

HOJA DE PROBLEMAS 1

1. En una clase de N alumnos se pide:

- a) Probabilidad de que dos o más de ellos celebren su cumpleaños en la misma fecha.
- b) Probabilidad de que exactamente dos tengan la misma fecha de cumpleaños.

Considere el año de 365 días sin tener en cuenta los años bisiestos.

2. Un ingeniero químico es el responsable de un determinado proceso en una refinería de petróleo. Dicho proceso puede sufrir una parada debido a diversos motivos. Las estadísticas de la refinería indican que un 10% de las interrupciones del proceso son debidas solamente a fallos del equipo, un 5% son debidas a combinaciones de fallo del equipo y error del operador y un 40% se relacionan con fallos del operador. Calcúlese la probabilidad de que la causa de una parada sea debida a:

- a) fallo del equipo o error del operador;
- b) sólo error del operador;
- c) causa distinta a fallo del equipo o error del operador;
- d) error del operador supuesto que el equipo falló previamente;
- e) error del operador supuesto que el equipo no falló previamente;
- f) fallo del equipo supuesto que el operador cometió un error;
- g) ¿son los sucesos "error del operador" y "fallo del equipo" independientes?

3. Un centro de cálculo dispone de tres impresoras A, B y C con diferentes velocidades de impresión. Un listado puede enviarse a una de las tres con probabilidades 0.6, 0.3 y 0.1, respectivamente. Ocasionalmente, cualquiera de las impresoras se puede atascar y destruir el listado con probabilidades 0.01, 0.05 y 0.04, respectivamente. Se pide:

- a) Probabilidad de que un listado se destruya.
- b) Supuesto que un listado se ha destruido, determinar la impresora que, con mayor probabilidad, ha sido la causante de la destrucción.

4. Una red de distribución de energía eléctrica cuenta con 3 estaciones: A, B y C. Si se produce una sobrecarga en alguna de las estaciones de la red (y sólo en este caso), el suministro de energía podría interrumpirse con probabilidad 0.8%. Por experiencia se sabe que una sobrecarga en la estación A es capaz de producir un corte con una probabilidad del 1%. Para las estaciones B y C los correspondientes porcentajes son el 2% y el 3% respectivamente. De igual manera se conoce que el riesgo de sobrecargas de las estaciones es de un 60% para sobrecarga en A, un 20% para B y un 15% para C, existiendo un riesgo de sobrecargas simultáneas del 5% en dos o más estaciones y del 2% en las tres simultáneamente.

Una mañana se produce un corte general de distribución en la red. Encuentre la probabilidad de que la sobrecarga haya ocurrido en la estación A, en la estación B y en la C.

5. Un submarino trata de hundir un acorazado. Lo consigue si al menos dos de los torpedos aciertan en el acorazado. Si el submarino lanza tres torpedos y la probabilidad de acertar para cada torpedo es $p=0.4$, ¿cuál es la probabilidad de hundir el acorazado?

6. Un transmisor de un sistema de comunicaciones envía tres símbolos (+1, 0 y -1) a un receptor lejano a través de un canal determinado. Dicho canal puede introducir errores en la transmisión ocasionando, por ejemplo, que un "+1" enviado aparezca como un "-1" o un "0" en el receptor. Considere los sucesos A_i y B_i definidos de la siguiente manera: $A_i = \{\text{"el símbolo enviado es } i\}$, $B_i = \{\text{"el símbolo recibido es } i\}$. Suponiendo que $P(A_1)=0.5$, $P(A_2)=0.3$ y $P(A_3)=0.2$, y que $P(B_i|A_j)=0.1$ si $i \neq j$, y $P(B_i|A_j)=0.8$ si $i=j$; calcule:

- las probabilidades del suceso B_i para $i=1,2,3$;
- las probabilidades a posteriori $P(A_i|B_j)$;
- la probabilidad de cometer un error en la transmisión.

7. Un móvil se desplaza en el plano; en cada instante hay una probabilidad p de ir de un punto (x,y) a $(x,y+1)$ y una probabilidad $q=1-p$ de ir de (x,y) a $(x+1,y)$. Se pide:

- la probabilidad de ir con desplazamientos independientes desde el punto $(0,0)$ hasta el punto (a,b) ;
- la probabilidad de alcanzar el segmento MN definido por $M=(a,b)$, $N=(a,b+1)$ desde el punto $(0,0)$.

SOLUCIONES HOJA DE PROBLEMAS 1

1. a) $A = \{\text{"dos o más alumnos cumplen años en la misma fecha"}\}$

$$P(\bar{A}) = \frac{V_{M,N}}{VR_{M,N}} = \frac{M!}{(M-N)!M^N} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

N	2	20	50
P(A)	0.00274	0.4114	0.97

- b) $B = \{\text{"exactamente dos alumnos cumplen años en la misma fecha"}\}$

$$P(B) = \binom{N}{2} \frac{M!}{(M-N+1)!M^N}$$

N	2	20	50
P(B)	0.00274	0.323	0.115

2. $A = \{\text{"fallo del equipo"}\}$ $A' = \{\text{"sólo fallo del equipo"}\}$
 $B = \{\text{"fallo del operador"}\}$ $B' = \{\text{"sólo fallo del operador"}\}$
 $C = \{\text{"causa distinta a fallo del equipo o error del operador"}\}$
 $P(A') = 0.1$ $P(A \cap B) = 0.05$ $P(B) = 0.4$
a) $P(A \cup B) = 0.5$ b) $P(B') = 0.35$
c) $P(C) = 0.5$ d) $P(B|A) = 1/3$
e) $P(B|\bar{A}) = 7/17$ f) $P(A|B) = 1/8$
g) $P(B \cap A) = 0.05 \neq P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.15 \rightarrow$ No son Independientes

3. $A = \{\text{"listado enviado a impresora A"}\}$ $B = \{\text{"listado enviado a impresora B"}\}$
 $C = \{\text{"listado enviado a impresora C"}\}$ $D = \{\text{"listado destruido"}\}$
a) $P(D) = 0.025$
b) $P(A|D) = 0.24$ $P(B|D) = 0.6$ $P(C|D) = 0.16$

4. $A = \{\text{"sobrecarga en estación A"}\}$ $B = \{\text{"sobrecarga en B"}\}$ $C = \{\text{"sobrecarga en C"}\}$
 $X = \{\text{"corte en la red"}\}$
 $P(X|A \cup B \cup C) = 0.008$ $P(A \cup B \cup C|X) = 1$ $P(X|A) = 0.01$ $P(X|B) = 0.02$ $P(X|C) = 0.03$
 $P(A) = 0.6$ $P(B) = 0.2$ $P(C) = 0.15$ $P((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)) = 0.05$ $P(A \cap B \cap C) = 0.02$
 $P(A|X) = 0.85$ $P(B|X) = 0.57$ $P(C|X) = 0.64$

5. $P(\text{"hundir acorazado"}) = 0.352$

6. a) $P(B_1) = 0.45$ $P(B_2) = 0.31$ $P(B_3) = 0.24$
b) $P(A_1|B_1) = 8/9$ $P(A_2|B_1) = 1/15$ $P(A_3|B_1) = 2/45$
 $P(A_1|B_2) = 5/31$ $P(A_2|B_2) = 24/31$ $P(A_3|B_2) = 2/31$
 $P(A_1|B_3) = 5/24$ $P(A_2|B_3) = 3/24$ $P(A_3|B_3) = 16/24$
c) $P_{\text{error}} = 0.20$

7. a) $M = \{\text{"movimiento } (0,0) \rightarrow (a,b)\}$ $P(M) = \binom{a+b}{b} p^b q^a$
b) $N = \{\text{"movimiento } (0,0) \rightarrow (a,b+1)\}$ $P(M \cup N) = \binom{a+b}{b} p^b q^{a+1} + \binom{a+b+1}{b+1} p^{b+1} q^a$