

COMUNICACIONES DIGITALES
3^{er} curso Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación
Mención en Sistemas de Telecomunicación
Universidad de Cantabria

Tema 3. Diversidad

Jesús María Ibáñez Díaz

GRUPO DE TRATAMIENTO AVANZADO DE SEÑAL (G.T.A.S.)

gtas.unican.es

Índice

Tema 3. Diversidad

3.1 Introducción.

3.2 Explotando la diversidad.

3.2.1 Diversidad espacial

Ganancia de diversidad, de array y de multiplexado

3.2.2 Diversidad frecuencial

3.2.3 Diversidad temporal

3.3 Diversidad espacial en recepción (SIMO).

3.3.1 Maximal Ratio Combining (MRC)

3.3.2 Otras técnicas SIMO

3.4 Diversidad espacial en transmisión (MISO).

3.4.1 Canal conocido en transmisión (MRT)

3.4.2 Canal desconocido en transmisión (Alamouti)

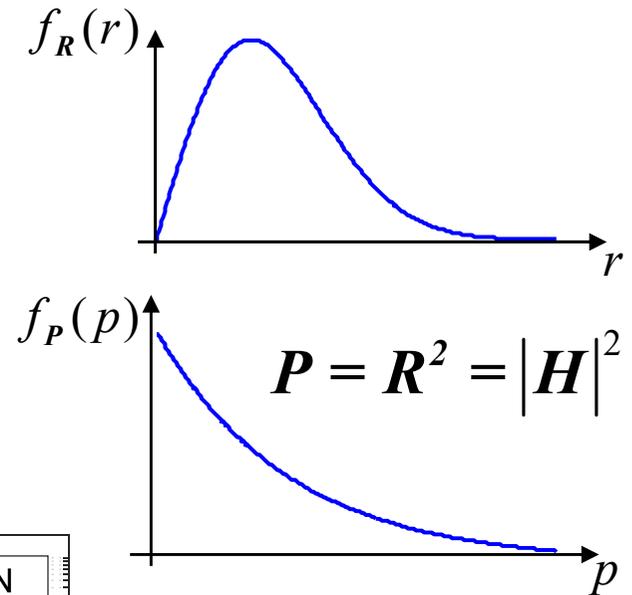
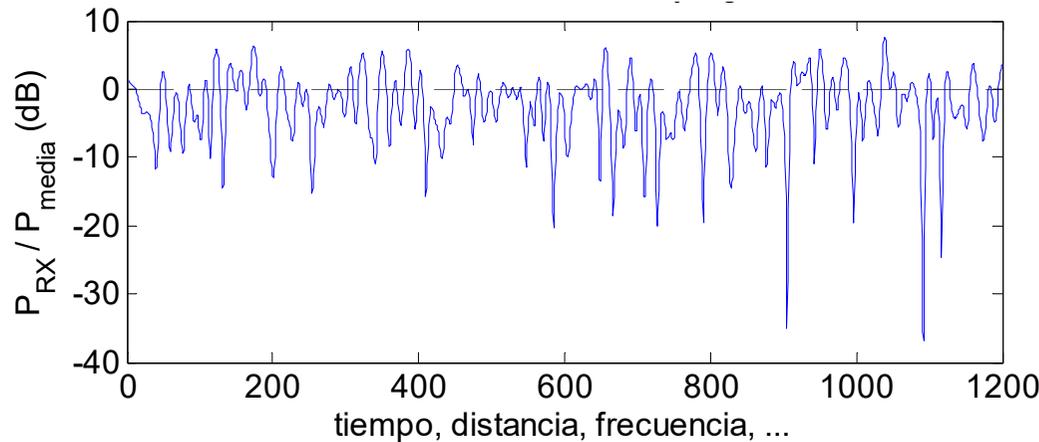
3.1 Introducción

Desvanecimiento

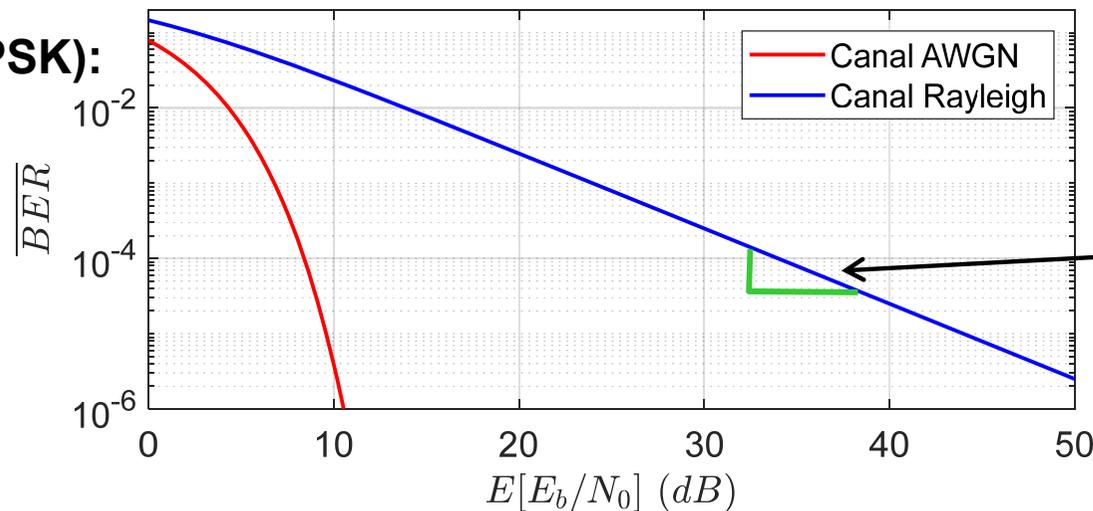
Desvanecimiento \Rightarrow degradación “intolerable” de BER

Ejemplo: Canal con desvanecimiento Rayleigh: $H = Re^{j\Theta} \sim CN(0, \sigma_r^2)$

- Estadística del desvanecimiento



- BER (QPSK):



El desvanecimiento: ¿negativo?

El desvanecimiento degrada la BER.

- Debido a la incidencia de las realizaciones de canal con desvanecimiento profundo
- A pesar de las realizaciones mejores que la media

Idea: ¿Es posible sacar provecho del desvanecimiento?

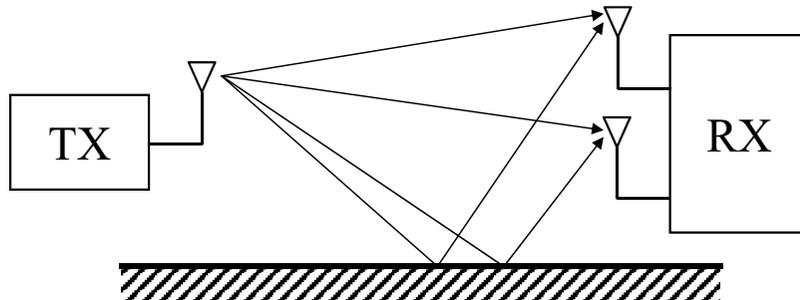
- Recordar la representación fasorial de una señal que sufre multicamino



- Aprovechar que caminos de señal independientes tienen baja probabilidad de sufrir desvanecimiento profundo simultáneamente.
- Solución: Combinar adecuadamente dichas señales que sufren desvanecimientos independientes → aprovechar la DIVERSIDAD

Ejemplo de aprovechamiento de la diversidad

Dos antenas en el receptor



$R_1 = |H_1|$ v.a. amplitud en antena 1

$R_2 = |H_2|$ v.a. amplitud en antena 2

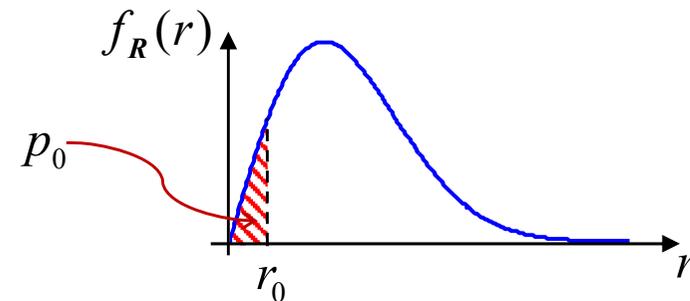
Si las antenas receptoras están suficientemente separadas, entonces es improbable que ambas sufran desvanecimiento profundo simultáneamente:

$$P(\mathbf{R}_1 \leq r_0) = \int_{-\infty}^{r_0} f_R(r_1) dr_1 = p_0 \ll 1$$

$$P(\mathbf{R}_2 \leq r_0) = p_0$$

R_1, R_2 indep.

$$P(\{\mathbf{R}_1 \leq r_0\} \cap \{\mathbf{R}_2 \leq r_0\}) = p_0^2 \ll p_0 \ll 1$$



El receptor, por ejemplo, puede seleccionar la antena con la señal más potente (técnica denominada Antenna Selection)

3.2 Explotando la diversidad

Explotando la diversidad

Idea crucial:

Búsqueda y uso de caminos/realizaciones independientes del canal

- **Se aplica en los sistemas inalámbricos (afectados por canal multicamino).**
- **Otros sistemas también pueden hacer uso de estos principios, por ejemplo:**
 - **PLC (Power Line Communications). Canal no estacionario, selectivo en frecuencia y con interferencias.**
 - **ADSL**

Hay muchas formas de encontrar caminos/realizaciones independientes y, por tanto, de explotar/aprovechar la diversidad del canal.

¿Dónde buscar dichos caminos?

espacio, tiempo, frecuencia,...

3.2.1 Diversidad espacial

- **Múltiples antenas en transmisión y/o recepción**
 - SIMO (Single Input Multiple Output)
 - MISO (Multiple Input Single Output)
 - MIMO (Multiple Input Multiple Output)
- **Las distintas antenas experimentan canales con desvanecimientos independientes**

Condición práctica para experimentar desvanecimientos independientes:

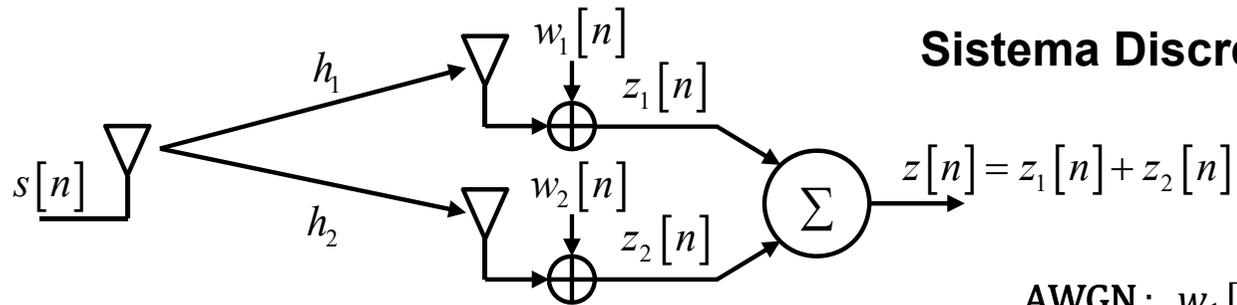
1. **Canal multitrayecto con “rich scattering”**
2. **Antenas omnidireccionales**
3. **Separación mayor que $\lambda/2$**

Por ejemplo:

$$f_c = 3\text{GHz} \rightarrow \lambda/2 = 5\text{cm} \quad (\lambda = c/f_c)$$

- **No basta con disponer de múltiples antenas, hay que usarlas adecuadamente (ejemplo a continuación).**

Ejemplo SIMO 1x2



AWGN: $w_1[n], w_2[n]$ i. i. d. $CN(0, \sigma^2)$

Canal plano: $h_1, h_2 \in \mathbb{C}$

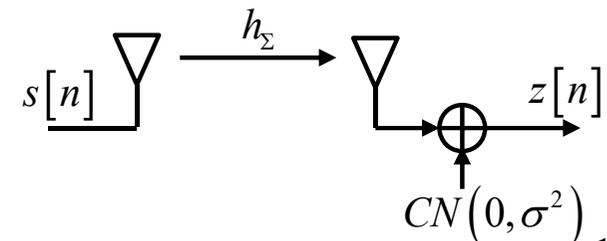
- **En cada rama:**

$$z_1[n] = h_1 s[n] + w_1[n] \Rightarrow SNR_1 = \frac{|h_1|^2 P_s}{\sigma_{w_1}^2} \stackrel{P_s=1}{=} \frac{|h_1|^2}{\sigma^2}, \quad z_2[n] = h_2 s[n] + w_2[n] \Rightarrow SNR_2 = \frac{|h_2|^2}{\sigma^2}$$

- **La señal combinada:**

$$z[n] = z_1[n] + z_2[n] = (h_1 + h_2) s[n] + w_1[n] + w_2[n] \Rightarrow SNR_\Sigma = \frac{|h_1 + h_2|^2}{\sigma_{w_1}^2 + \sigma_{w_2}^2} = \frac{|h_1 + h_2|^2}{2\sigma^2} = \frac{|h_\Sigma|^2}{\sigma^2}$$

siendo $h_\Sigma = (h_1 + h_2) / \sqrt{2}$ el canal SISO equivalente:



Ejemplo SIMO 1x2: ¿Ganancia?

- En ausencia de desvanecimiento (**canal determinista**), dados h_1 y h_2 , habrá ganancia de SNR si:

$$SNR_{\Sigma} > SNR_i \Leftrightarrow |h_{\Sigma}|^2 = \frac{|h_1 + h_2|^2}{2} > |h_i|^2, \quad i = 1, 2$$

- En presencia de desvanecimiento (**canal aleatorio**) se observa qué ocurre en media:

Canal Rayleigh: h_1, h_2 i.i.d. $CN(0,1)$

$$\overline{SNR_1} = E[SNR_1] = \frac{E[|h_1|^2]}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2}$$

$$\overline{SNR_2} = E[SNR_2] = \frac{E[|h_2|^2]}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2}$$

$$\overline{SNR_{\Sigma}} = E[SNR_{\Sigma}] = \frac{E[|h_{\Sigma}|^2]}{\sigma^2} = \frac{E[|h_1 + h_2|^2]}{2\sigma^2} = \frac{E[|h_1|^2] + E[|h_2|^2]}{2\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2}$$

No hay ganancia de SNR (Array Gain), pues $\overline{SNR_{\Sigma}} = \overline{SNR_i}$

Además, la distribución de h_{Σ} es idéntica a la de h_1 y h_2 .

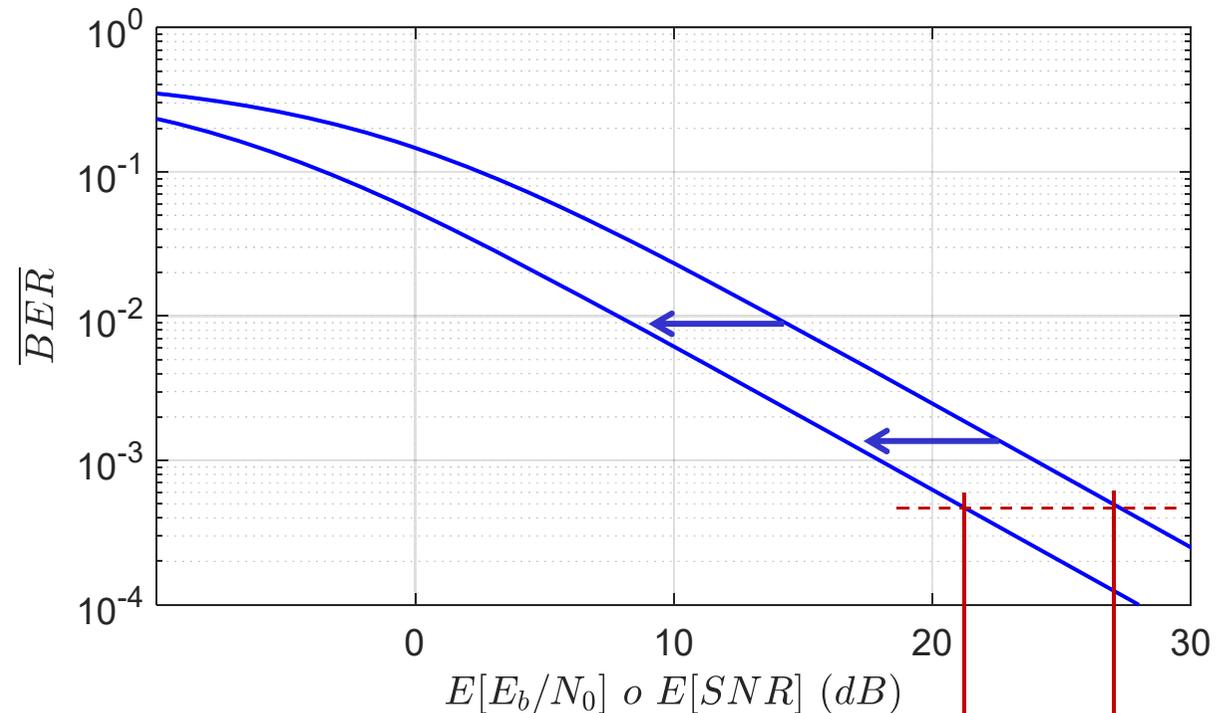
- Este sistema no aporta ventajas** con respecto al SISO

Ganancia de Array

ARRAY GAIN

- Es el incremento de la SNR promedio equivalente, \overline{SNR}_{Σ} , con respecto a la SNR promedio que obtiene cuando se hace uso de una única realización de canal (p.e. con una sola antena).

$$\text{ArrayGain} = \frac{\overline{SNR}_{\Sigma}}{\overline{SNR}}$$

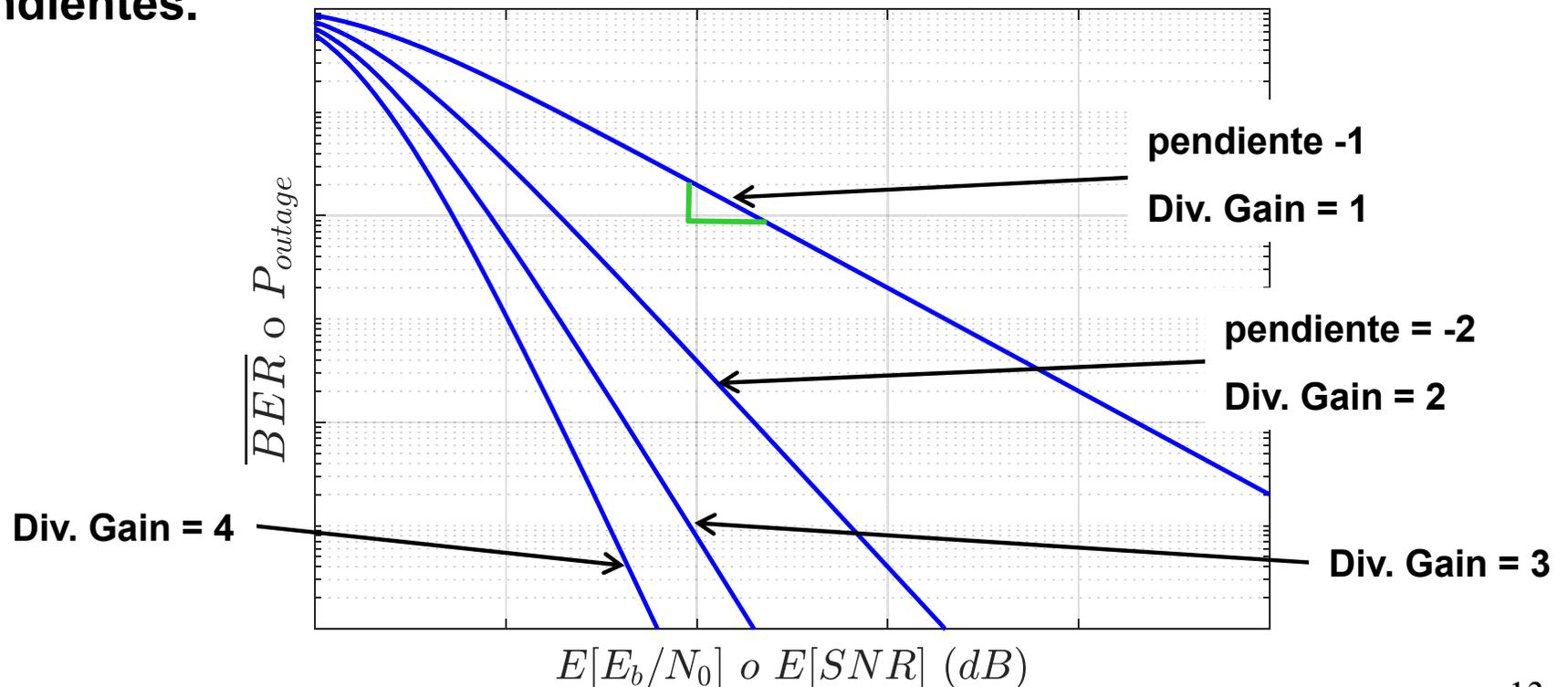


- Se puede conseguir en canales con y sin desvanecimiento

Ganancia de Diversidad

DIVERSITY GAIN

- Es el incremento en la pendiente de la curva de BER promedio (o la reducción de la probabilidad de outage) en presencia de desvanecimiento.
- Se produce por una distribución más favorable de la SNR equivalente, SNR_{Σ} , al combinar adecuadamente realizaciones de canal (p.e. antenas) independientes.

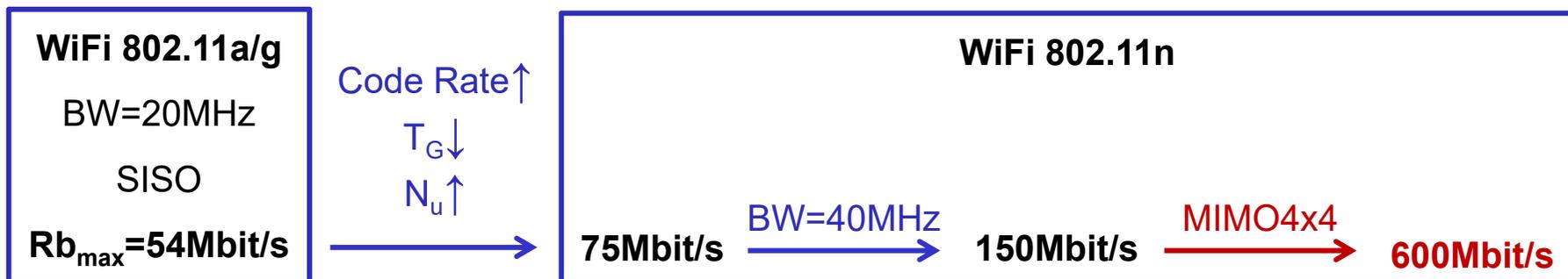


Ganancia de Multiplexado

MULTIPLEXING GAIN

- Incremento en la tasa binaria en sistemas MIMO (múltiples antenas tanto en TX como en RX).
- El canal MIMO (a veces) puede descomponerse en R canales paralelos independientes. Entonces se pueden transmitir simultáneamente R flujos binarios (streams) independientes.
- Trade-off Diversidad/Multiplexado

Ejemplo en WiFi:



Diversidad espacial: ganancias

- Con diversidad espacial (es decir, con múltiples antenas) es posible obtener ganancias de array, diversidad y multiplexado
- Dichas ganancias están supeditadas a:
 1. El canal
 2. El procesamiento de las señales en TX y/o RX
 3. El conocimiento del canal en TX (CSIT) y/o en RX (CSIR)
- Los valores **máximos** de ganancia obtenibles son:

	Array Gain	Diversity Gain	Multiplexing Gain
SISO (1×1)	1	1	1
SIMO ($1 \times N_R$)	N_R	N_R	1
MISO ($N_T \times 1$)	N_T	N_T	1
MIMO ($N_T \times N_R$)	$N_T N_R$	$N_T N_R$ (*)	$\min(N_T, N_R)$ (*)

(*) No alcanzables simultáneamente

3.2.2 Diversidad frecuencial

- Consiste en transmitir la misma información simultáneamente en diferentes frecuencias portadoras.

Condición práctica para experimentar desvanecimientos independientes:

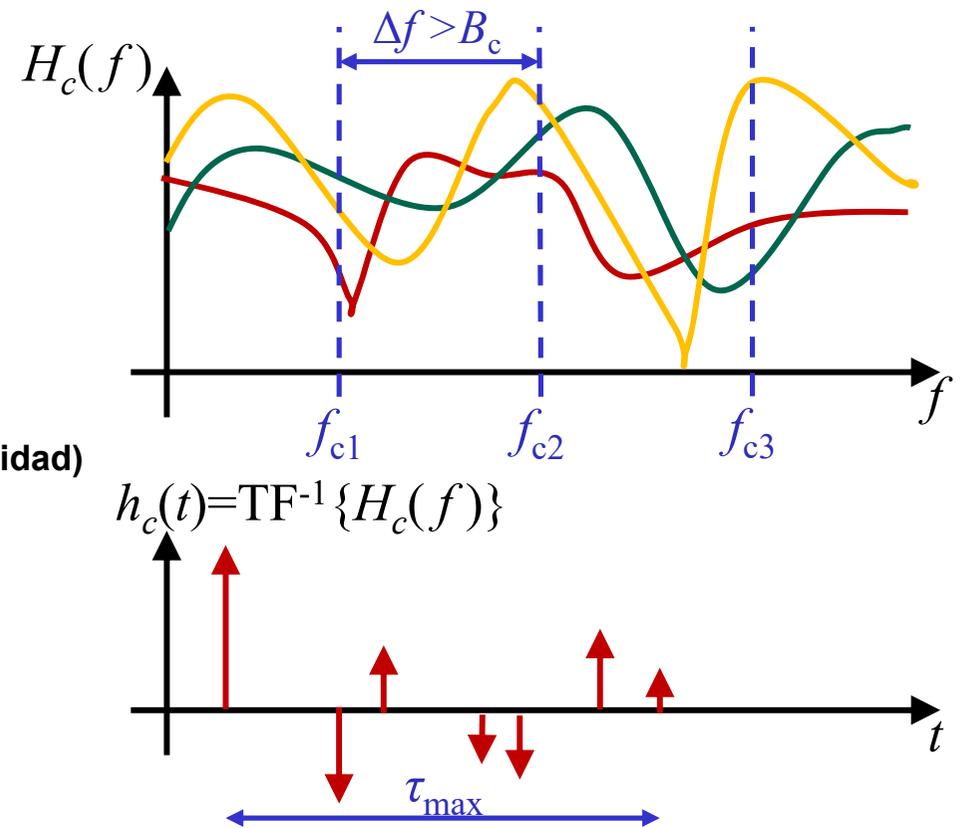
1. Separación de portadoras mayor que el ancho de banda de coherencia del canal

$$\Delta f > B_c \propto \frac{1}{\sigma_\tau} \propto \frac{1}{\tau_{\max}}$$

Selectividad frecuencial \leftrightarrow Memoria temporal (dispersividad)

- Problemática:

- Necesario procesar adecuadamente
- Pérdida de tasa binaria (eficiencia espectral)



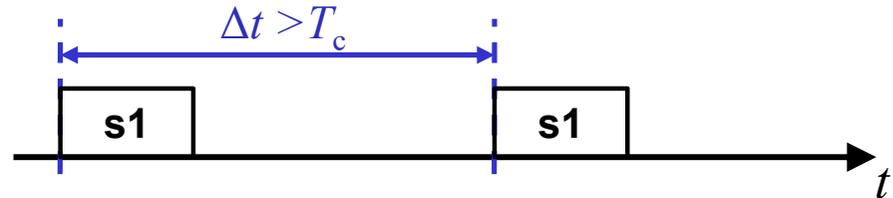
3.2.3 Diversidad temporal

- Consiste en transmitir la misma información en diferentes instantes.

Condición práctica para experimentar desvanecimientos independientes:

1. Diferencia de tiempo entre transmisiones mayor que el tiempo de coherencia del canal

$$\Delta t > T_c \propto \frac{1}{\sigma_v} \approx \frac{c}{f_c v}$$



- **Problemática:**

- Necesario procesar adecuadamente
- Sólo útil en escenarios/aplicaciones no estacionarios, es decir, con (mucho) movilidad.
- Latencia.
- Pérdida de tasa binaria (eficiencia espectral)

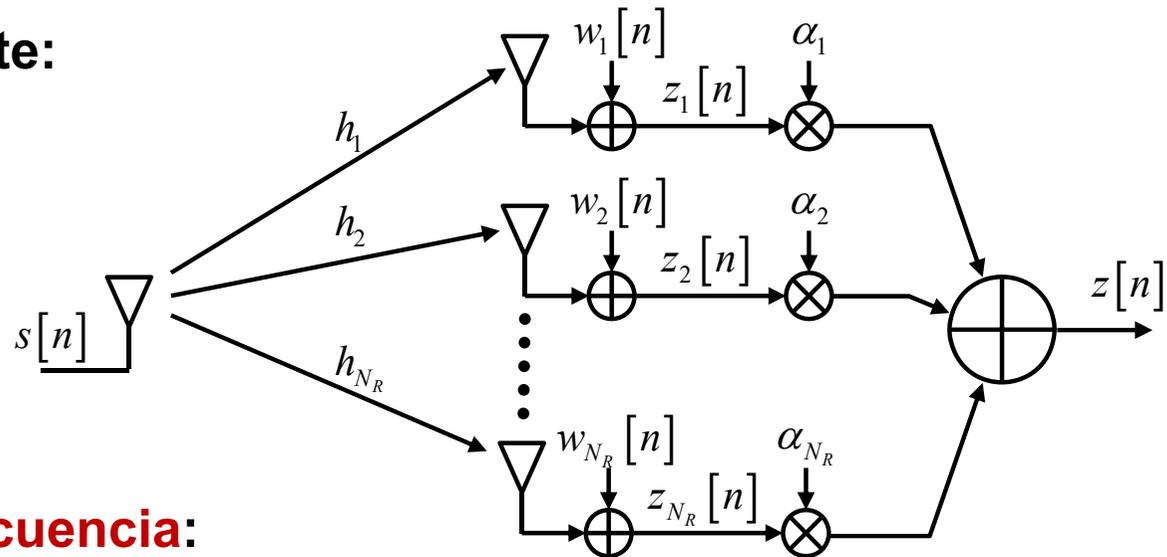
- **Otras formas de diversidad:**

- Diversidad de polarización (horizontal/vertical).
- Diversidad de ángulo/dirección.

3.3 Diversidad espacial en recepción (SIMO)

Esquema SIMO

Sistema discreto equivalente:



- **Canal SIMO plano en frecuencia:**

$$\vec{h} = [h_1, h_2, \dots, h_{N_R}] \quad \text{con } h_i = r_i e^{j\phi_i}$$

- **Ruido AWGN i.i.d.:**

$$w_i[n] \sim CN(0, \sigma_{w_i}^2) = CN(0, \sigma^2)$$

- **En cada rama:**

$$z_i[n] = h_i s[n] + w_i[n] \Rightarrow SNR_i = \frac{|h_i|^2 P_s}{\sigma_{w_i}^2} = \frac{|h_i|^2}{\sigma^2}$$

- **¿Cómo combinamos linealmente las señales recibidas?**

$$z[n] = \sum_i^{N_R} \alpha_i z_i[n]$$

- **¿Cuáles son los pesos complejos, \$\alpha_i\$, óptimos?: Criterio MRC**

3.3.1 Maximal Ratio Combining (MRC)

- **Idea: Combinar coherentemente las señales de las distintas antenas**
- **Objetivos:**
 - Reducir los efectos del desvanecimiento (diversity gain).
 - Incrementar la SNR promedio (array gain).
- **Coeficientes óptimos: proporcionados por el criterio MRC**
 - Maximal Ratio Combining.
 - **Ramas con alta SNR (más fiables) se ponderan con un peso mayor:** $|\alpha_i|^2 \propto SNR_i$
 - **Combinación coherente (en fase):** $\arg(\alpha_i) = -\arg(h_i) = -\varphi_i$
 - **Pesos resultantes:**

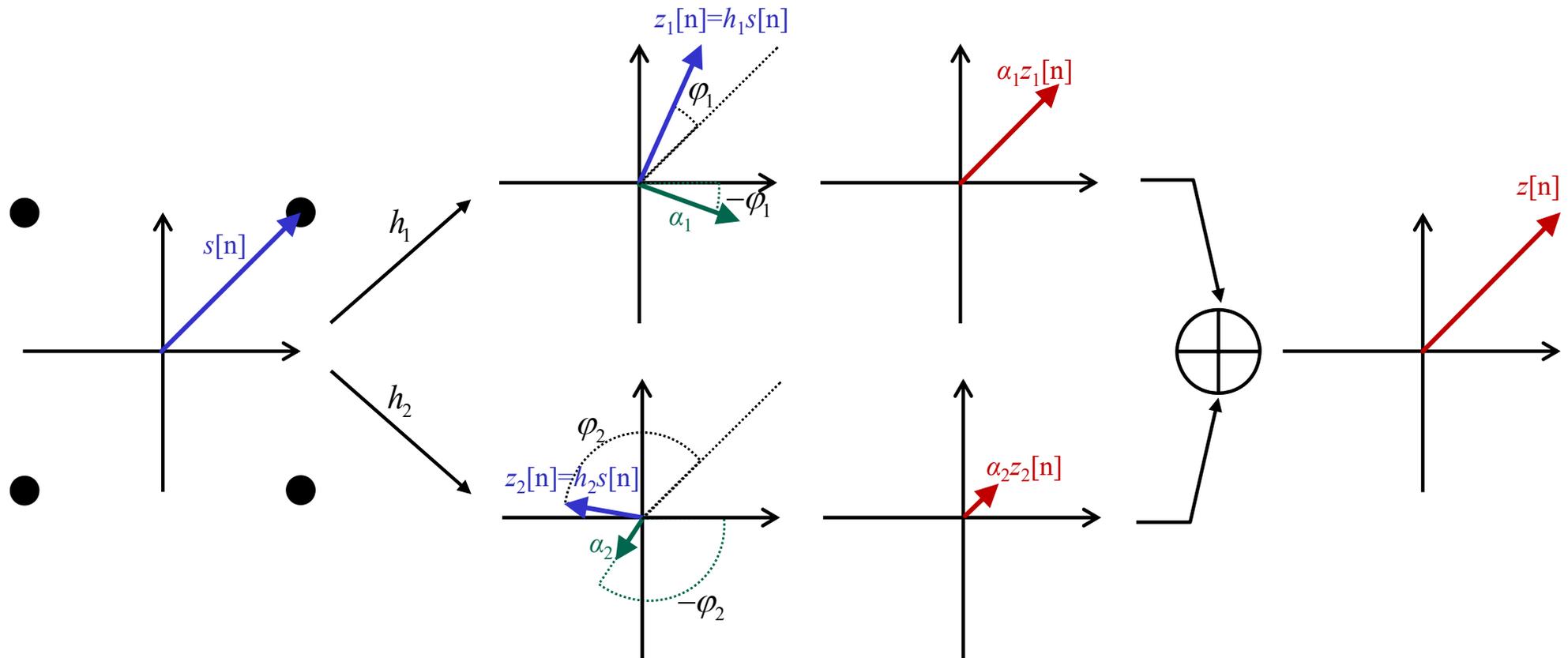
$$\alpha_i = k_1 \sqrt{SNR_i} e^{-j\varphi_i} = k_2 r_i e^{-j\varphi_i} = k_2 h_i^* \Rightarrow \vec{\alpha} = k \vec{h}^*$$

- **Habitualmente se normalizan:**

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{h}^*}{\|\vec{h}\|^2}$$

- **Requiere conocer el canal en el receptor (CSIR, *Channel State Information at Receiver*).**
- **Mismo principio (y derivación) que el filtro adaptado.**

Criterio MRC



- Son los pesos óptimos en el sentido de que maximizan la SNR de $z[n]$

SNR en MRC

- Dada una realización concreta del canal, $\vec{h} = [h_1, h_2, \dots, h_{N_R}]$, el observable es:

$$z[n] = \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i z_i[n] = \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i (h_i s[n] + w_i[n]) = s[n] \underbrace{\sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i h_i}_{\text{señal}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i w_i[n]}_{\text{ruido}}$$

- La SNR resultante usando los pesos óptimos por el criterio MRC es:

$$SNR_{MRC} = \frac{P_s \left| \sum_{i=1}^{N_R} \alpha_i h_i \right|^2}{\sum_{i=1}^{N_R} |\alpha_i|^2 \sigma_{w_i}^2} \stackrel{P_s=1}{=} \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_R} h_i^* h_i \right|^2}{\sum_{i=1}^{N_R} |h_i^*|^2 \sigma_{w_i}^2} \stackrel{\text{MRC}}{=} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_R} |h_i|^2 \right)^2}{\sigma^2 \sum_{i=1}^{N_R} |h_i|^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N_R} |h_i|^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{N_R} SNR_i$$

MRC
 $\alpha_i = h_i^*$

La SNR MRC es la suma de las SNR individuales

$$SNR_{MRC} = \sum_{i=1}^{N_R} SNR_i$$

El canal SISO equivalente MRC es

$$h_{\Sigma} = h_{MRC} = \|\vec{h}\| = \sqrt{\vec{h} \cdot \vec{h}^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_R} |h_i|^2}$$

Array Gain en MRC

- En media, la SNR del receptor MRC es:

$$\overline{SNR}_{MRC} = E[SNR_{MRC}] = E\left[\sum_{i=1}^{N_R} SNR_i\right] = \sum_{i=1}^{N_R} E[SNR_i] = \sum_{i=1}^{N_R} \overline{SNR}_i$$

- Por tanto, la ganancia de array es:

$$\text{ArrayGain} = \frac{\overline{SNR}_{MRC}}{\overline{SNR}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_R} \overline{SNR}_i}{\overline{SNR}}$$

- Caso particular: si el canal es i.i.d.

$$\overline{SNR}_{MRC} = \sum_{i=1}^{N_R} \overline{SNR}_i \underset{\substack{\uparrow \\ \text{canal i.i.d.}}}{=} N_R \overline{SNR} \implies \text{ArrayGain} = \frac{\overline{SNR}_{MRC}}{\overline{SNR}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{canal i.i.d.}}}{=} N_R$$

Diversity Gain en MRC

- Para su cálculo hay que analizar la curva de BER (o la distribución de la SNR o del canal equivalente).

- BPSK SISO en canal rayleigh: $P_e(bit) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + N_0/E_b}} \right)$

- BPSK SIMO MRC **en canal Rayleigh i.i.d. [Goldsmith]:**

$$P_e(bit) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + N_0/E_b}} \right)^{N_R} \sum_{m=0}^{N_R-1} \binom{N_R + m - 1}{m} \left(\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + N_0/E_b}} \right) \right)^m$$

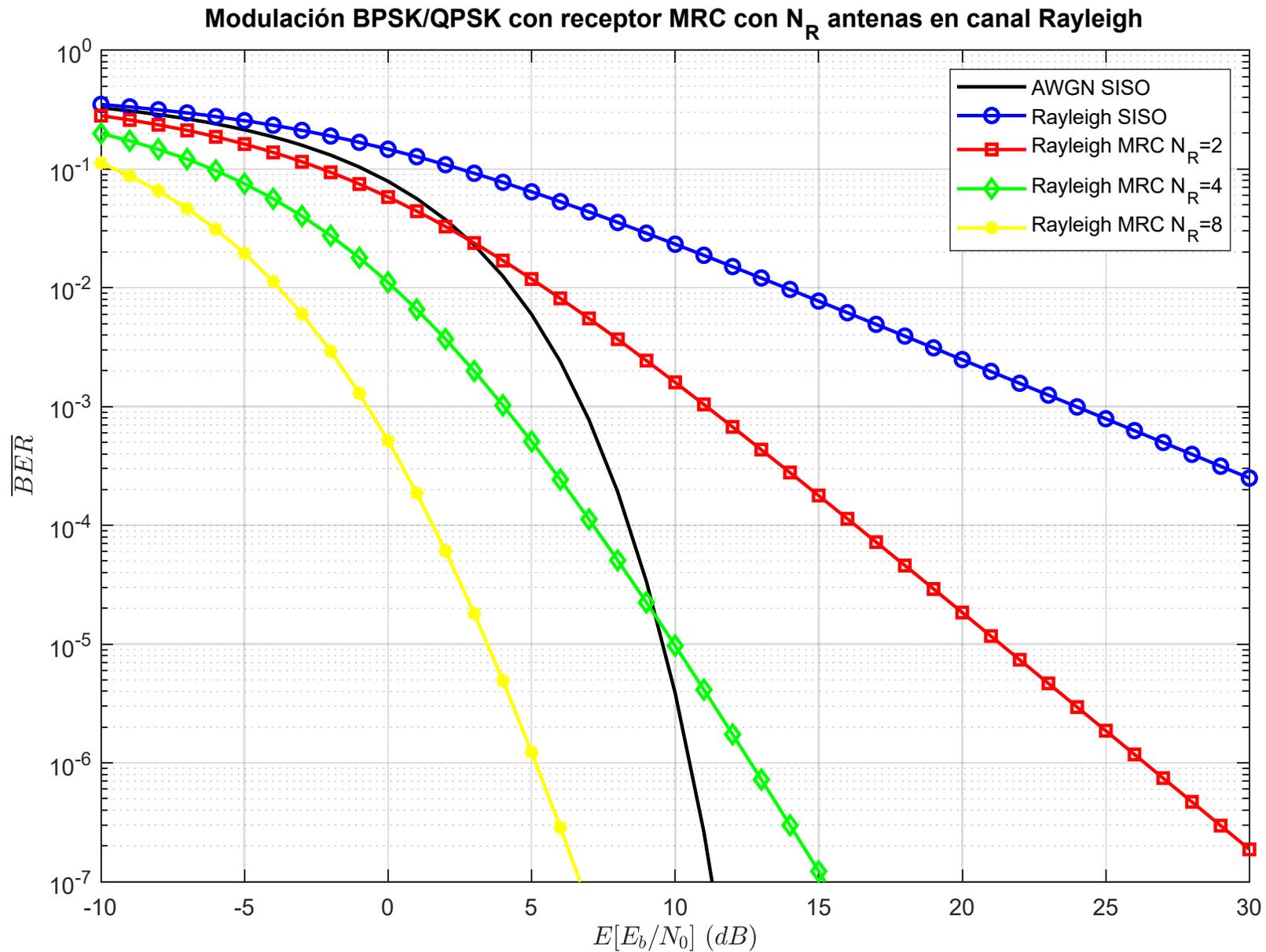
Ganancia de Diversidad

(ver gráficas y expresiones para $E_b/N_0 \gg 1$):

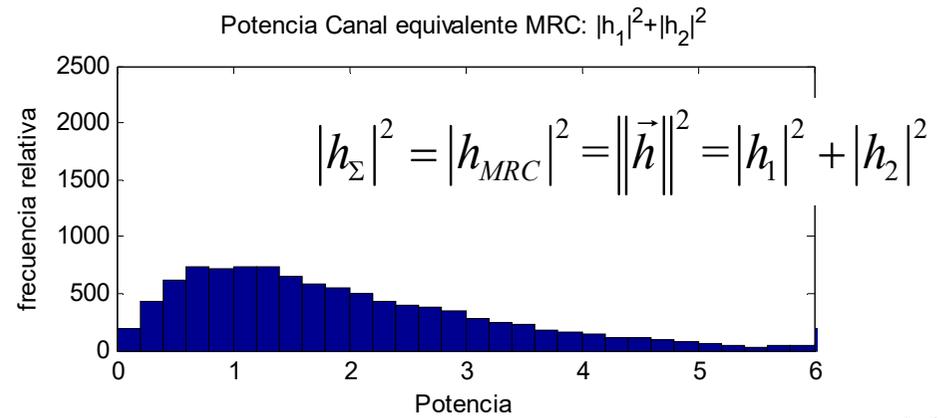
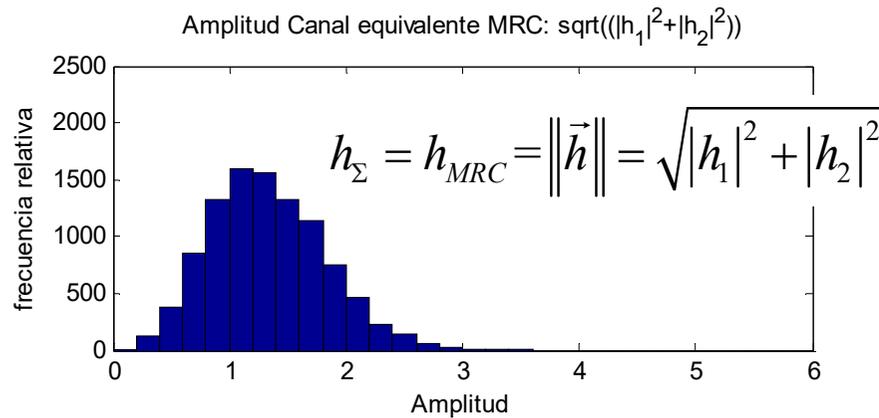
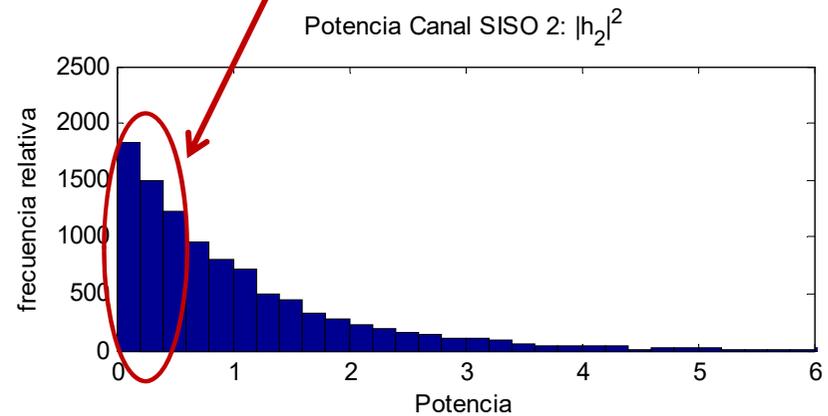
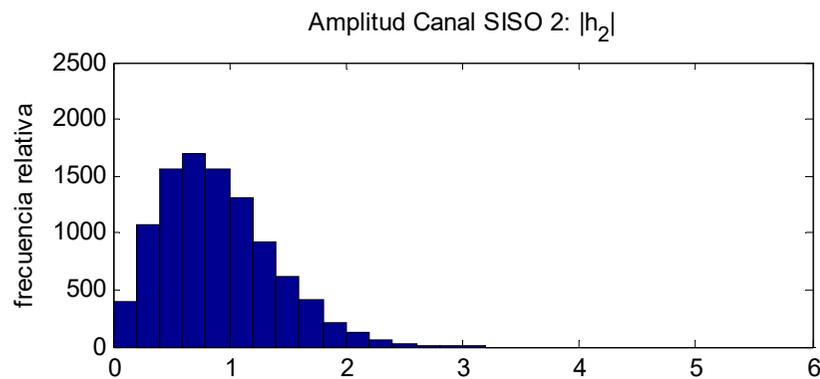
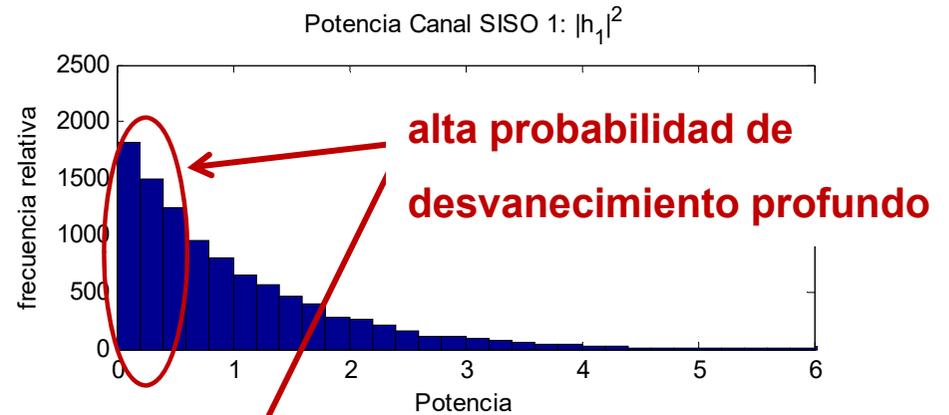
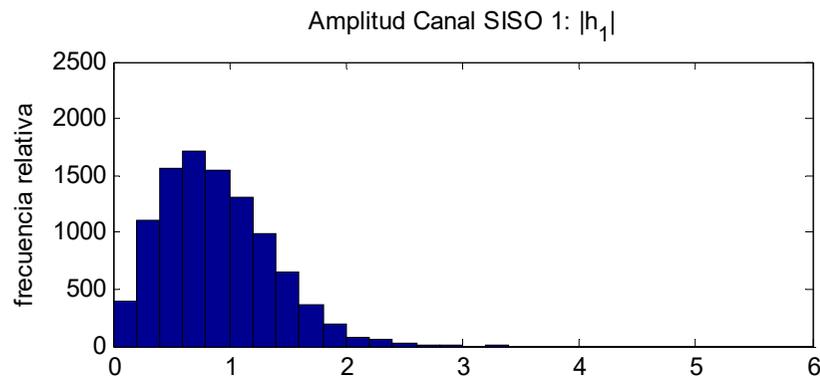
$$\text{DiversityGain} = N_R$$

- SIMO MRC consigue “full diversity”

BER en MRC (canal rayleigh i.i.d.)



Diversity Gain en MRC ($N_R=2$ canal rayleigh i.i.d.)



3.3.2. Otras técnicas SIMO

- **Selección de Antena (AS: “Antenna Selection”)**

- Selecciona la rama con mayor SNR.

$$SNR_{AS} = \max \{ SNR_i \}$$

$$h_{\Sigma} = h_{AS} = \max \{ |h_i| \}$$

- Más simple que MRC (una sola rama).
- Prestaciones inferiores a MRC.
- Caso particular: canal Rayleigh i.i.d.

$$\overline{SNR}_{AS} = \sum_{i=1}^{N_R} \frac{1}{i} \overline{SNR}_i = \overline{SNR} \sum_{i=1}^{N_R} \frac{1}{i}$$

$$ArrayGain = \sum_{i=1}^{N_R} \frac{1}{i}$$

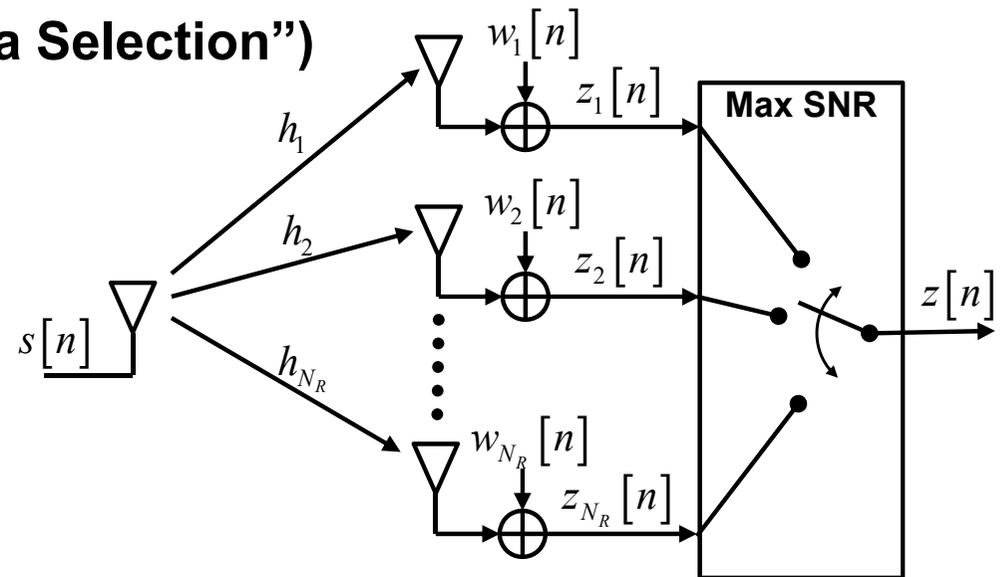
$$DiversityGain = N_R$$

- **Threshold Combinig**

- Si la SNR en una rama cae por debajo de un umbral, se selecciona otra rama

- **Equal-Gain Combining**

- MRC con pesos de igual amplitud (sólo desfasan): $\alpha_i = e^{-j\varphi_i}$



$$z[n] = z_{\arg \max_i (SNR_i)}[n]$$

3.4 Diversidad espacial en transmisión (MISO)

Sistemas MISO

- Se emplean múltiples antenas en transmisión, N_T .
- Se reparte la potencia total entre las antenas
- Diseño y prestaciones dependientes del conocimiento del canal en el transmisor (CSIT: “Channel State Information at Transmitter”):
 - MISO con CSIT: por ejemplo MRC en transmisión
 - MISO sin CSIT: por ejemplo Alamouti
- ¿Cómo obtener CSIT?
 - a) Feedback: El receptor estima el canal (gracias a pilotos, preámbulos, ...) y reenvía la información al transmisor.
 - b) Reciprocidad: Si ambos extremos de un enlace semiduplex usan la misma portadora entonces el canal en un sentido es el conjugado del canal en sentido contrario.

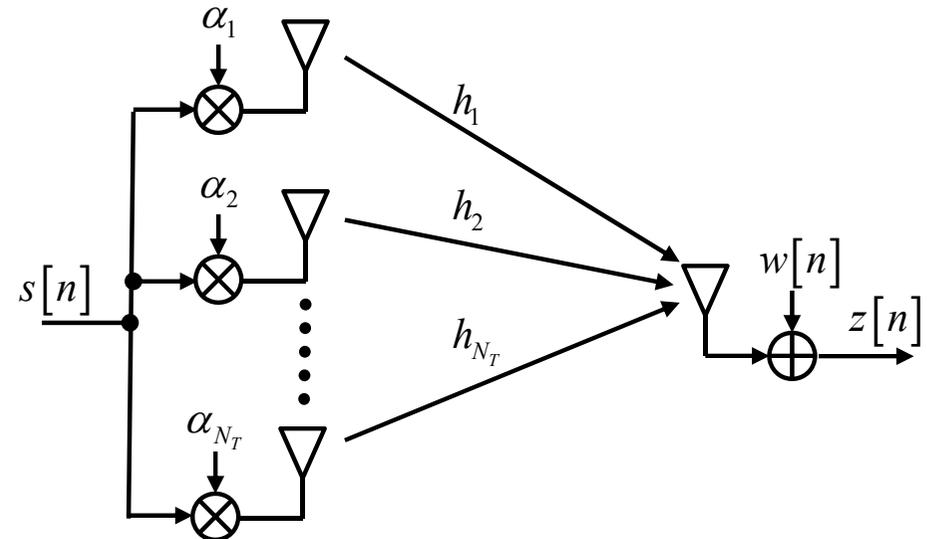
3.4.1 MISO con CSIT

Sistema discreto equivalente:

- **Canal MISO plano en frecuencia:**

$$\vec{h} = [h_1, h_2, \dots, h_{N_T}] \quad \text{con } h_i = r_i e^{j\phi_i}$$

- Conocido en transmisión (CSIT).



- **Ruido AWGN:** $w[n] \sim CN(0, \sigma^2)$

- **Observable:**
$$z[n] = s[n] \underbrace{\sum_{i=1}^{N_T} \alpha_i h_i}_{\text{señal}} + \underbrace{w[n]}_{\text{ruido}}$$

- **Solución óptima (máxima SNR \rightarrow mínimo BER):**

- MRC en transmisión, denominado MRT (Maximal Ratio Transmission)
- Más potencia por la antena que ve mejor canal.
- Fases en cada rama para que las señales se combinen coherentemente en el receptor.

MRT

- **Coeficientes óptimos MRT:**

$$\alpha_i = \frac{r_i e^{-j\varphi_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_T} r_i^2}} = \frac{h_i^*}{\|\vec{h}\|}$$

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{h}^*}{\|\vec{h}\|}$$

- Como en MRC: proporcionales al conjugado del canal.
- Normalización: Permite que la potencia total transmitida resultante sea P_s

- **Prestaciones:** Las mismas que con MRC en recepción.

- Canal equivalente:

$$h_\Sigma = h_{MRT} = \|\vec{h}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_T} |h_i|^2}$$

- SNR:

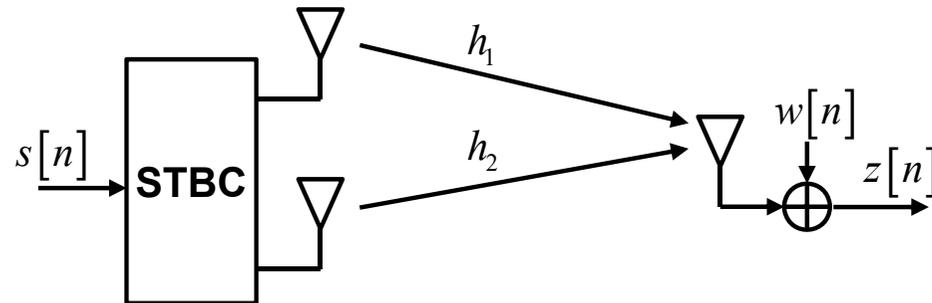
$$SNR_{MRT} = \sum_{i=1}^{N_T} SNR_i$$

- **Array Gain** (en canal i.i.d.): $\text{ArrayGain} = N_T$
- **Diversity Gain** (en canal rayleigh i.i.d.): $\text{DiversityGain} = N_T$ (full diversity)
- No requiere más potencia ni más ancho de banda. Sólo N_T antenas y CSIT

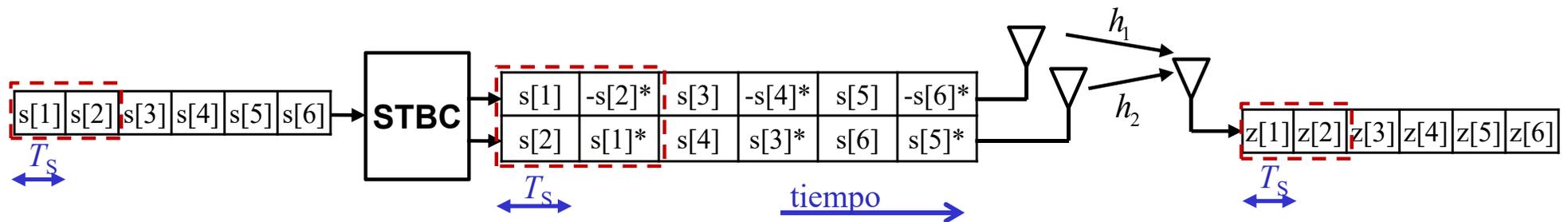
3.4.2 MISO sin CSIT: Alamouti

Alamouti (1998): Técnica MISO 2x1 para conseguir diversidad sin CSIT

- Esquema:



- STBC: Space-Time Block Coding

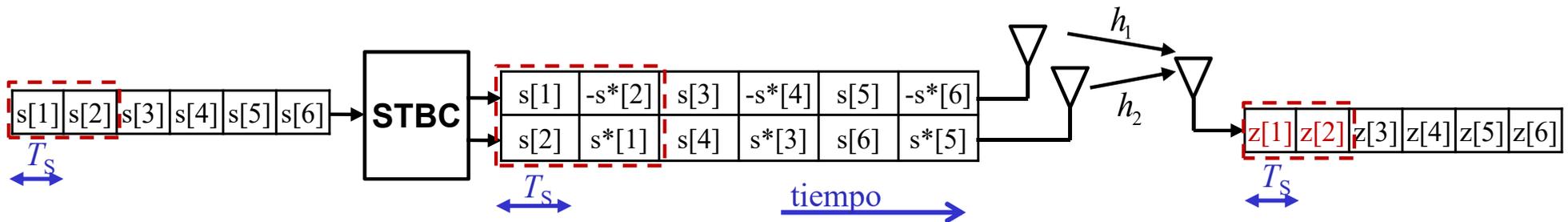


- Matriz de codificación:

$$\mathbf{C}_{\text{alamouti}} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix}$$

- Alamouti: único código STBC ortogonal con tasa (velocidad) 1.

Receptor Alamouti



- **Observables:** $z[1] = h_1 s[1] + h_2 s[2] + w[1]$, $z[2] = -h_1 s[2]^* + h_2 s[1]^* + w[2]$
- **Formamos el vector bloque recibido:**

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} z[1] \\ z[2]^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s[1] \\ s[2] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w[1] \\ w[2]^* \end{pmatrix} = \mathbf{H} \vec{s} + \vec{w}$$

- **Dado que las columnas del canal equivalente son ortogonales, tenemos que:**

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |h_1|^2 + |h_2|^2 & 0 \\ 0 & |h_1|^2 + |h_2|^2 \end{pmatrix} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \mathbf{I}_2,$$

- **Si premultiplicamos el vector recibido por \mathbf{H}^H , resulta:**

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y[1] \\ y[2] \end{pmatrix} = \mathbf{H}^H \vec{z} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \vec{s} + \mathbf{H}^H \vec{w} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \begin{pmatrix} s[1] \\ s[2] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{w}[1] \\ \tilde{w}[2] \end{pmatrix} \text{ donde } \vec{\tilde{w}} = \mathbf{H}^H \vec{w}$$

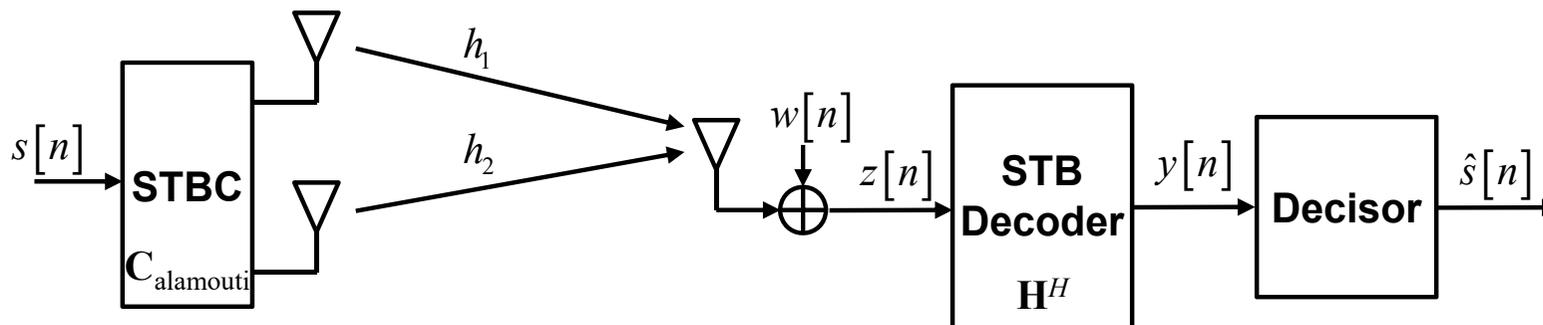
Receptor Alamouti

- Es decir, puedo detectar los símbolos $s[1]$ y $s[2]$ de forma independiente a partir de los nuevos observables $y[1]$ e $y[2]$ (a partir de $z[1]$ y $z[2]$):

$$\vec{y} = \mathbf{H}^H \vec{z} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \vec{s} + \mathbf{H}^H \vec{w}$$

$$\begin{pmatrix} y[1] \\ y[2] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z[1] \\ z[2]^* \end{pmatrix} = \sqrt{|h_1|^2 + |h_2|^2} \begin{pmatrix} s[1] \\ s[2] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_1^* w[1] + h_2 w[2]^* \\ h_2^* w[1] - h_1 w[2]^* \end{pmatrix}$$

- Necesito conocer el canal, h_1 y h_2 , sólo en el receptor (CSIR).



SNR y canal equivalente Alamouti

- Calculamos la SNR de, por ejemplo, el primer símbolo del bloque:

$$y[1] = \underbrace{\left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right)}_{\text{señal}} s[1] + \underbrace{h_1^* w[1] + h_2 w[2]}_{\text{ruido}}$$

$$SNR_{\text{alamouti}} = \frac{P_s \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right)^2}{\left(|h_1^*|^2 \sigma^2 + |h_2|^2 \sigma^2 \right)} = \frac{\frac{1}{2} \left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right)^2}{\left(|h_1|^2 + |h_2|^2 \right) \sigma^2} = \frac{|h_1|^2 + |h_2|^2}{2\sigma^2} = \frac{\|\vec{h}\|}{2\sigma^2} = \frac{SNR_1 + SNR_2}{2} = SNR$$

pues la potencia total es 1, así que en cada antena es $\frac{1}{2}$

$$SNR_{\text{alamouti}} = \frac{SNR_1 + SNR_2}{2}$$

- El canal equivalente es:

$$h_{\Sigma} = h_{\text{alamouti}} = \sqrt{\frac{|h_1|^2 + |h_2|^2}{2}}$$

- No hay ganancia de array

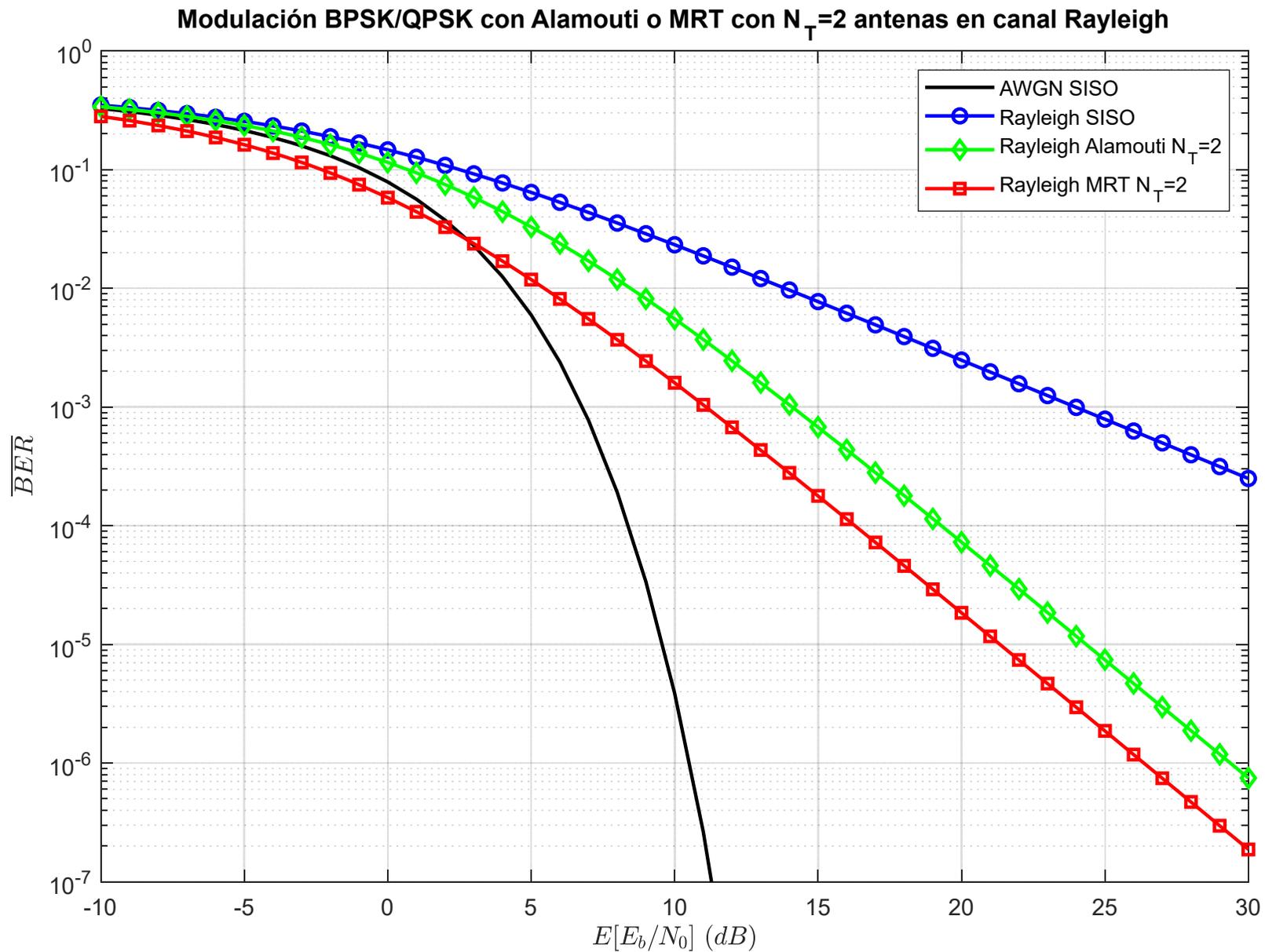
- Obtenemos la misma SNR que en un SISO

$$\text{ArrayGain} = 1$$

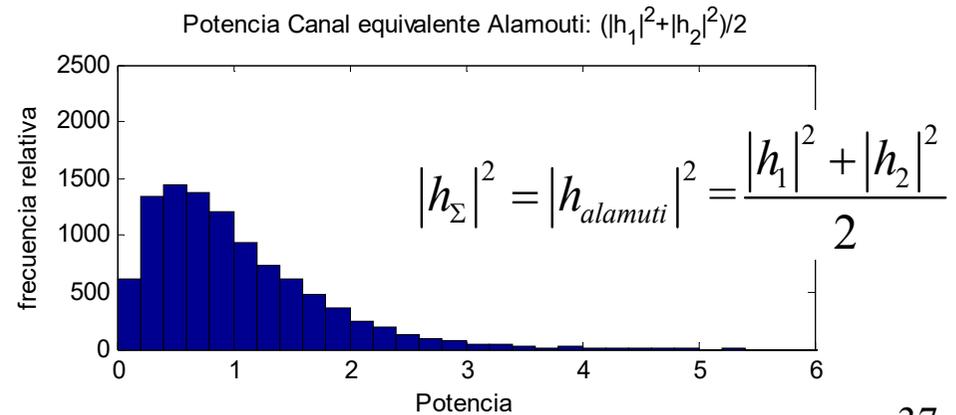
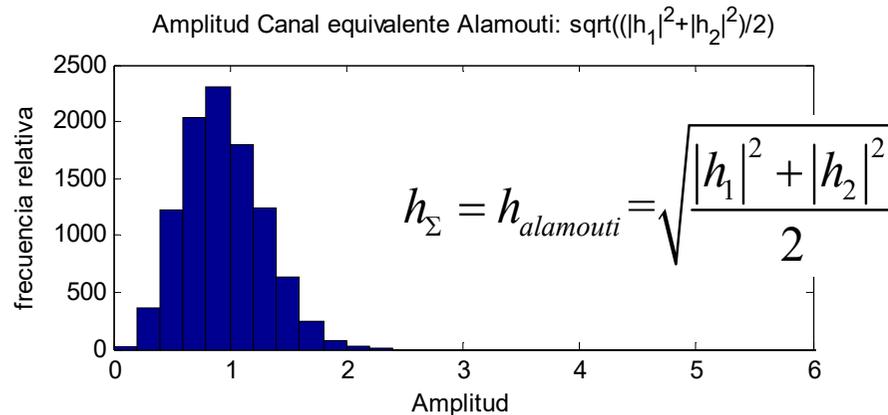
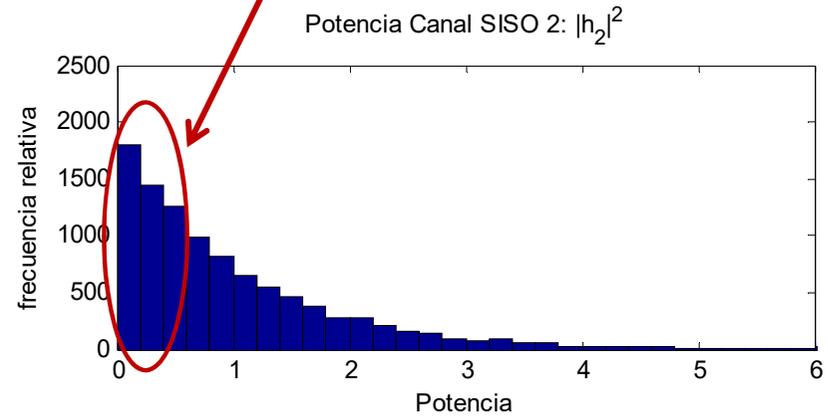
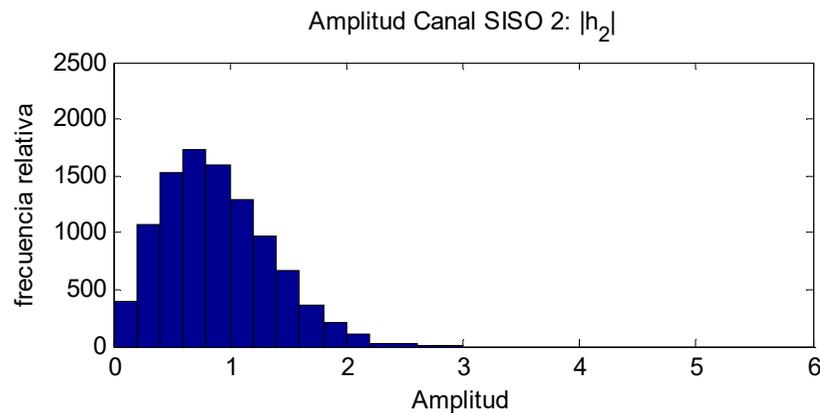
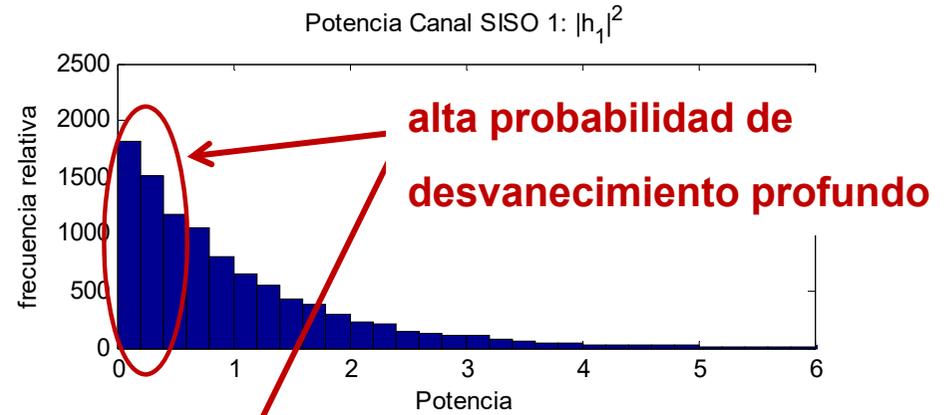
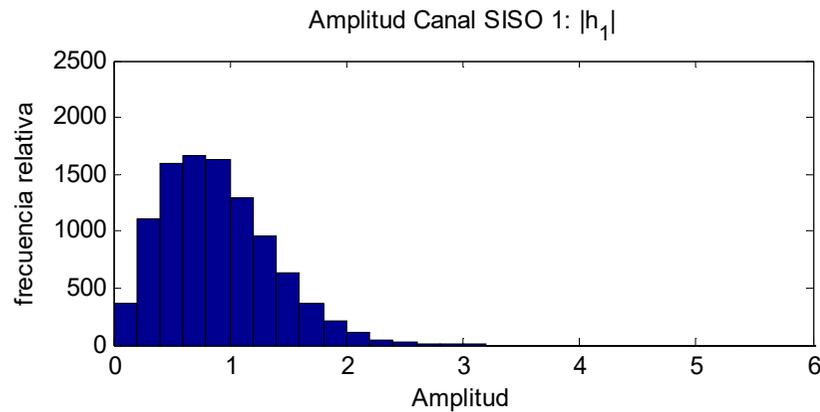
- Se obtiene full diversity (en rayleigh i.i.d.)

$$\text{DiversityGain} = N_T$$

BER en Alamouti y MRT (canal rayleigh i.i.d.)



Diversity Gain en Alamouti (canal rayleigh i.i.d.)



3.4 Diversidad espacial en transmisión (MISO)