Comunicaciones
Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación
Universidad de Cantabria

Problemas Tema 7

1. A la entrada de un receptor, la señal de comunicaciones digitales posee una amplitud de o bien 10 nanovoltios o bien -10 nanovoltios durante el intervalo $(0,T)$, siendo T el periodo de símbolo. Se le suma ruido aditivo blanco y Gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2=10^{-20}$ W/Hz. Si el receptor utiliza el filtro adaptado y el decisor óptimo, determinar la máxima velocidad posible con una probabilidad de error menor de 10^{-3}.

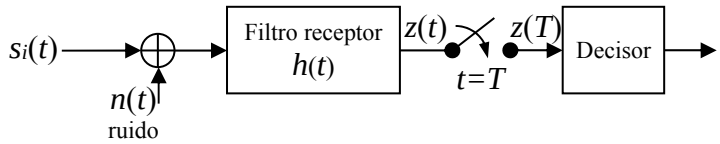
2. Supongamos una transmisión banda base multinivel con símbolos {-3, -1, 1 y 3} equiprobables conformados mediante un filtro NRZ. Si la recepción se realiza con filtro adaptado y decisor óptimo, calcule la probabilidad de error en presencia de ruido blanco Gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2$ W/Hz.

3. Un cable coaxial operando a 34 Mbaudios en un enlace de 4 km usa pulsos rectangulares de 5 voltios que se atenúan 10 dB cada kilómetro. El receptor de comunicaciones emplea el filtro adaptado y el decisor óptimo. Supongamos que queremos subir la velocidad de símbolo a 136 Mbaudios manteniendo los 5 V de amplitud, aunque ahora la atenuación es de 20 dB por kilómetro (la atenuación del cable coaxial aumenta con la frecuencia). Estimar la máxima longitud del nuevo enlace suponiendo que se quiere mantener la probabilidad de error.

4. Se diseña un receptor para un sistema banda base NRZ unipolar cuyas formas de onda trasmitidas son:

$$s_1(t) = A, \qquad 0 \le t \le T;$$
$$s_2(t) = 0, \qquad 0 \le t \le T;$$

siendo T el periodo de símbolo. Las señales se reciben en ruido aditivo blanco Gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2$ W/Hz.

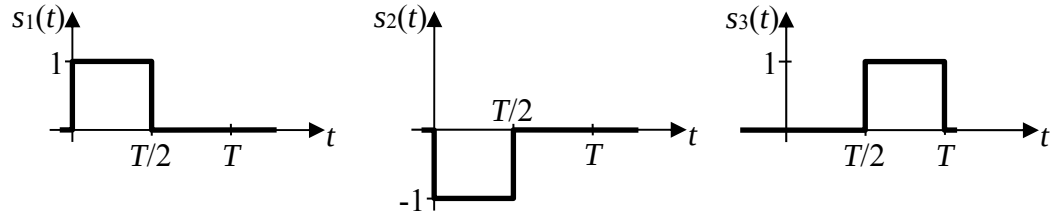


Para abaratar costes, en lugar de usar el filtro adaptado se implementa un simple circuito analógico RC, dando lugar a una respuesta impulsiva:

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{-t/T} \qquad 0 \le t \le T.$$

a) Calcule el valor del observable $z(T)$ para ambas formas de onda en función de la energía media de símbolo, E. Calcule el umbral óptimo de decisión.
b) Calcule la probabilidad de error (en función de $Q(\cdot)$).
c) Calcule el incremento de energía transmitida (en dB) para mantener la probabilidad de error del receptor óptimo.

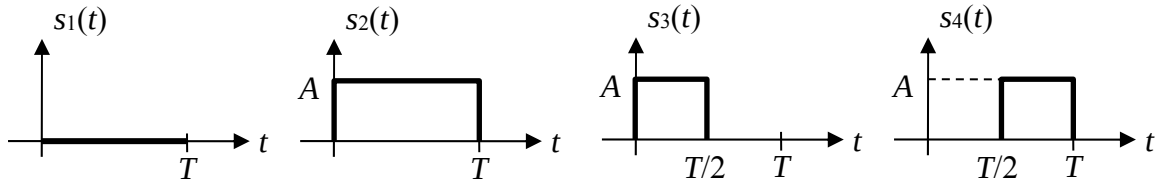
5. Dadas las formas de onda:



se quiere comparar dos sistemas de comunicaciones banda base binarios, el SISTEMA A que utiliza $s_1(t)$ y $s_2(t)$ y el SISTEMA B usando $s_1(t)$ y $s_3(t)$. Ambos operan a $R_s=1/T$ símbolos/s.

a) Calcule una base ortonormal para cada uno de los sistemas.
b) Razone, para una misma potencia de señal y un mismo nivel de ruido, qué sistema produciría una menor probabilidad de error.

6. Considere las siguientes formas de onda:



a) Obtenga una base ortonormal y represente las señales (especificando las coordenadas) en el espacio de señal resultante.
b) Dibuje el receptor óptimo de las señales $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$ y $s_4(t)$ en AWGN. Especifique detalladamente todos sus componentes y en especial las regiones de decisión del decisor. Calcule la probabilidad de error de <u>bit</u> de dicho receptor expresándola en términos de E_b y N_0.
c) Dado el receptor del apartado anterior, proponga razonadamente 4 señales para las cuales dicho receptor sea óptimo y proporcione la menor probabilidad de error de bit posible (en particular, mejores prestaciones que el sistema del apartado b). Calcule dicha probabilidad de error.
d) Para una misma probabilidad de error, ¿qué ganancia en potencia se obtiene con el sistema del apartado c) con respecto al del apartado b)?.

Soluciones Tema 7

1. R_b<1040 bits/s

2. $P_e(\text{símbolo}) = \frac{3}{2} Q\left(\frac{d}{2\sigma_n}\right)$, entonces, en función de $\frac{E_b}{N_0}$, $P_e(\text{bit}) = \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{5N_0}}\right)$

3. Longitud=1.7 Km

4. a) $a_1 = A\sqrt{T}\left(1-e^{-1}\right) = \sqrt{2E}\left(1-e^{-1}\right)$, $a_2 = 0$, $\lambda_0 = \frac{\sqrt{2E}}{2}\left(1-e^{-1}\right)$

b) $P_e(\text{bit}) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b(1-e^{-1})}{N_0(1+e^{-1})}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{0.924E_b}{N_0}}\right)$, con $E_b = E = \frac{A^2T}{2}$

c) $E_b = 1.082E_{bopt}$, entonces $E_b = E_{bopt} + 0.34\text{dB}$

5. a) SISTEMA A: $\psi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{T/2}}$

SISTEMA B: $\psi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{T/2}}, \psi_2(t) = \frac{s_3(t)}{\sqrt{T/2}}$

b) $P_e^A(\text{bit}) = Q\left(\sqrt{\frac{2P}{R_b N_0}}\right) < P_e^B(\text{bit}) = Q\left(\sqrt{\frac{P}{R_b N_0}}\right)$

6. a) $\psi_1(t) = \frac{s_3(t)}{\sqrt{T/2}}, \psi_2(t) = \frac{s_4(t)}{\sqrt{T/2}}$

$\vec{s}_1 = (0,0), \vec{s}_2 = \sqrt{E_s}(1,1), \vec{s}_3 = \sqrt{E_s}(1,0), \vec{s}_2 = \sqrt{E_s}(0,1)$, siendo $E_s = A^2\frac{T}{2}$

b) $P_e(\text{bit}) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

c) Por ejemplo, $\vec{s}_1 = \sqrt{E_s}(1,0), \vec{s}_2 = \sqrt{E_s}(0,1), \vec{s}_3 = \sqrt{E_s}(-1,0), \vec{s}_2 = \sqrt{E_s}(0,-1)$

resultando $P_e(\text{bit}) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

d) $\text{Pot}^{b)}(\text{dB}) = \text{Pot}^{c)}(\text{dB}) + 3\text{dB}$