■ Ejemplo [3 2 0]:

$$m=3$$

$$N = 2^m - 1 = 7$$



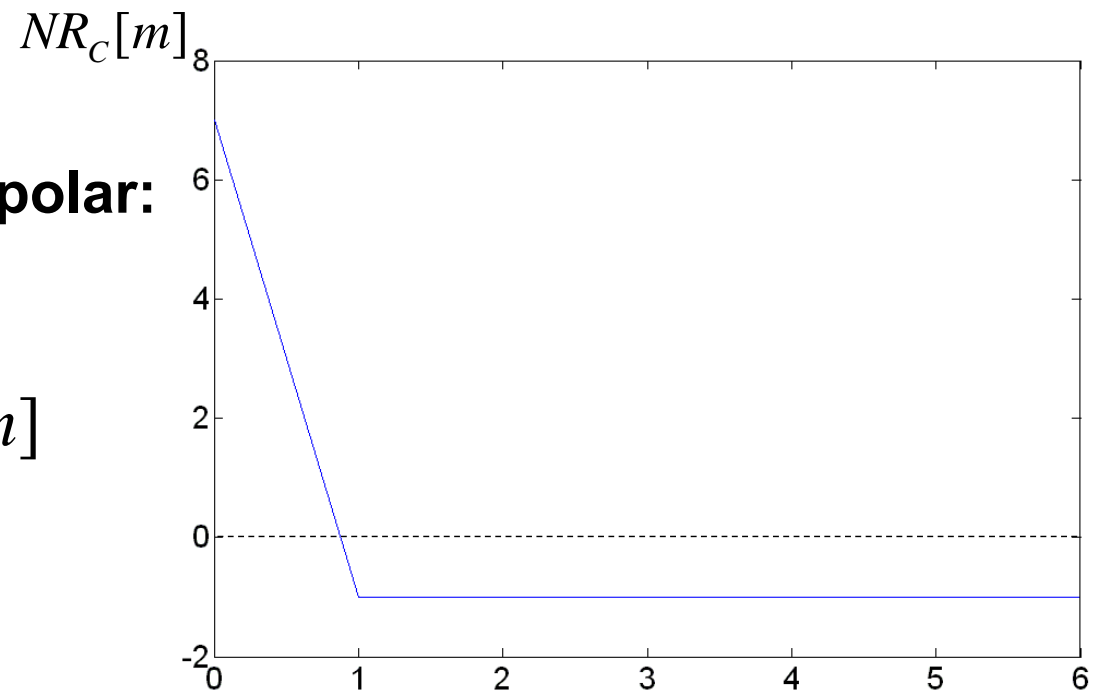
$$c[n] = \{ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \}$$

$$c_p[n] = \{ +1 \ -1 \ -1 \ +1 \ +1 \ +1 \ -1 \}$$

**Autocorrelación secuencia PN polar:
(sólo 1 periodo)**

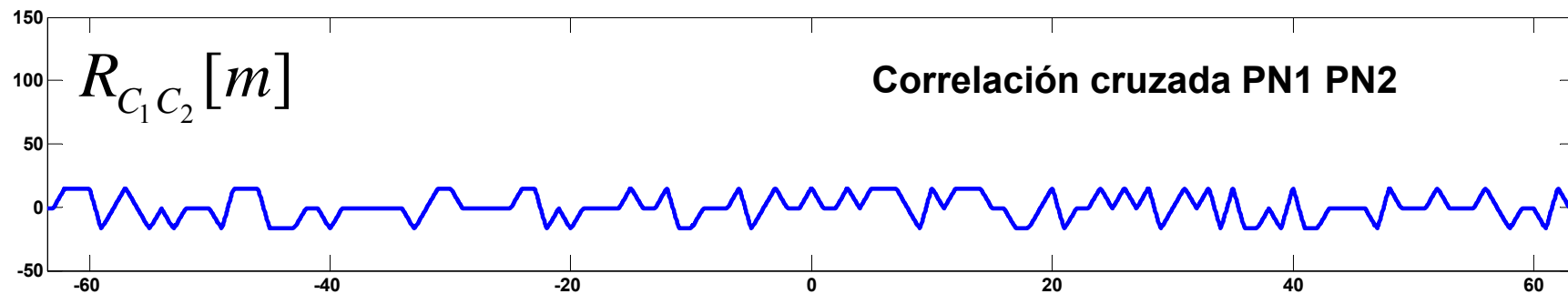
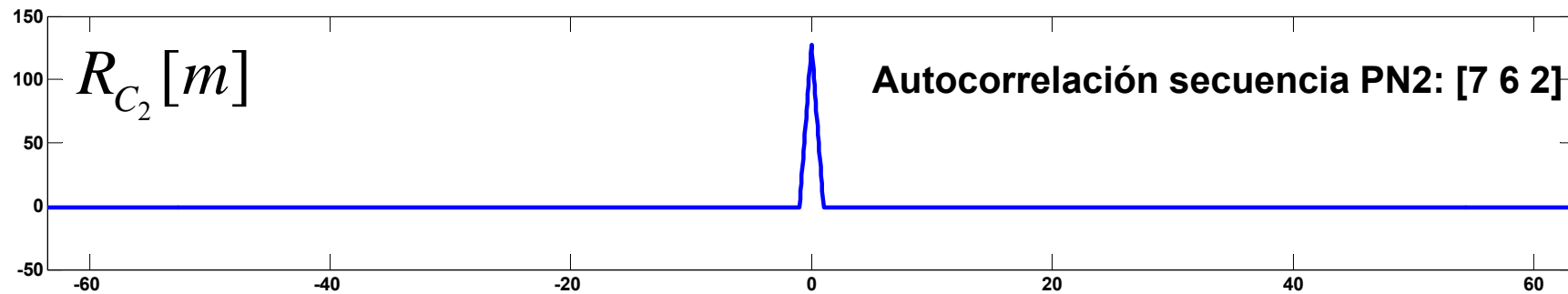
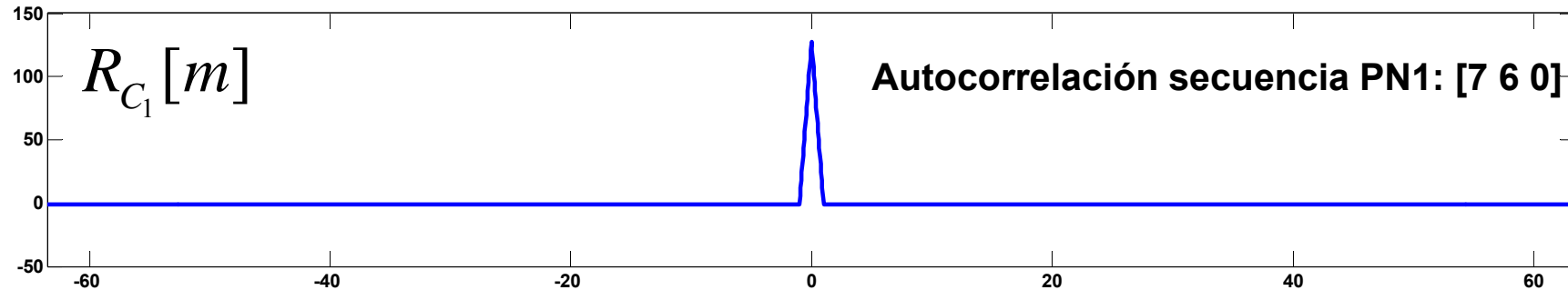
$$R_C[m] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N c_p[n]c_p[n+m]$$

$$R_C[m] = R_C(\tau = m)$$



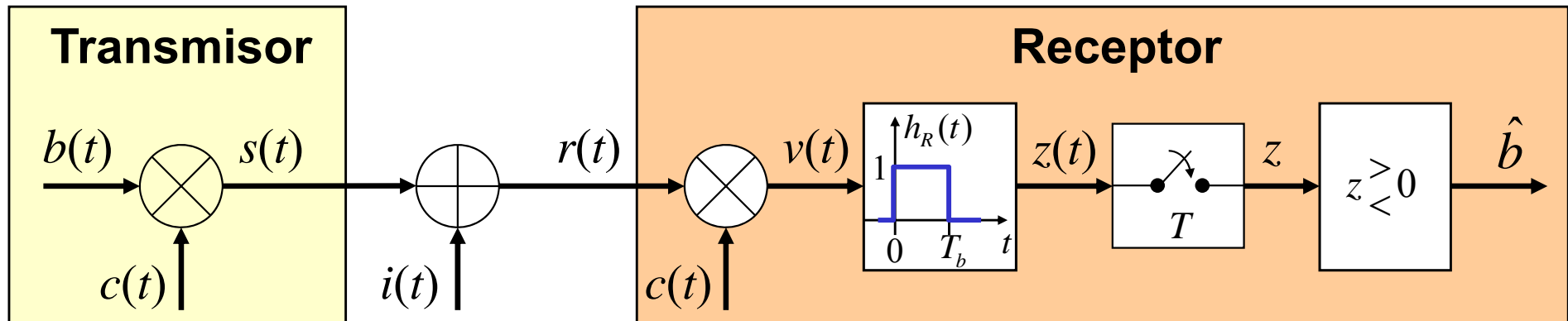
Señales Código: Correlación cruzada

- Correlación en señales de código de longitud $N = 2^7 - 1 = 127$



6.3 Espectro Ensanchado por Secuencia Directa (DS-SS)

Principios de DS-SS (análisis en banda base)

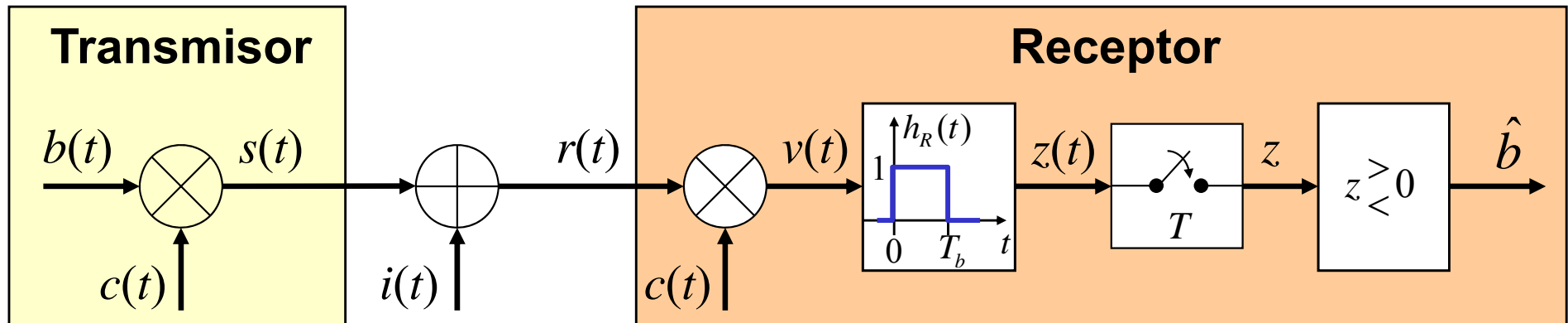


- $b(t)$: señal de bits de información con duración de bit T_b
- $c(t)$: señal de código con duración de chip T_c y periodo T_b
- $b(t)$ y $c(t)$ son señales NRZ-polar (por ejemplo)
- $i(t)$: Ruido + Interferencias (otro usuario, jamming,...)

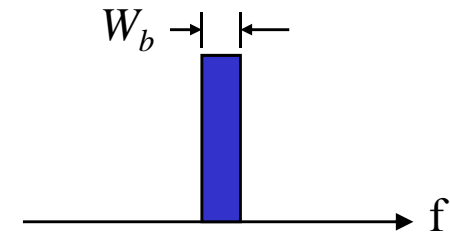
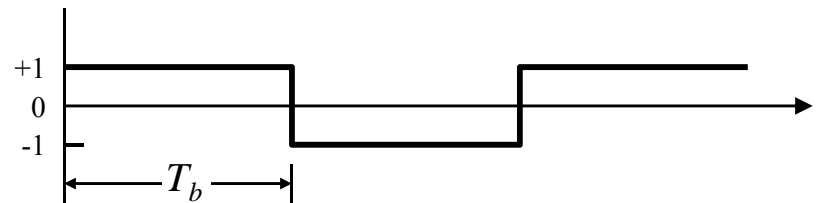
Ganancia de Procesado:

$$GP = T_b / T_c = R_c / R_b = W_c / W_b = N = \text{Longitud secuencia PN}$$

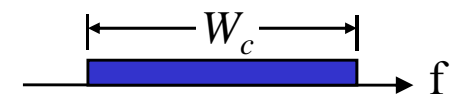
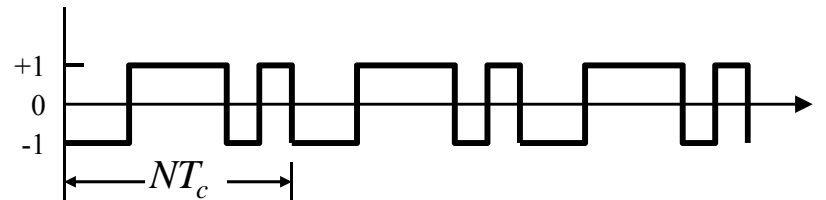
Transmisor DS-SS: Ensanchado



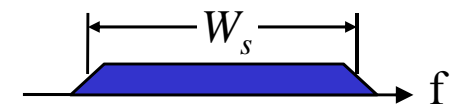
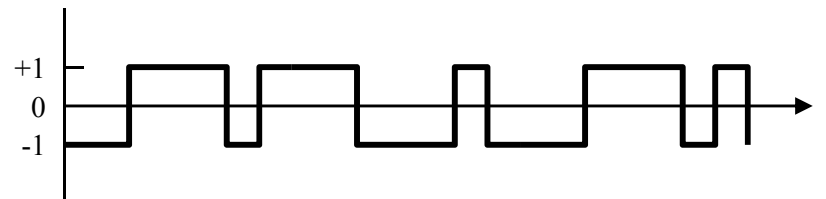
$b(t)$
señal de datos



$c(t)$
señal código

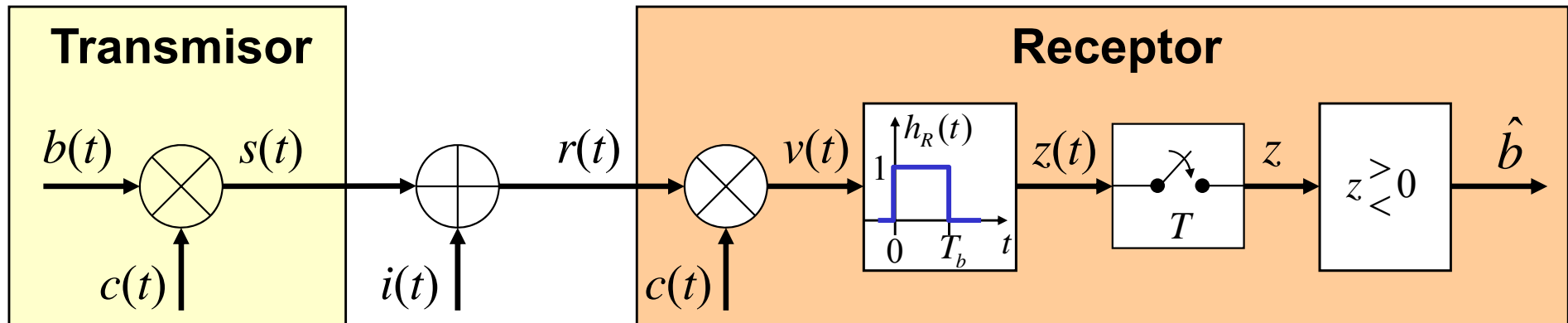


$s(t)=c(t)b(t)$
señal ensanchada



Ancho de banda aproximado:
$$W_{DS-SS} = W_c = NW_b = GPW_b$$

Receptor DS-SS: Desensanchado



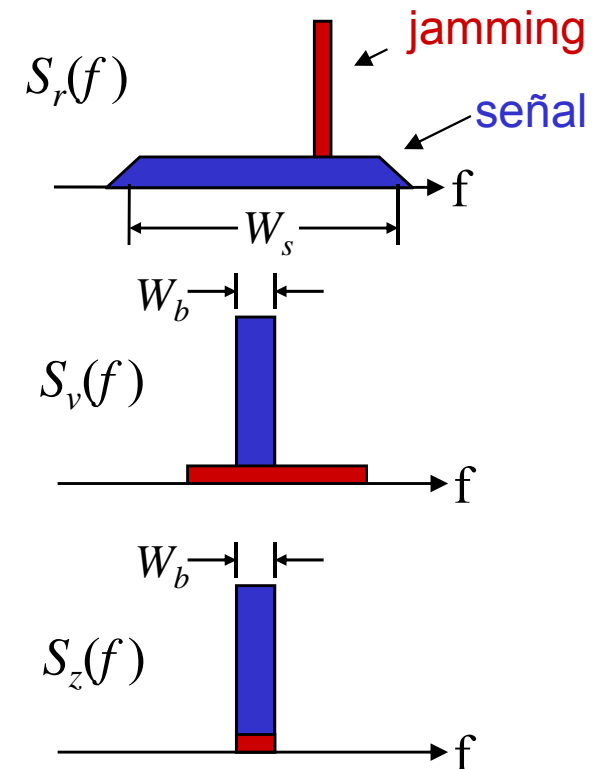
Ensanchado: $s(t) = b(t) c(t)$

$$r(t) = b(t) c(t) + i(t)$$

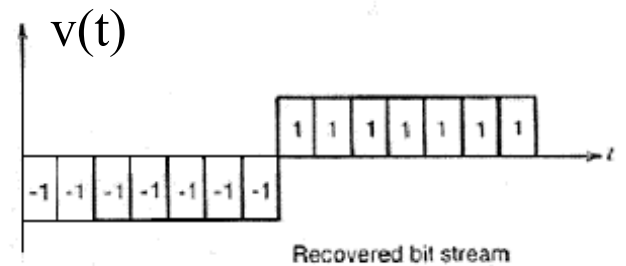
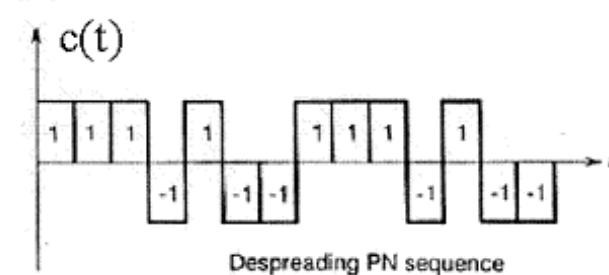
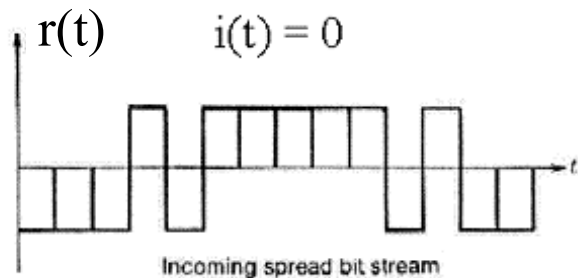
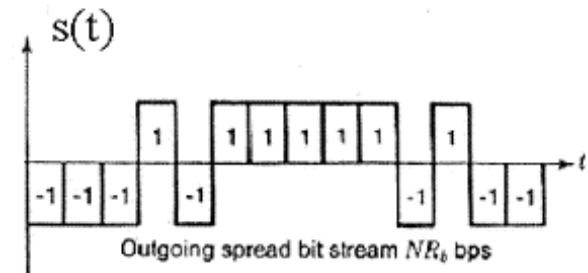
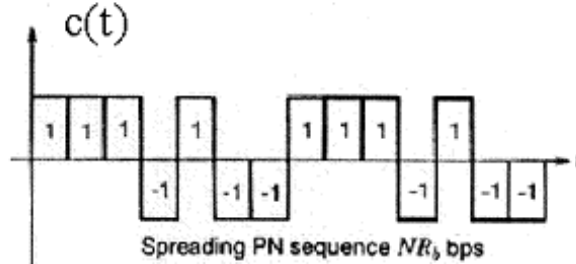
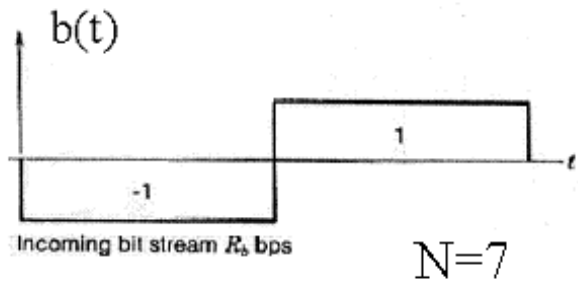
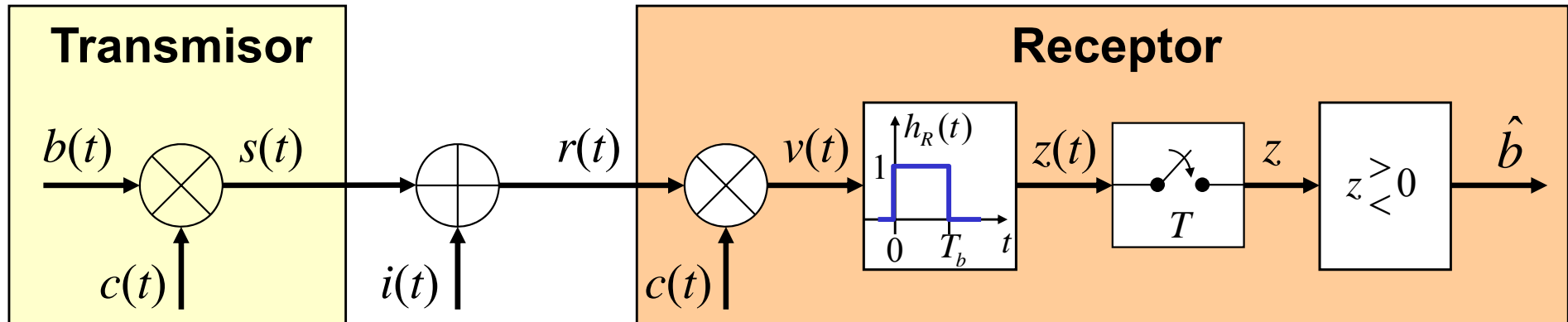
Desensanchado: $v(t) = b(t) c^2(t) + i(t) c(t)$

$$= b(t) + i(t) c(t)$$

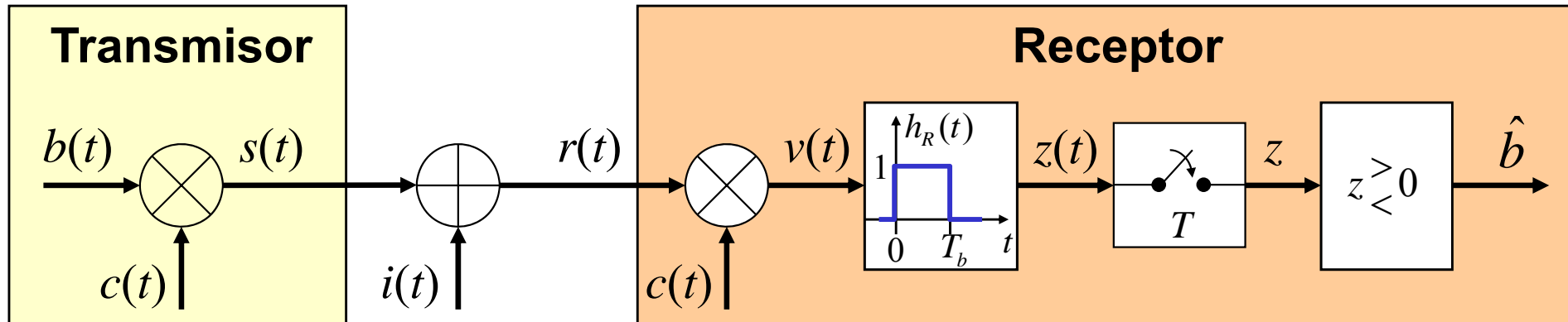
Filtrado (adaptado): $z(t) = v(t) \otimes h_R(t)$



Receptor DS-SS: Desensanchado



Receptor DS-SS: Desensanchado



- Observable (tras filtro receptor y muestreador):

Observable sin ruido ni interferencia

$$z = z(t = T) = \int_0^{T_b} v(t) dt = \int_0^{T_b} b(t) dt + \int_0^{T_b} i(t) c(t) dt = \pm a + \varepsilon$$

si $N \gg 1 \Rightarrow \varepsilon \approx 0$

El filtro receptor actúa como un LPF, eliminando gran parte de la interferencia

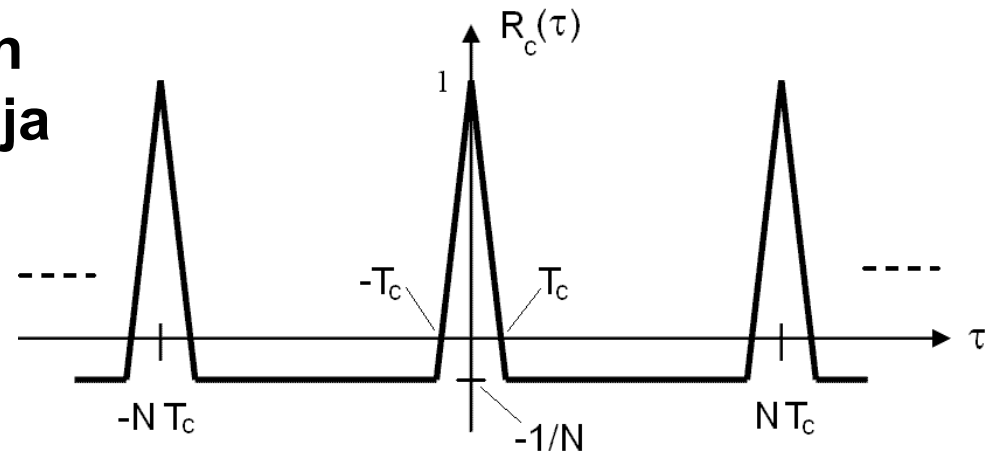
- Decisor:
 - si $z > 0 \Rightarrow \hat{b} = 1$
 - si $z < 0 \Rightarrow \hat{b} = 0$

Características DS-SS: Multicamino

■ Robustez ante flat fading

Si el retardo entre las componentes multicamino es $\tau > 2T_c$, la correlación entre ambas componentes será baja

Entonces el sistema “ve” a la componente retardada como una señal interferente



Señal TX: $s(t) = b(t) c(t)$

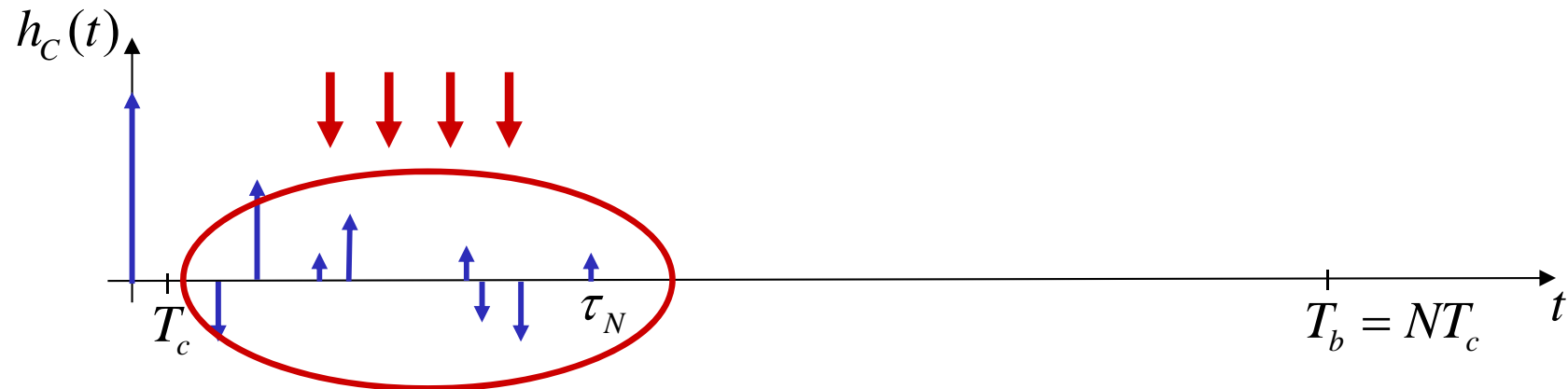
Señal Rx: $r(t) = s(t) + \alpha s(t - \tau) = b(t) c(t) + \alpha b(t - \tau) c(t - \tau)$

Desensanchada: $v(t) = b(t) (c(t))^2 + \alpha b(t - \tau) c(t - \tau) c(t)$
 $= b(t) + \alpha b(t - \tau) c(t - \tau) c(t)$

Observables: $z \approx \pm a \pm \alpha a / N$

$$\int_0^{T_b} c(t - \tau) c(t) dt = R_c(\tau) \approx 1/N$$

Características DS-SS: Multicamino



- **Sistema sin DS-SS**

Si $T_b \gg \sigma_\tau, \tau_{\max} \xrightarrow{TF} W \ll B_c$ entonces Flat Fading: BER $\uparrow\uparrow$

- **Sistema con DS-SS: $R_c = NR_b, T_c = T_b / N$**

$$W_{DS-SS} = NW \sim B_c$$

Las componentes multicamino son atenuadas por un

factor $N=GP$: BER $\downarrow\downarrow$

Características DS-SS: Privacidad y Detectabilidad

- **Privacidad:**

- La señal transmitida sólo puede ser desensanchada si el **código** es **conocido** en el receptor.

$$r(t) = b(t) c_1(t)$$

$$v(t) = b(t) c_1(t) c_2(t)$$

$$z \approx 0$$

Baja correlación cruzada

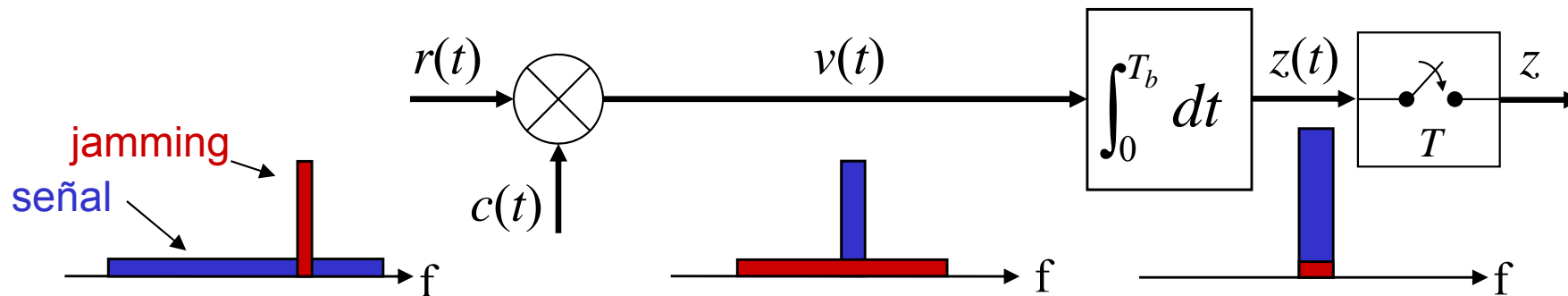
- Los códigos suelen ser de gran longitud \Rightarrow gran número de códigos

- **Probabilidad de Intercepción baja:**

- **Baja densidad espectral de potencia** \Rightarrow Difícil detectar e interceptar la señal.

Características DS-SS: Jamming e Interferencias

- **Jamming:** señal de alta potencia emitida con el fin de interferir las comunicaciones
- La correlación entre la llave y una señal banda estrecha dispersa la energía de la interferencia en un gran ancho de banda, reduciendo así la potencia interferente en la banda de información



$$\begin{aligned}
 r(t) &= b(t) c(t) + i(t) & v(t) &= b(t) c^2(t) + i(t) c(t) & z &= \int_0^{T_b} b(t) dt + \int_0^{T_b} i(t) c(t) dt \\
 & & &= b(t) + i(t) c(t) & &= \pm a + \varepsilon
 \end{aligned}$$

Características DS-SS: Acceso Múltiple

■ CDMA: “Code Division Multiple Access”

- Cada usuario utiliza un código o llave
- Necesarias muchas llaves con baja correlación cruzada

Por ejemplo: secuencias de Gold

- En recepción, sólo la correspondiente señal es desensanchada, permaneciendo el resto como señales de baja densidad espectral de potencia.

$$s_1(t) = b_1(t) c_1(t), \quad s_2(t) = b_2(t) c_2(t)$$

$$r(t) = s_1(t) + \alpha s_2(t - \tau) = b_1(t) c_1(t) + \alpha b_2(t - \tau) c_2(t - \tau)$$

$$v(t) = b_1(t) (c_1(t))^2 + \alpha b_2(t - \tau) c_1(t) c_2(t - \tau)$$

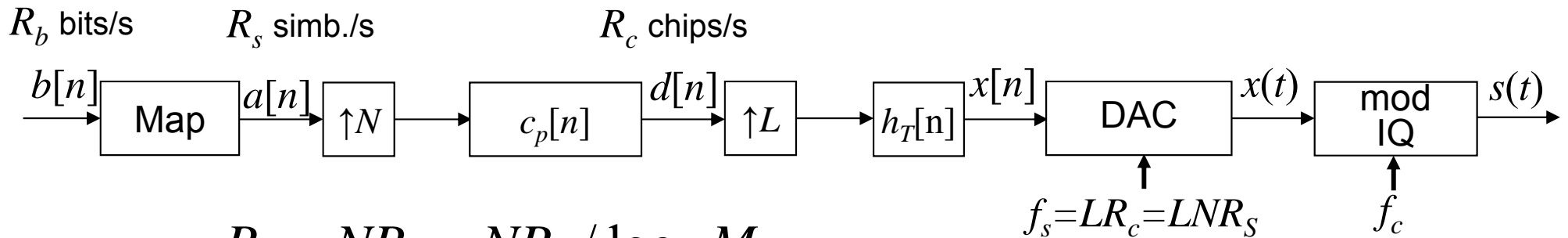
$$= b_1(t) + \alpha b_2(t - \tau) c_1(t) c_2(t - \tau)$$

$$z \approx \pm a$$

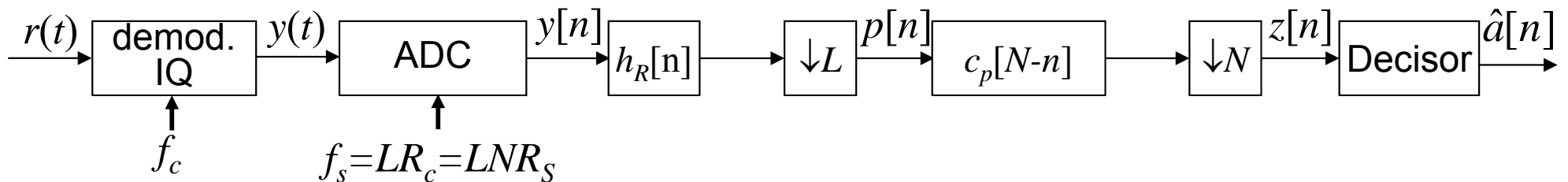
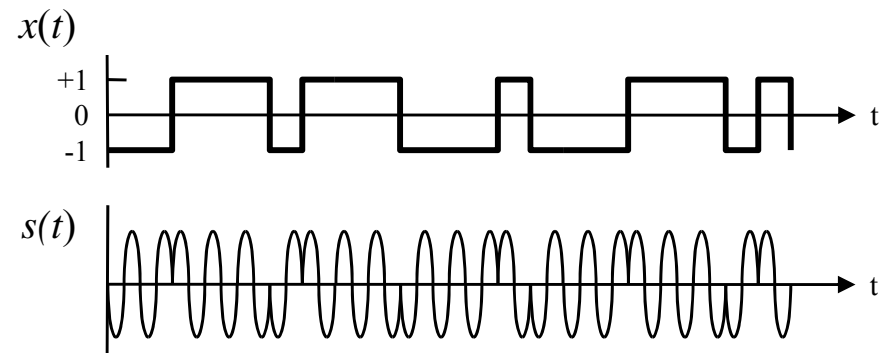
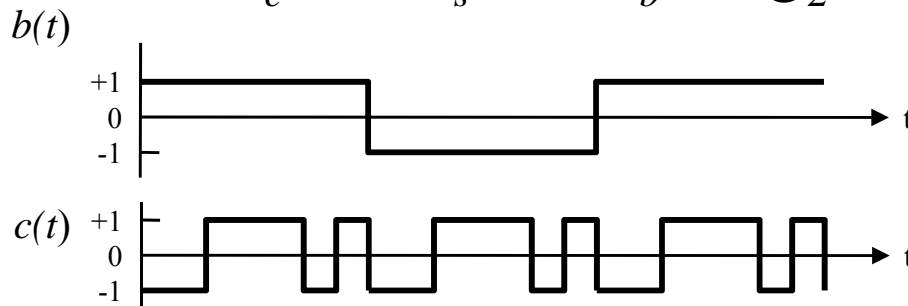
Llaves con baja correlación cruzada

Características DS-SS: Paso banda

- Habitualmente DS-SS paso banda
 - Combinado con modulaciones de fase (M-PSK)



$$R_c = NR_s = NR_b / \log_2 M$$



Características DS-SS: Ancho de Banda

- Transmisión de R_b bits/s

- Ancho de banda señal M-PSK

Filtros SQRRC:
$$W_{M-PSK} = \frac{R_b}{\log_2 M} (1 + r)$$

Filtros NRZ:
$$W_{M-PSK} = \frac{2R_b}{\log_2 M} \quad (\text{entre nulos})$$

- Ancho de banda señal DS-SS M-PSK

Filtros SQRRC:
$$W_{DS-SS M-PSK} \approx NW_{M-PSK} = \frac{NR_b}{\log_2 M} (1 + r)$$

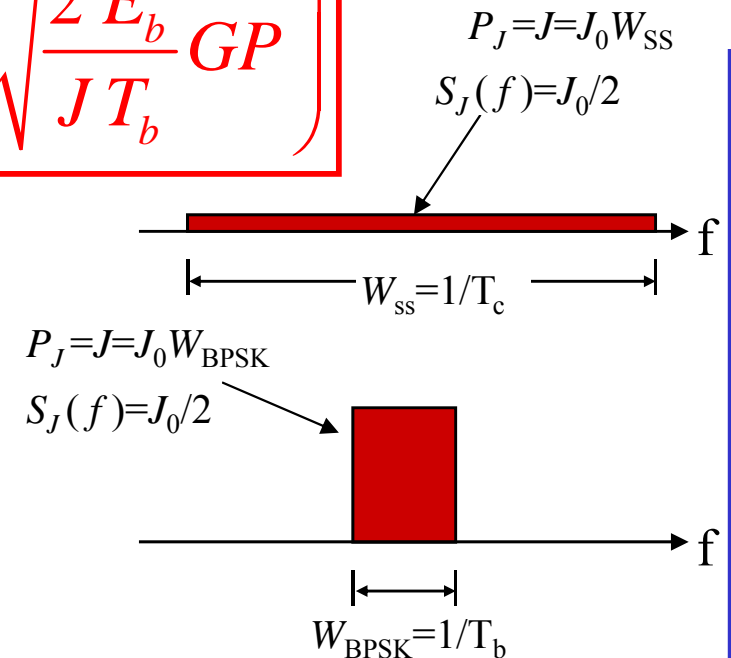
Filtros NRZ:
$$W_{DS-SS M-PSK} \approx NW_{M-PSK} = \frac{2NR_b}{\log_2 M}$$

BER: Ganancia de Procesado

En AWGN: $P_e^{DS-SS-BPSK} = P_e^{BPSK} = Q\left(\sqrt{2 E_b / N_0}\right)$

Con interferencia de banda ancha (toda la potencia de jamming, J , en la banda de la señal) [Haykin]:

$$P_e^{DS-SS-BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b}{J_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b}{J T_c}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b}{J T_b}} GP\right)$$



Comparación con BPSK:

$$P_e^{BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b}{J T_b}}\right)$$

En presencia de jamminig, con DS-SS mejoramos BER a costa de W

DS-SS: Pros y Contras

- **Comparación con otras técnicas de ensanchado:**

- 👍 **Ensanchado sencillo**
- 👍 **Portadora única \Rightarrow Sintetizador de frecuencia sencillo**
- 👍 **No necesita sincronización entre distintos usuarios**

- 👎 **Difícil sincronización**
- 👎 **Efecto near-far. Necesidad de Control de ganancia**

Sistemas Comerciales DS-SS

■ IS95 (2G USA):

- Rb: 1.2, 2.4, 4.8 y 9.6 Kbps
- Rc: 1.2288 Mchips/s
- Ancho-banda: 2.3 MHz
- Modulación: $\pi/4$ -DQPSK

■ UMTS (3G):

- Rb: 8 kbps – 2 Mbps
- Rc: 3.84 Mchips/s
- Ancho-banda: 4.4 – 5.2 MHz
- Modulación: QPSK (SQRRC $r=0.22$)
- Banda: 1920-1980 y 2110-2170 MHz



■ IEEE 802.11a y 802.11b:

- Rb = 1, 2, 11 Mbps
- Nc = 11 chips/bit
- Modulación: DPSK, DQPSK, CCK
- Ancho de Banda: 11 MHz
- Banda ISM 2.4 GHz



■ ZigBee (IEEE 802.15.4):

- Banda 868 MHz
 - Rb: 20 Kbps
 - Rc: 300 Kchips/s
 - BPSK (SQRRC con $r=1$)
- Banda 2.4 GHz
 - Rb: 250 Kbps
 - Rc: 2 Mchips/s
 - MSK

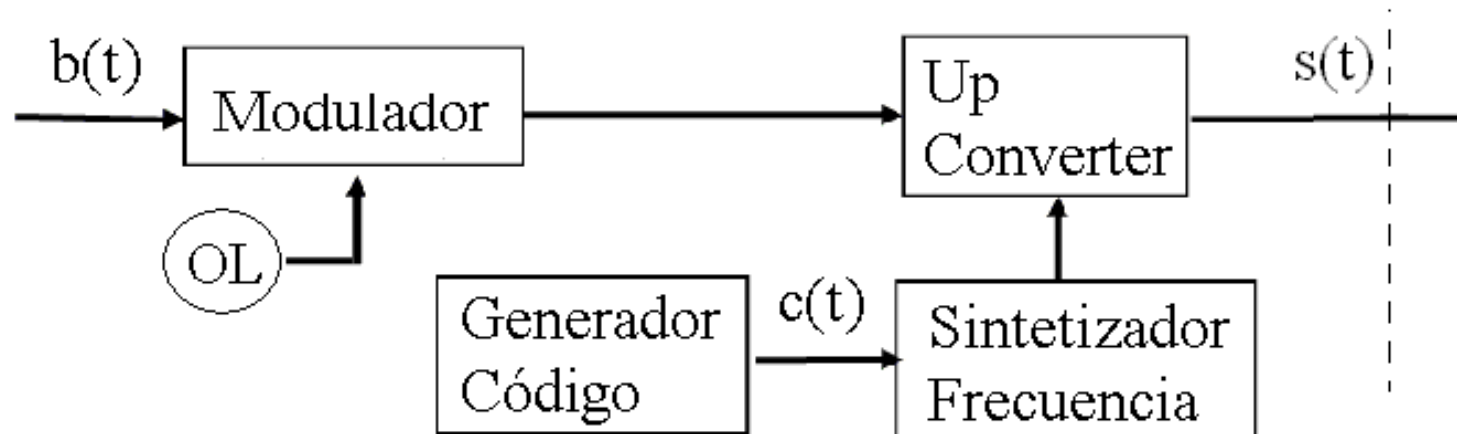
[4 3 0]



6.4 Espectro Ensanchado por Salto en Frecuencia (FH-SS)

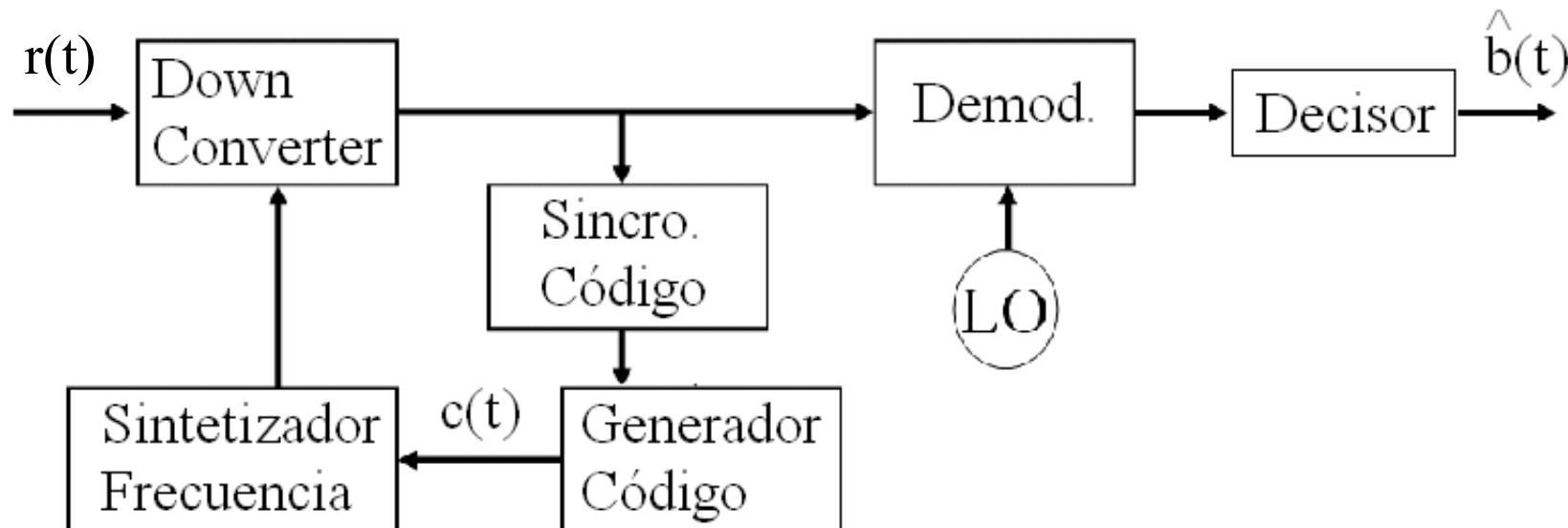
Modulación FH-SS: Transmisor

- **FH-SS: “Frequency Hopping Spread Spectrum”**
- **Ensanchado:** La señal de información se modula con una portadora cuya frecuencia varía periódicamente
- Cada T_h segundos la portadora “salta” a otra frecuencia
- El patrón de saltos es función del código usado
- **Modulación:** Habitualmente M-FSK no coherente



Modulación FH-SS: Receptor

- **Desensanchado mediante un Down Converter usando la secuencia código generada localmente.**
- **Demodulación posterior tradicional (M-FSK).**
- **Sincronismo: Absolutamente necesario. Los saltos de frecuencia deben estar sincronizados con los del Tx**



Modulación FH-SS: Tipos

- **Parámetros:**

- T_c : Duración de chip

- T_h : Duración de salto

- T_s : Duración de símbolo

$$T_c = \min(T_h, T_s)$$

- N : Longitud secuencia PN

- N_h : N° de saltos en un periodo de secuencia PN

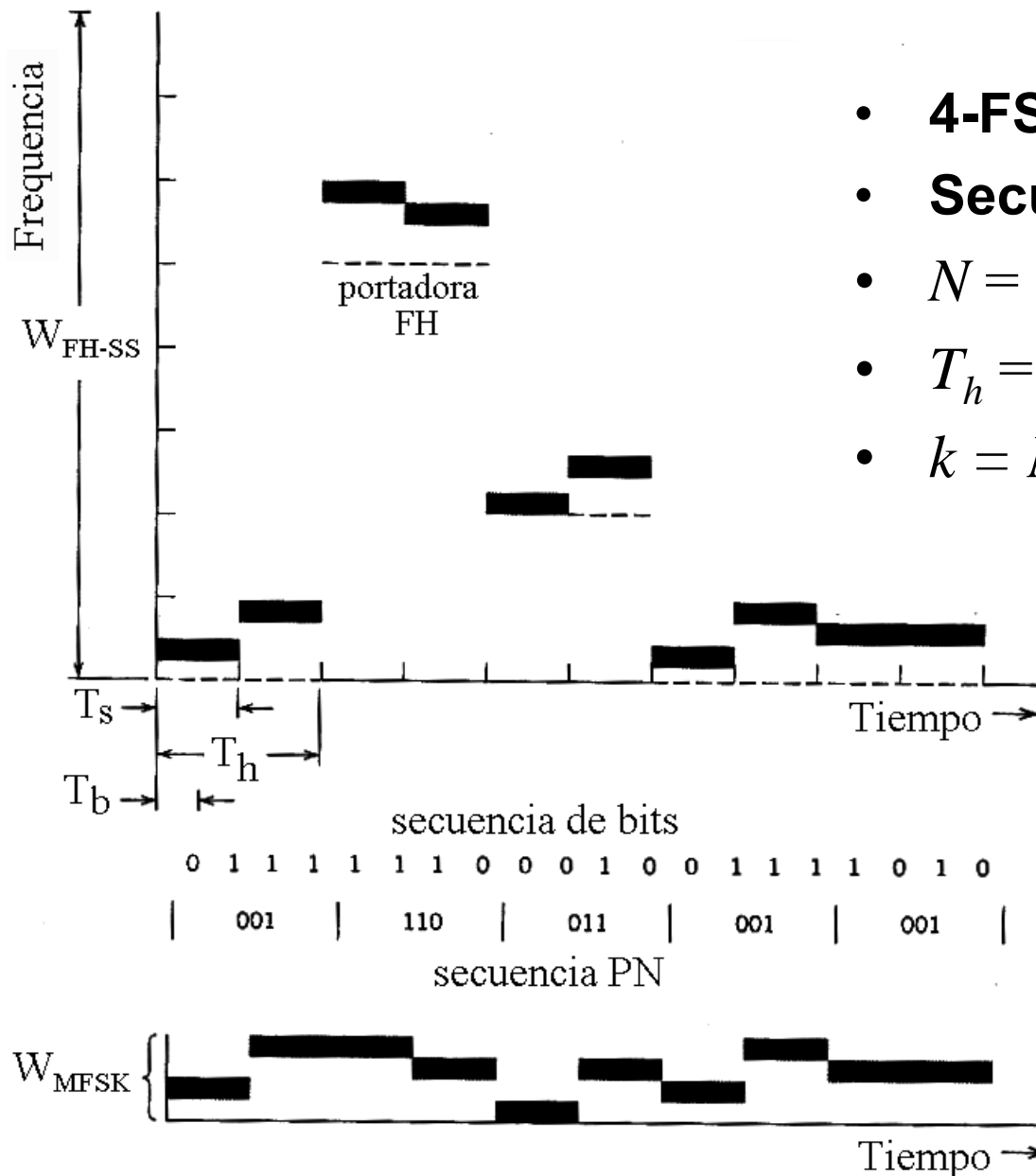
- 2^k : N° de portadoras

- **FH-lento:** $T_s < T_h$, $T_h = nT_s$

- **FH-rápido:** $T_h < T_s$, $T_s = nT_h$

$$N = kN_h \quad \text{con } N \text{ y } k \text{ enteros positivos}$$

Modulación FH-SS Lenta



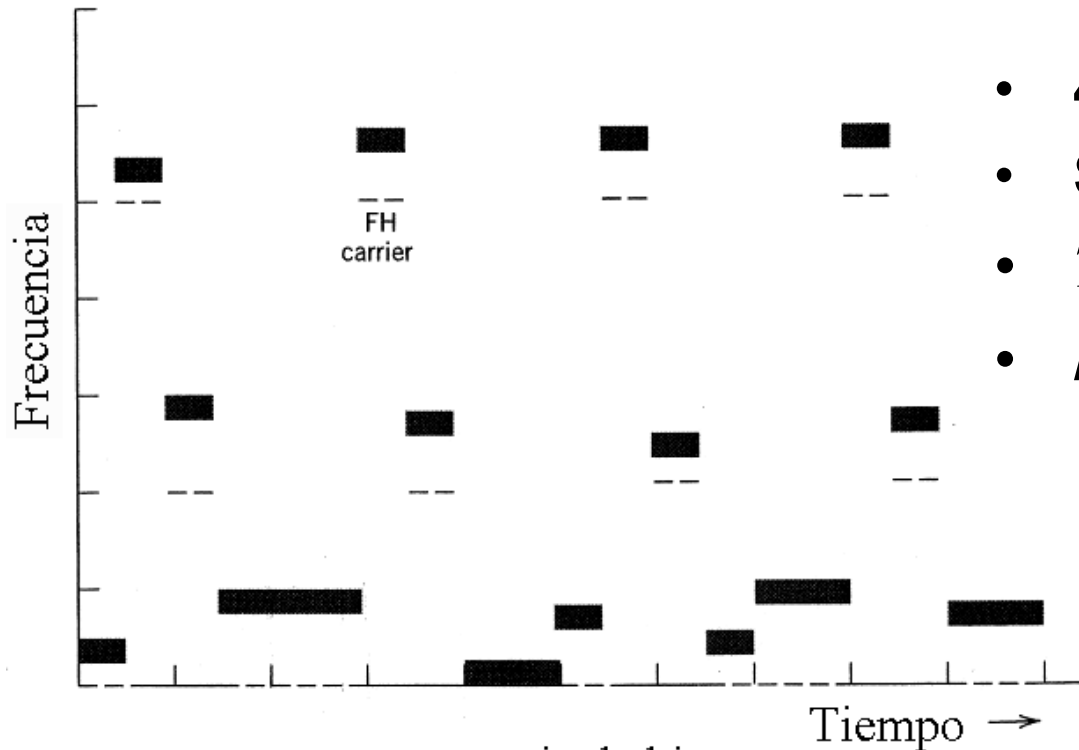
- **4-FSK $\Rightarrow b=2$ bits/símbolo**
- **Secuencia PN: 001110011001001**
- $N = 15 = 2^4 - 1$
- $T_h = 2T_s, N_h = 5$
- $k = N/N_h = 3 \Rightarrow 2^k = 8$ **portadoras**

Modulación FH-SS Lenta: Problemática

- **Sistemas jamming inteligentes sobre sistemas FH-SS lentos pueden llegar a detectar la banda utilizada en cada salto de frecuencia e inyectar la interferencia selectivamente en cada momento**

Solución: FH-SS rápida

Modulación FH-SS Rápida

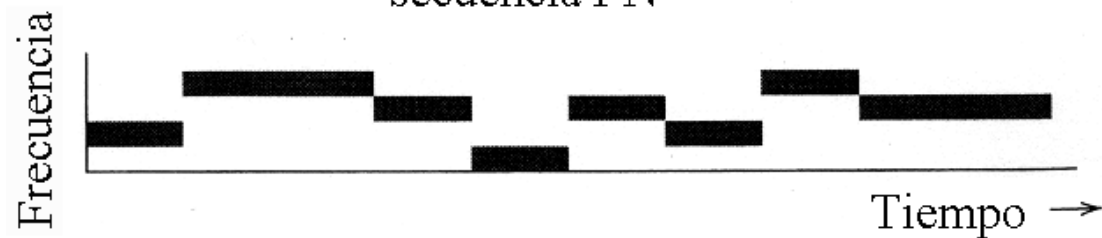


secuencia de bits

0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0

001110011001001001110011001001001110011001001001110011001001

secuencia PN



- 4-FSK $\Rightarrow b=2$ bits/símbolo
- Secuencia PN: 01110011001001
- $T_s = 2T_h$, $N_h = 5$
- $k = N/N_h = 3 \Rightarrow 2^k = 8$ portadoras

Modulación FH-SS: Probabilidad de Error

Comparación FSK versus FH-SS FSK:

- En AWGN (receptores coherentes)

$$P_e^{FH-SS FSK} = P_e^{FSK} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

- En presencia de Jamming

- Jammer con potencia disponible J
- En FSK el jammer puede concentrar la potencia en W_{FSK}
- En FH-SS obligamos al jammer a distribuir la potencia en el ancho de banda W_{FH-SS}

- Ganancia de procesamiento:
$$GP = \frac{W_{FH-SS}}{W_{FSK}}$$

- ¿Y si el jammer concentra la potencia en una sub-banda?

FH-SS: Pros y Contras

▪ Comparación con otras técnicas de ensanchado:

👍 **Sincronización más fácil que DS-SS**

👍 **Posibilita grandes anchos de banda de ensanchado**

👍 **Buen comportamiento frente al efecto near-far**

👍 **Mejor comportamiento frente jamming e interferencias banda estrecha**

👎 **Sintetizador de frecuencia sofisticado**

👎 **Cambios abruptos de frecuencia provocan exceso de ancho de banda**

👎 **Difícil detección coherente (debido a los cambios de fase en los saltos de frecuencia)**

👎 **Peor comportamiento que DS-SS en acceso múltiple y propagación multicamino**

Sistemas Comerciales FH-SS: Bluetooth

- **Banda ISM 2.4 GHz**
- **Modulación: GFSK binaria ($M=2$)**
(v2: $\pi/4$ DQPSK ó 8DPSK)
- **Régimen binario: $R_b = 1$ Mbps ($T_b=T_s=1\mu\text{s}$)**
(v2: $R_b=2-3$ Mbps, v3: $R_b=24$ Mbps)
- **1600 saltos/segundo**
 - **FH Lento ($T_h=1/1600=625\mu\text{s}$, 625 símbolos/salto)**
- **Ancho de banda sin ensanchar (W_{FSK}): 1 MHz**
- **79 portadoras**
$$f_k = 2402 + k \text{ (MHz)}$$
- **Potencia transmitida**
 - **Clase 1: 1 mW (alcance 10 m)**
 - **Clase 2: 2.5 mW (alcance 25 m)**
 - **Clase 3: 100 mW (alcance 100 m)**

